Juegos de estrategia ganadora Aprendiendo divisiblidad

POR

ADOLFO SANCHO CHAMIZO

(SIES Gallicum, Villanueva de Gállego)

Seguro que muchos profesores se han encontrado alguna vez con el problema de explicar algo tan sencillo a priori que se hace difícil explicarlo. Nos suele ocurrir más en cursos inferiores, y si a esto le añadimos el comportamiento, a menudo poco adecuado, junto con la apatía y la falta de visión práctica, unidades del currículo como la divisibilidad o el máximo común divisor y mínimo común múltiplo se ven a veces como una montaña difícil de superar para todos. Si intentamos captar la atención de la clase enseñando múltiplos y divisores, probablemente no lo consigamos al cien por cien, pero si les decimos que con ello van a poner en práctica un juego en el que podrán ganar siempre que quieran, la reacción será completamente diferente. Este es el objetivo de la sesión de Conexión Matemática llamada Juegos de Estrategia Ganadora.

Se trata de introducir los conceptos de juego y estrategia ganadora desde un punto de vista estrictamente matemático. Para ello se introduce el concepto de juego de información completa, distinguiendo entre ellos aquellos que son puramente de azar y aquellos en los que interviene algún tipo de estrategia. No es necesario detenerse poniendo muchos ejemplos de cada uno de ellos puesto que la sencillez del concepto hace que, con hablar del ajedrez o de la Oca se encuadren fácilmente en uno u otro grupo, y es que todos los alumnos entienden de lo que se habla si lo que tenemos entre manos es por ejemplo, un dado (o hexaedro matemáticamente hablando). Unas pinceladas de historia nos ayudarán a mantener la atención ya que, al hablar de ajedrez da bastante juego (nunca mejor dicho) comentar la historia de Deep Blue y Gary Kasparov allá por el siglo pasado. Raro será que entre la audiencia no encontremos a alguien que juegue al ajedrez en mayor o menor medida. Las damas o el tres en raya son otros de los juegos de información completa que se pueden comentar.

Llegamos entonces, rebajando poco a poco el nivel de dificultad de los juegos, a dos muy sencillos y cuya solución se puede encontrar con algo de abstracción a la que todos los alumnos son capaces de llegar. Se trata del 20 gana y el 100 pierde. Veamos con algo de detalle en qué consisten. Una cosa debe quedar clara: como es lógico, en ambos juegos la estrategia no depende de qué jugador comience la partida.

El 20 gana: Se disponen 20 fichas sobre un tablero y, en turnos alternos, se retiran de la mesa 1 o 2 fichas, a elección del jugador. Ganará la partida aquel jugador que retire la última ficha. Es bastante sencillo averiguar que, si lo que quiero es ganar yo, deberé dejar a mi contrincante 3 fichas sobre la mesa. Es lo que llamamos la estrategia ganadora. Haga el movimiento que haga, me dejará una cantidad de fichas que yo podré retirar en mi siguiente turno, ganando con ello la partida. Pero ¿Qué ocurre si pensamos un paso más atrás?, o dicho de otra forma, ¿Qué cantidad de fichas deberé dejar a mi contrincante para que, después de jugar él, pueda yo en mi turno dejarle 3 fichas?. Lo dicho, un poco de abstracción matemática nos da la solución. Serán 6 fichas. Independientemente de la cantidad que él retire siempre podré, tras mi turno, dejarle 3 fichas y estar de nuevo en la posición ganadora. Hemos trabajado de manera sencilla los múltiplos de 3.

