

## UM SISTEMA DE PROCESSAMENTO DE INFORMAÇÃO LÓGICO: CONCEPÇÕES DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DA FORMAÇÃO BÁSICA

Maria Aparecida da Silva Rufino – José Roberto da Silva – Eriverton José de Souza  
[jrobertosilva@bol.com.br](mailto:jrobertosilva@bol.com.br) - [aparecidarufino@hotmail.com](mailto:aparecidarufino@hotmail.com) - [erivertonjose@hotmail.com](mailto:erivertonjose@hotmail.com)  
Universidade de Pernambuco Campus Mata Norte (Brasil)

Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Formação de professores e de reciclagem

Palabras clave: Raciocínio lógico matemático, princípios lógicos básicos, sistema de processamento de informação lógico.

### Resumo

*Desenvolver a capacidade de raciocínio lógico dos alunos segue sendo uma preocupação entre pesquisadores da Educação Matemática a nível nacional e internacional, decorrendo na aplicação de uma série de propostas curriculares, cujos resultados permanecem insatisfatórios, haja vista a queda no desempenho dos alunos brasileiros em matemática, recentemente divulgada pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA). Daí o interesse em mapear, a partir de um levantamento em obras renomadas, quais os princípios lógicos básicos necessários para validar enunciados matemáticos simples e entender as concepções dos professores da educação básica sobre isso. Trata-se de um estudo qualitativo, do qual emergiu a composição de um sistema de processamento de informação lógico básico, iniciando-se com o entendimento dos princípios lógicos aristotélicos, a compreensão da ideia geral da dedução ou inferência silogística e a aplicação das formas lógicas válidas em argumentos condicionais. Das respostas obtidas com a aplicação de um questionário diagnóstico percebeu-se que a maioria dos professores investigados não reconhece este sistema e, por conseguinte demonstra dificuldades em aplicá-lo, corroborando com a ideia de que ninguém pode desenvolver no outro habilidades que não possui.*

### 1 INTRODUÇÃO

O termo raciocínio lógico afigura-se quase sempre relacionado à disciplina de matemática, principalmente relacionada a atividade de resolução de problemas. Nessa direção, a escola tem um papel fundamental a desempenhar, porém cabe esclarecer o que se entende por este tipo de raciocínio e o que o caracteriza.

Nesse sentido, nas últimas décadas, o ensino da matemática vem se concretizando numa série de propostas, na tentativa de que os alunos desenvolvam sua capacidade de pensamento, de reflexão lógica e adquiram um conjunto de instrumentos para explorar a realidade, para representá-la, explicá-la e predizê-la, em suma para atuar em e sobre ela.

Nos anos noventa, por exemplo, a nível internacional, a National Council of Teachers of Mathematics – NCTM publicou no livro *“Os Estudos Curriculares e de Avaliação para Educação Matemática”*, nove objetivos para o ensino das matemáticas, dos quais, aprender a raciocinar figura entre os objetivos de caráter essencialmente matemático.

Assim, o currículo de matemática deveria incluir experiências variadas que reforçassem e ampliassem as destrezas de raciocínio lógico. Os estudantes deveriam ser capazes de elaborar e comprovar conjecturas, formular contra-exemplos, seguir argumentos lógicos, construir demonstrações para enunciados matemáticos simples, entender demonstrações (diretas e indiretas) e em definitivo raciocinar matematicamente.

Analogamente a outros países, no Brasil, os documentos oficiais de educação matemática, tais como, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998, 2000), a Base Nacional Curricular Comum – BNCC (BRASIL, 2015), dentre outros, apontam como um dos principais objetivos do ensino de matemática a necessidade de desenvolver e ampliar nos alunos habilidades de raciocínio lógico matemático.

Mas algo parece não estar claro para os professores que de fato fazem a educação matemática nesse país, ou porque não entendem o significado de tais habilidades e reproduzem apenas um discurso da moda, ou porque nos documentos não há clareza sobre o que as caracterizam, ou ainda porque não conseguem organizar situações que possibilitem tais habilidades nos alunos, dado que, talvez eles próprios não às possuam.

