Enseñando proporcionalidad aritmética en 1.º de ESO

por

Sergio Martínez, José María Muñoz y Antonio M. Oller

(IES Leonardo de Chabacier, Calatayud, y Universidad de Zaragoza, Universidad de Zaragoza, Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza)

En un concurso televisivo se realizó la siguiente pregunta: «Completa la regla de tres: Si un caramelo vale 20 céntimos, ¿cuántos céntimos valen 7 caramelos?». El resultado fue que la concursante quedó eliminada al no saber contestar. Ante el fallo, nos preguntamos qué hubiese pasado si la pregunta hubiese sido formulada así: *Si un caramelo vale 20 céntimos, ¿cuántos céntimos valen 7 caramelos?*

Al parecer, situaciones multiplicativas que resuelve fácilmente un niño de 4.º de Primaria, presentan dificultades si se ven en clave de proporcionalidad aritmética gracias a una enseñanza que presenta la *Regla de Tres* como técnica de resolución principal de problemas de proporcionalidad consistente en:

1. Disponer los datos tabularmente.
2. Evaluar si existe proporcionalidad directa o inversa.
3. Plantear y resolver una ecuación algebraica o bien, multiplicar y dividir los datos en un orden determinado atendiendo a la disposición espacial concreta.

Esto se traduce en que problemas como el del concurso, que podrían resolverse recurriendo al significado de la multiplicación, deben resolverse con este esquema.

A pesar de la reconocida importancia de la proporcionalidad aritmética son muchas las evidencias de que existen graves problemas de comprensión por parte de los estudiantes. Del análisis de libros de texto, extraemos algunas consideraciones respecto al estado de la enseñanza:

— Desequilibrio entre conocimientos conceptuales y procedimentales, a favor de estos últimos. Predominan técnicas algebraicas y mecánicas como la Regla de Tres y se trabajan muy pocos tipos diferentes de problemas.

— Ausencia de trabajo con magnitudes ya que las manipulaciones se realizan desde un punto de vista numérico sin contextualizar los cálculos y las cantidades resultantes. Se considera la razón interna entre números como cociente (caramelos/caramelos y euros/euros, en problemas similares al anterior) en vez de la razón externa entre cantidades entendida como cantidad de otra magnitud (euros/caramelos como precio unitario y caramelos/euros como cantidad de caramelos por euro).

— La relación de proporcionalidad se da por supuesta, solo se decide si es directa o inversa utilizando criterios que favorecen la aparición de razonamientos incorrectos (A más, más; a menos, menos). Ambas relaciones se suelen tratar en 1.º ESO pese a que son fenómenos muy alejados.

Después de varias investigaciones conducentes a la elaboración de propuestas didácticas para la enseñanza del número racional en Primaria, desde el área de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Zaragoza se ha elaborado una propuesta de enseñanza sobre el número racional como razón y sus implicaciones en la proporcionalidad para primer ciclo de ESO y que se encuentra actualmente en curso.

Las ideas clave son: Trabajar con magnitudes y con la razón como «tanto por uno», caracterizar la proporcionalidad a partir de razones externas y cantidades de magnitud, plantear la resolución de problemas como eje de la actividad de los estudiantes y ampliar la tipología de éstos y aplicar estas ideas a conceptos como el porcentaje. Además posponemos la relación inversa a 2.º, profundizando en el concepto y manejo de la razón y las relaciones directas en 1.º. Esto permite a los alumnos abordar situaciones de proporcionalidad compuesta con muy poca instrucción.

La propuesta para 1.º ESO tiene una duración de 12 sesiones que incluyen una de repaso y otra para una prueba objetiva que presentamos brevemente junto con algunas producciones de los alumnos:

1.ª Sesión: Concepto de magnitud, propiedades medibles y no medibles. Vocabulario asociado, cantidad de magnitud, valor numérico, unidad. Significados y usos del número. Magnitudes usuales.

2.ª y 3.ª Sesión: Cálculo e interpretación de razones externas como cantidad de una nueva magnitud asociada al resultado de un reparto igualitario, condiciones de regularidad para que tenga sentido la razón, razón inversa. Concepto de «magnitudes directamente proporcionales» (figura 1).

4.ª y 5.ª Sesión: Resolución de problemas en los que es necesario comparar dos situaciones a través de sus razones de forma cualitativa o cuantitativa (figura 2).

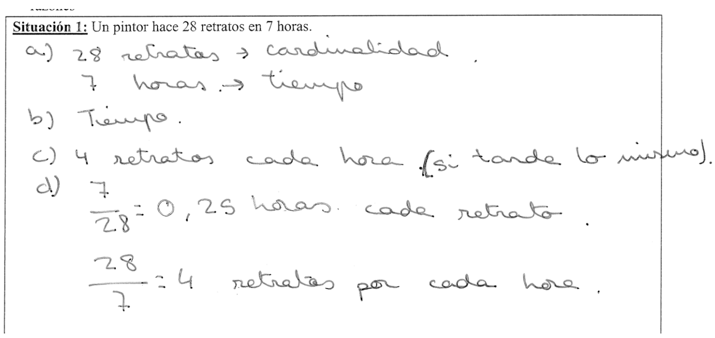
6.ª y 7.ª Sesión: Resolución de problemas de valor perdido mediante el cálculo de la razón que resuelve por multiplicación (figura 3).

8.ª Sesión: Resolución de problemas de proporcionalidad compuesta previa reducción a simple operando con las magnitudes involucradas (figura 4).

9.ª y 10.ª Sesión: Interpretación del porcentaje como cantidad de una magnitud asociada a cien unidades de otra, cálculo de la parte, total y porcentaje (figura 5).