El 100 pierde: Cada jugador en turnos alternos escribe un número del 1 al 10 y se lo entrega a su contrincante, el cuál suma un número del 1 al 10 al que le ha sido entregado. Una vez hecha la suma se la entrega al contrincante que hará el mismo proceso. El jugador que llegue o supere 100 pierde la partida. La estrategia ganadora será que mi adversario tenga en sus manos el número 99 puesto que independientemente de lo que sume habrá rebasado el 100. De nuevo la pregunta de antes, ¿Qué número debo recibir yo para que le pueda entregar a él el número 99? Está claro que un número entre 89 y 98, o dicho de otro modo, yo recibiré ese número si el jugador contrario tiene en sus manos el número 88. Y por tanto, habiendo trabajado el juego anterior, todos los alumnos se darán cuenta de que lo que realmente le tenemos que dejar escrito a nuestro adversario son múltiplos de 11.

Dado que los grafos tipo árboles son los más apropiados para esquematizar un juego uno contra uno y estudiar las diferentes posibilidades que tenemos de obtener la victoria, podemos introducir con ellos pequeños conceptos tanto de probabilidad como de los propios grafos aunque estos últimos solo de manera superficial. Para ello usaremos el juego del *quincunce*. Se trata de un triángulo equilátero formado por clavos distribuidos uniformemente en toda su superficie. Se deja caer una bola por uno de los vértices de manera que al rebotar en los clavos tomará el camino de la derecha o de la izquierda del clavo, formando así un árbol de dos ramas, una si toma el camino de la derecha y otra si toma el de la izquierda.

Pero si lo que se quiere es un juego de estrategia ganadora donde los conceptos matemáticos aparecen ocultos y no son tan claros como los múltiplos de 3 y 11 podemos recurrir al Nim. Este juego de origen chino consiste en retirar fichas de un tablero en turnos alternos, ganando la partida aquél que retira la última. La única condición es que se pueden retirar todas las fichas que uno quiera en su turno, pero solo de las dispuestas en una fila.

A pesar de tener un tablero distribuido en filas, si pensamos en columnas, observamos que debemos dejar a nuestro adversario un número par de ellas, de forma que, como solo se pueden eliminar fichas de una fila, siempre nos dejará una fila que podré eliminar de un solo turno, ganando con ello la partida.

Veámoslo en el siguiente esquema en el que se parte de un tablero con 18 fichas y se realizan tres turnos alternos

Tablero Inicial

Tablero Inicial	*Nº fichas: 15*	*2^3*	*2^2*	*2^1*	*2^0*
x x x x x x x	7 fichas	0	1	1	1
x x	2 fichas	0	0	1	0
x x x x x	5 fichas	0	1	0	1
x	1 ficha	0	0	0	1

El jugador A quita tres fichas de la primera fila. El jugador B quita tres fichas de la tercera fila.

Paso 2	*Nº fichas: 9*	*2^3*	*2^2*	*2^1*	*2^0*
x x x x	4 fichas	0	1	0	0
x x	2 fichas	0	0	1	0
x x	2 fichas	0	0	1	0
x	1 ficha	0	0	0	1

El jugador A quita dos fichas de la primera fila. El jugador B quita la ficha de la ‘ultima fila.

Paso 3	*Nº fichas: 6*	*2^3*	*2^2*	*2^1*	*2^0*
x x	2 fichas	0	0	1	0
x x	2 fichas	0	0	1	0
x x	2 fichas	0	0	1	0
	0 fichas	0	0	0	0

Al finalizar el *paso tres* obtenemos una posición ganadora para el jugador que tiene el turno puesto que, con eliminar los dos elementos que pertenecen a una de las filas habremos dejado un número par de elementos en la columna, ganando con ello la partida, ya que mi adversario sólo puede eliminar un elemento de cada fila. Por tanto, en los sucesivos turnos, para poder obtener este resultado, deberé jugar de forma que mi adversario siempre se encuentre con un número par de elementos en todas las columnas posibles, lo que podemos obtener fácilmente con un poco de práctica.

Quede claro que, con todo esto, no obtenemos un alto nivel de matemáticas, pero al menos conseguimos captar la atención del alumno en temas como la divisibilidad o el cálculo mental, tan útil como degradado en los últimos tiempos.