Pressupõem-se que o professor conhece as estruturas lógicas e conceituais que dão sustentação aos conteúdos matemáticos e que as exploram quando vão ensinar. Nesse contexto, Moreira (2011) coloca que cada componente curricular possui uma estrutura articulada e hierarquicamente organizada de conceitos que é seu sistema de informação.

Esses aspectos levam em conta os resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB-2015), quanto ao desenvolvimento de competências na resolução de problemas, dentre as quais se destacam a capacidade de argumentação, de validação de processos, de estimativas e o desenvolvimento dos raciocínios indutivo e dedutivo.

Almeja-se apresentar um sistema de processamento de informação inicial, enquanto conjunto de princípios lógicos básicos para se chegar a conclusões válidas, que sirva de ponte cognitiva inicial para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático e compreender o que pensam os professores de matemática sobre essa forma de raciocínio e quais metodologias adotam para desenvolver essas habilidades em seus alunos.

## **2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

### **2.1 A Lógica contemporânea e os diferentes tipos de raciocínios matemáticos**

Ao que parece a própria expressão raciocínio lógico matemático demarca uma intrínseca relação entre a tríade raciocínio, lógica e matemática, que se trata de uma atividade mental que os estudantes devem ser capazes de elaborar e aplicar seguindo determinadas regras estabelecidas pela lógica para chegar a conclusões válidas.

Nesse sentido é importante que se diga que durante a construção do seu conhecimento matemático cada pessoa utiliza-se de diferentes formas de raciocínio, é o que alerta Bagazgoitia et al. (1997) colocando que os modos de raciocínio matemático são o raciocínio por analogia, o raciocínio indutivo e o raciocínio dedutivo.

Segundo Pires (2002, p.38), para Aristóteles “a analogia consiste em ‘transportar’ para uma dada coisa um nome que designava outra coisa”. Um exemplo deste raciocínio é a teoria das proporções de Euclides, que a partir de quatro grandezas  $a, b, c$  e  $d$  se pode expressar a analogia, “ $a$  está para  $b$ ”, assim como  $c$  está para  $d$ ”, ou seja,  $a:b = c:d$

De acordo com Chalmers (1993) o raciocínio indutivo é um tipo de raciocínio que nos leva de uma lista finita de afirmações singulares para a justificação de uma afirmação universal. Já no caso do raciocínio dedutivo é factível derivar, a partir de leis e teorias universais, consequências que servem como explicações e previsões. Entretanto, o raciocínio indutivo

não é muito confiável, pois é possível que a conclusão seja falsa embora as premissas sejam verdadeiras e, ainda assim não haja contradição. Já nos argumentos dedutivos não ocorrerá, se as premissas são verdadeiras, a conclusão será.

A primeira expressão sobre raciocínio foi trazida por Aristóteles, séc. IV a. c., conhecida como silogismos. Para Chauí (2003), ele elaborou uma teoria do raciocínio como inferência, ou seja, tirar uma proposição como conclusão de outras que a antecedem e que são sua explicação ou causa, o que representa a ideia geral da dedução.

Na matemática, segundo Mortari (2001), para mostrar que uma proposição é verdadeira não se recorre à experiência ou à observação. A verdade é estabelecida por meio de uma demonstração dela, isto é, uma sequência argumentativa (dedutiva) mostrando que ela se segue logicamente de outras proposições aceitas (ou já mostradas verdadeiras).

Tais argumentos justificam porque a lógica contemporânea utiliza, dentre as formas de raciocínio, a dedução, tendo como seu primeiro objeto de base a proposição que é um enunciado verbal de uma ideia de sentido completo, que quando expressa na linguagem natural pode apresentar imprecisões e ambiguidades. Para evitar isso, a lógica criou uma linguagem artificial, a partir do modelo matemático, com uma gramática rigorosamente definida que descreve as formas, as propriedades e as relações entre as proposições.