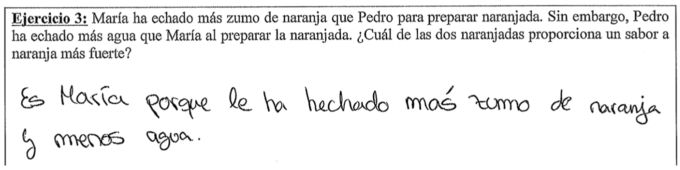
Hasta el momento, se ha experimentado la propuesta con 5 grupos naturales de 1.º de ESO. Avanzamos algunos puntos fuertes de la propuesta tras analizar la actuación de los estudiantes mediante sus producciones escritas, entrevistas, grabaciones de video y audio:

- La implementación de la propuesta es viable: el número de sesiones es similar al tradicional, se mantiene la distribución de calificaciones, los cambios en la secuenciación no plantean problemas y los resultados del grupo de control usando regla de tres no son mejores que los de nuestros grupos.
- Los alumnos profundizan en el significado de las operaciones aritméticas y se mejoran los procesos de argumentación de las respuestas en cantidad y calidad.
- Se evitan técnicas algorítmicas y la identificación de la resolución de problemas con la aplicación de algoritmos, a la vez que aumentamos la tipología de problemas planteados.
- Se ha conseguido implicar a los profesores de Matemáticas del IES, fomentando el debate sobre estos contenidos y la manera de abordarlos.


Situación 1: Un pintor hace 28 retratos en 7 horas.

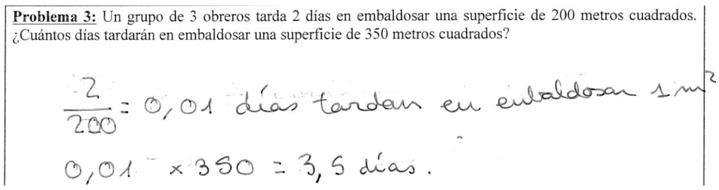
a) 28 retratos → cardinalidad
7 horas → tiempo
b) Tiempo.
c) 4 retratos cada hora (si tarda lo mismo).
d) $\frac{7}{28} = 0,25$ horas. cada retrato.
$\frac{28}{7} = 4$ retratos por cada hora.

Figura 1


Ejercicio 3: María ha echado más zumo de naranja que Pedro para preparar naranjada. Sin embargo, Pedro ha echado más agua que María al preparar la naranjada. ¿Cuál de las dos naranjadas proporciona un sabor a naranja más fuerte?

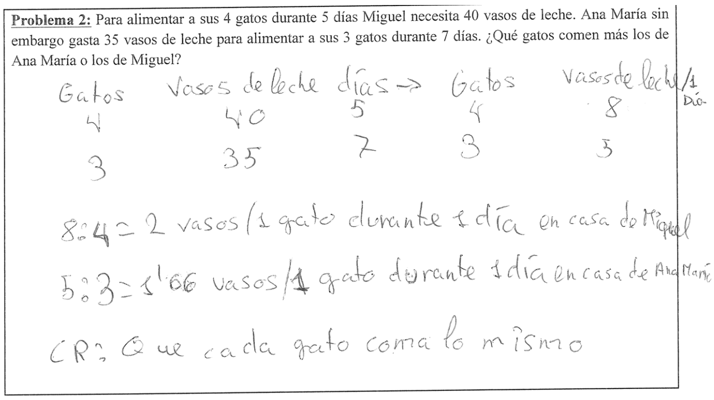
Es María porque le ha hechado más zumo de naranja y menos agua.

Figura 2


Problema 3: Un grupo de 3 obreros tarda 2 días en embaldosar una superficie de 200 metros cuadrados. ¿Cuántos días tardarán en embaldosar una superficie de 350 metros cuadrados?

$\frac{2}{200} = 0,01$ días tardan en embaldosar 1 m²
$0,01 \times 350 = 3,5$ días.

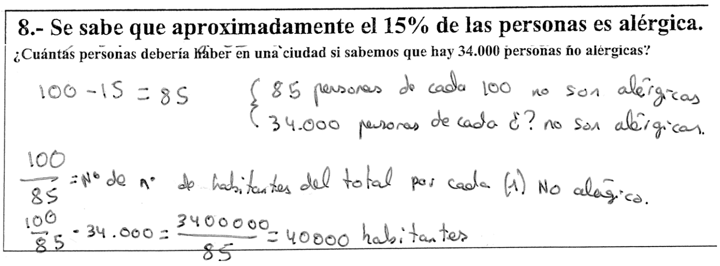
Figura 3


Problema 2: Para alimentar a sus 4 gatos durante 5 días Miguel necesita 40 vasos de leche. Ana María sin embargo gasta 35 vasos de leche para alimentar a sus 3 gatos durante 7 días. ¿Qué gatos comen más los de Ana María o los de Miguel?

Gatos	Vasos de leche	días →	Gatos	Vasos de leche/1 Día
4	40	5	4	8
3	35	7	3	5

8:4 = 2 vasos/1 gato durante 1 día en casa de Miguel
5:3 = 1'66 vasos/1 gato durante 1 día en casa de Ana María
CR: Que cada gato coma lo mismo

Figura 4


8.- Se sabe que aproximadamente el 15% de las personas es alérgica.
¿Cuántas personas debería haber en una ciudad si sabemos que hay 34.000 personas no alérgicas?

100 − 15 = 85
85 personas de cada 100 no son alérgicas
34.000 personas de cada ¿? no son alérgicas.
$\frac{100}{85}$ = Nº de n° de habitantes del total por cada (1) No alérgico.
$\frac{100}{85} \cdot 34.000 = \frac{3400000}{85} = 40000$ habitantes

Figura 5