Observa-se que o segundo elemento de base da lógica são os argumentos. Para Azeredo (2004) um argumento é um conjunto de proposições dispostas de tal forma que uma delas é justificada pela(s) outra(s). A proposição justificada é a conclusão, as outras que servem de justificativas são as premissas, cuja validade é determinada por sua forma lógica, necessitando de regras para se verificar se um argumento é válido ou não.

De certa forma, lembra Mortari (*ibid.*), uma das coisas das quais a lógica se ocupa é a análise dos argumentos que são construídos, havendo, segundo Alencar (2002), uma relação entre a verdade e a validade dos argumentos e proposições, estando a verdade relacionada a uma propriedade das proposições e a validade uma, dos argumentos.

Compreender algumas dessas regras, é o primeiro passo para desenvolver habilidades lógicas que podem favorecer a construir e validar enunciados matemáticos simples, os quais estão relacionados a certos fundamentos e princípios básicos gerais, que pelo menos parcialmente, ajude a conceber o que se chama raciocínio lógico matemático.

### **3 METODOLOGIA**

Para composição do sistema de processamento de informação lógico básico, realizou-se uma análise teórica conceitual (TACHIZAWA E MENDES, 2000, p. 32) das obras de Alencar (2002), Chauí (2003), Kneale & Kneale (1991) e Mortari (2001), segundo os fundamentos da Lógica clássica e formal do ponto de vista instrumental matemático.

A metodologia adotada no segundo objetivo, que é fazer um diagnóstico das concepções dos professores sobre o raciocínio lógico matemático e as metodologias que utilizam para desenvolver esta habilidade nos alunos, está centrada nos aspectos qualitativos de pesquisa, classificando-a como um estudo caso educativo, conforme André (2005).

O grupo investigado é composto por seis professores de matemática da educação básica, que lecionam em escolas do bairro da Imbiribeira (Recife-Pernambuco/BR). As informações obtidas com a aplicação de um questionário foram organizadas em tabelas, conforme os respectivos intentos investigativos: demarcar o que pensam acerca do raciocínio lógico matemático, reconhecer a compreensão sobre o sistema de processamento de informação lógico básico, estabelecido neste estudo e identificar as metodologias adotadas no desenvolvimento do raciocínio lógico matemático dos alunos.

### **4 ANÁLSE E DISCUSSAO DOS RESULTADOS**

#### **4.1 Um Sistema de Processamento de Informação Lógico Básico**

1- Ao se pretender formular argumentos corretos, não apenas válidos, a verdade das premissas, enquanto proposições, é igualmente importante, pois a validade de um argumento depende apenas da relação existente entre premissas e conclusão, sendo essa uma consequência lógica das premissas.

Como as proposições podem ser classificadas em verdadeiras ou falsas, devem ser submetidas aos princípios lógicos Aristotélicos fundamentais. O *Princípio da identidade*, afirma que um ser é sempre idêntico a si mesmo (A é A). O *Princípio da não contradição*, algo não pode ser verdadeiro e falso ao mesmo tempo (não é possível que A seja A e que A seja não-A) e o *Princípio do terceiro excluído*, afirma que algo ou é verdadeiro ou falso, verifica-se sempre um destes casos e nunca um terceiro.

2- Deve-se aprender a construir argumentos dedutivos, pois a dedução pode ser apresentada como o processo lógico por excelência uma vez que há a intenção de quem o constrói ou o apresenta que sua conclusão seja consequência lógica das premissas, ou seja, há pretensão de que a verdade de suas premissas garanta a verdade da conclusão.

3- Uma vez assegurada a verdade da conclusão a partir da verdade das premissas, cabe analisar sua validade. No caso dos argumentos condicionais, que exprimem a ideia geral da dedução, construídos a partir de proposições condicionais, os alunos em diversas situações, por não compreenderem as regras de inferências que determinam a validade dessa forma de raciocínio, não conseguem solucionar vários problemas matemáticos.

Existem duas formas lógicas válidas nos argumentos condicionais o Modus Ponens ou Afirmação do Antecedente, no qual a afirmação do antecedente figura como segunda premissa, permitindo inferir o consequente a partir dessa proposição condicional. Essa forma é válida, pois assegura a verdade da conclusão, dada a verdade das premissas.

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \quad (\text{se } p \text{ então } q) \\ p \quad \quad (\text{afirmo } p) \\ \therefore q \quad (\log o, \text{afirmo } q) \end{array}$$

Já o Modus Tollens ou Negação do Consequente, significa que quando a segunda premissa nega o consequente dessa condicional, a conclusão que se infere é a negação do antecedente dessa condicional. A validade é assegurada, pois impossibilita inferir uma conclusão falsa a partir de premissas verdadeiras.

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \quad (\text{se } p \text{ então } q) \\ \sim q \quad \quad (\text{nego } q) \\ \therefore \sim p \quad (\log o, \text{nego } p) \end{array}$$

Uma pequena alteração nessas formas é suficiente para que se cometam faláciais sendo dois os tipos de argumentos que correspondem as formas não válidas:

Falácia da afirmação do consequente

$$p \rightarrow q \quad (\text{se } p \text{ então } q)$$

$$q \quad (\text{afirmo } q)$$

$$\therefore p \quad (\text{logo, afirmo } p)$$

Falácia da negação do antecedente

$$p \rightarrow q \quad (\text{se } p \text{ então } q)$$

$$\sim p \quad (\text{nego } p)$$

$$\therefore \sim q \quad (\text{logo, nego } q)$$

## 4.2 Concepções dos professores sobre o raciocínio lógico matemático

1ª Questão: Na sua opinião o que vem a ser raciocínio lógico matemático?

Tabela 1: Concepções sobre o raciocínio lógico matemático

Critérios	RE	RPA	RA	Ideias Lógicas Básicas Computadas		
				a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>
N. de Respostas	4	2	0	1	0	2

Legenda: RE: Resposta Errada; RPA: Resposta Parcialmente Adequada; RA: Resposta Adequada; a<sub>1</sub>:ser uma atividade mental, a<sub>2</sub>:seguir regras lógicas a<sub>3</sub>:atingir conclusões válidas.

Percebe-se que os professores não apresentam uma concepção razoável sobre o raciocínio lógico matemático, o que compromete a apresentação deste para os alunos.

2) Que tipos de raciocínio matemático você conhece? Como eles se estabelecem?

Tabela 2: Identificação dos tipos de raciocínios matemáticos

Critérios	Tipos de Raciocínio			Formas de estabelecimento		
	A	I	D	EI	EPA	EA
N. de Respostas	2	4	6	6	4	2

Legenda: A: analogia; I: indução; D: dedução; EI: Explicação Inadequada; EPA: Explicação Parcialmente Adequada e EA: Explicação Adequada.

Observa-se que o raciocínio dedutivo foi citado por todos os professores, mas apenas dois apresentam uma explicação adequada sobre como esses raciocínios se estabelecem.

3) Relacione cada caso com o respectivo princípio fundamental aristotélico envolvidos:

(1) Princípio da identidade      ( )  $P = P$

(2) Princípio da não contradição      ( )  $P$  é primo e composto.

(3) Princípio do terceiro excluído      ( )  $P$  é par ou ímpar

Tabela 3: Reconhecimento dos Princípios Básicos Aristotélicos

Critérios	PI	PNC	PTE
	6	2	4
N. de Respostas			

Legenda: PI: Princípio da Identidade; PNC: Princípio da Não Contradição; PTE: Princípio do Terceiro

Mesmo diante de aplicações desses princípios, os professores reconheceram o Princípio da identidade, mas alguns se enganaram na identificação dos outros dois princípios.

4) Classifique o argumento segundo a relação validade x correção e justifique:

- P<sub>1</sub>: Todo número primo é par.  Argumento válido e correto;  
 P<sub>2</sub>: O número 9 é primo.  Argumento válido e incorreto;  
 Argumento inválido e incorreto;  
 Não há como classificar

**Tabela 4: Classificação e justificativa de um argumento**

Critérios N. de Respostas	Quanto a classificação			Quanto a justificativa		
	NC	CE	CC	JI	JPA	JA
	1	3	2	4	1	1

Legenda: NC: N Classificou; CE: Classificação Errada; CC: Classificação Certa;  
 JI: Justificativa Inadequada; JPA: Justificativa Parcialmente Adequada e JA: Justificativa Adequada.

Deteta-se que não há clareza por parte dos professores sobre a relação entre validade e verdade, desconhecendo inclusive as regras de inferência.

5) Que metodologia utiliza para desenvolver o raciocínio lógico matemático dos alunos?

**Tabela 5: Reconhecimento das Metodologias Adotadas**

Critérios N. de Respostas	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>	M <sub>4</sub>
	3	2	1	0

Legenda: M<sub>1</sub>:Aulas com Ludicidade; M<sub>2</sub>: Resolução de Problemas; M<sub>3</sub>: Aulas Expositivas;  
 M<sub>4</sub>: Aulas que Relacionam com o Sistema de Processamento de Informação Básica

Vê-se que os professores não conseguem especificar a metodologia que utilizam e nem deixam claro a relação com o Sistema de Processamento de Informação Lógico Básico.

## 5 CONSIDERAÇÕES EDUCACIONAIS

Conforme assinalado, foram dois objetivos propostos neste estudo. Compor um sistema de processamento de informação lógico, que foi validado em pesquisas de autores renomados, compreendendo os princípios fundamentais aristotélicos, a ideia geral da dedução ou inferência silogística e as formas válidas em argumentos condicionais.

Quanto ao segundo objetivo, percebe-se que os professores investigados não compreendem adequadamente o que seja o raciocínio lógico matemático, mesmo diante de argumentos já produzidos. Aparentemente, alguns verbalizam os tipos de raciocínio matemático, sem

conseguir expressar como se estabelecem, numa memorização, sem a devida compreensão. Há também uma confusão generalizada entre o recurso didático e a situação de ensino, caracterizando que não existe uma seleção prévia conceitual para a organização dos objetivos a serem alcançados enquanto meta de ensino.

Ficou evidente a necessidade de se trabalhar o raciocínio lógico matemático dos professores nas formações continuadas, pois se torna uma tarefa praticamente impossível, o professor idealizar e organizar situações de ensino, que possibilitem o desenvolvimento de tais habilidades nos alunos se suas dificuldades de compreensão sobre o este objeto parece ser quase tão próximas às dificuldades dos seus alunos.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- André, M. E. D. A. (2005) *Estudo de Caso em Pesquisa e avaliação educacional*. Brasília: Liber Livro Editora.
- Azeredo, V. D. de. (Coord.). (2004) *Introdução à Lógica*. 3<sup>a</sup> ed. Ijuí: Ed. Unijuí.
- Bagazgoitia, A., Castañeda, F., Fernández S. & Peral, J. C. (1997) *La Resolucion de Problemas em las Matemáticas del Nuevo Bachillerato: Libro del Profesor*. País Vasco: Universidaddel País Vasco.
- Brasil. (1998) Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC.
- Brasil. (2000) Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC.
- Brasil. (2015) Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular – Documento preliminar*. MEC. Brasília, DF.
- Chalmers, Alan F. (1993) *O que é ciência afinal?* Tradução: Raul Fiker. São Paulo: Brasiliense.
- Chauli, M. H. (2003) *Convite à Filosofia*. São Paulo: Ática.
- Kneale, W. & Kneale, M. (1991). *O desenvolvimento da lógica*. Trad. Manuel S. Lourenço. 3. ed., Coimbra: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Moreira, M. A. (2011). *Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares*. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Mortari, C. A. (2001) *Introdução à lógica*. São Paulo: Editora UNESP.
- Pires, C. M. C. (2002) *A arte de raciocinar, cap. II*, In: Ciências da Natureza e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Fundamental – Coordenação Zuleika de Felice Murrie. Brasília: Mec:INEP.

Tachizawa, T.; Mendes, G. (2000) *Como fazer monografia na prática*. 5.ed. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas.