

## MICROINGIENERÍA EN LA ENSEÑANZA DE ÁREAS Y PERÍMETROS UTILIZANDO EL TANGRAMA CHINO.

Yohana Swears  
[yswears@uct.cl](mailto:yswears@uct.cl)

Universidad Católica de Temuco. Chile

Modalidad: CB

Nivel: Medio o Secundario (12 a 15 años)

Núcleo Temático: Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

**Palabras clave:** *Área, Perímetro, Tangrama Chino.*

*El trabajo desarrolla una Ingeniería Didáctica, para la enseñanza de área y perímetro. Se observa que en la actualidad la enseñanza de este tópico se ha transformado en un adiestramiento para dominar fórmulas que permitan encontrar el resultado del área y/o perímetro de alguna figura, en lugar de enseñar a resolver distintas problemáticas planteadas en los libros de textos o en pruebas internacionales.*

*Este trabajo propone Situaciones Didácticas utilizando el Tangrama Chino, con la finalidad que los estudiantes sean capaces de reflexionar cómo encontrar el área y perímetro sin recurrir a fórmulas, sino más bien que comprendan qué se debe hacer para calcular lo solicitado, utilizar formas más exploratorias, no centrada y cerrada en una técnica que impide tener una comprensión amplia del objeto matemático que conocemos como área y perímetro.*

*Respecto a su experimentación se realizaron 9 clases, en las que se aplicaron cada una de las situaciones que propone Brousseau (Situación acción, Situación Formulación, Situación Validación, Situación Institucionalización).*

*Se concluye que las situaciones didácticas diseñadas y aplicadas ayudaron a la construcción del concepto de área y perímetro a través del Tangrama, éstos quedaron bien definidos en las estudiantes ya que pudieron articular los conceptos con ejercicios concretos.*

### **Antecedentes:**

La geometría ha sido durante siglos uno de los pilares de la formación académica y parte importante de la cultura del hombre. No es fácil encontrar contextos en los que ella no aparezca de forma directa o indirecta. Es por ello que se admite de forma universal, la importancia de la geometría como disciplina formadora del razonamiento lógico. (Alsina, 1999)

Otras investigaciones señalan que la enseñanza de la geometría se ha desplazado a un segundo plano. Entre los distintos factores tenemos la fusión de la geometría con la aritmética y en especial el álgebra con la geometría. (Galindo, 1996).

Por otra parte, la dificultad que supone en los estudiantes por comprender la idea de longitud y superficie, pero en especial apropiarse del concepto de superficie.

Este concepto toma mayor dificultad cuando al variar la forma, los estudiantes no son capaces de aceptar la posible inmutabilidad de la medida de la superficie. Además tienen ligadas falsas relaciones entre área y perímetro, según estas investigaciones pueden permanecer más allá de los doce años (D`Amore, 2007).

### **Problemática:**

En los antecedentes se evidenciaron diversas situaciones. En primer lugar, la enseñanza de la geometría se ha desplazado a un segundo plano. A pesar de que se reconocen las múltiples soluciones que nos brinda la geometría a problemas de la vida diaria, se le da un sentido más aritmético y algebraico a la enseñanza de la geometría.

En segundo lugar diversas investigaciones se refieren a la dificultad de enseñar los conceptos de área y perímetro, sobre todo en los obstáculos didácticos referentes a la medida, como también al énfasis en la utilización de fórmulas para el cálculo del área y perímetro.

Estas razones justifican la realización de una serie de situaciones didácticas en la enseñanza de área y perímetro, que lleven a los estudiantes a una construcción y desarrollo del pensamiento geométrico en la sala de clases, por medio de la construcción de los conceptos de área y perímetro. Esta se realizará en un quinto año básico en el Colegio Santa Cecilia, ubicado en Santiago Centro, Chile.

Hoy en día la enseñanza del tópico de área y perímetro, se centra en un adiestramiento de fórmulas y cálculos sólo con la finalidad de lograr un resultado. En esta investigación se propone una serie de actividades donde los estudiantes no centren su quehacer en cálculos, sino en reflexionar que realizan.

De aquí en adelante se presentan las Fases de la Ingeniería Didáctica realizada:

### **Primera Fase Análisis Preliminares:**

#### ***Análisis del objeto matemático a enseñar***

En el libro que ocupan las estudiantes, Santillana 5 Básico, proyecto “La Casa del Saber” edición 2013, cuya problemática de este libro es contar los cuadrados más pequeños, cuyos

lados miden 1 cm. Luego de esto presentan la definición y fórmula, a continuación varios ejercicios de calcular el área.

Por otro lado en el texto escolar, editorial Santillana, año 2013 entregado por el Gobierno de Chile parte con una problemática de colocar cerámicas, donde se pretende que las alumnas comprendan el concepto de área, luego de este tipo de problemática se define área como “*la medida de la superficie*” para luego dar paso a muchos ejercicios de cálculo de área de cuadrados y rectángulos sin una articulación entre la problemática propuesta en un comienzo con los ejercicios posteriores.

En el libro mencionado anteriormente, respecto al perímetro, se propone una problemática de calcular las dimensiones de dos piscinas una rectangular y otra cuadrada, donde se requiere colocar rejas de seguridad por el borde, se pide que las estudiantes reflexionen sobre qué cantidad de rejas se necesita para cada piscina, pero no existe certeza de que se realice o que las estudiantes comprendan esta reflexión, es más fácil o rápido dar paso a los ejercicios de este tema.

En el trabajo que aquí se presenta con distintas situaciones didácticas se pretende colocar al estudiante en la búsqueda de encontrar el área y perímetro mediante el uso del Tangrama, reflexionando y comparando distintas figuras a formar.

También se trata de articular problemas de la vida real sin recurrir a fórmulas, sino más bien en comprender qué se debe hacer para calcular lo pedido, utilizar formas más exploratorias, no centrada y cerrada en una técnica que impide tener una comprensión amplia del objeto matemático que conocemos como área y perímetro.

### **Un poco de Historia y Epistemología**

Durante la edad media y hasta casi el siglo XVI los métodos para calcular áreas seguían los principios del razonamiento griego. Recordemos que los griegos fueron los primeros en inventar un método geométrico para calcular el área de figuras que no fueran poligonales, el llamado *método de Exhaución*, lo que nos llevaría situar los orígenes del cálculo en la matemática griega, ya que este método fue utilizado de forma sistemática por Arquímedes (287-212 a.c.), quien consiguió calcular, aplicando dicho método, con bastante precisión, el Área de algunas figuras planas, como la Elipse.

Básicamente, el método consiste en inscribir y circunscribir al recinto del que se quiere calcular el área una serie de figuras poligonales de áreas conocidas.

El ejemplo más conocido de este método es el empleado para calcular el área de un círculo, que se lleva a cabo a base de inscribir y circunscribir polígonos regulares a la circunferencia. El área buscada siempre se encuentra entre las áreas de la figura inscrita y la circunscrita. Cuanto mayor sea el número de lados del polígono, más precisa será el área obtenida para el Círculo.

En el caso de una curva cualquiera, para calcular el área encerrada bajo la misma entre dos puntos cualesquiera se puede aplicar el mismo método. Está claro que sí, en vez de uno, utilizamos dos rectángulos, obtendremos una aproximación mejor, en general cuanto mayor sea el número de rectángulos, obtendremos una aproximación mejor.

En el siglo XVII, Newton y Leibniz, apoyándose en las ideas básicas de este método, desarrollaron los fundamentos de lo que hoy conocemos como el Cálculo Integral, una rama de las matemáticas que tomaría forma definitiva en el Siglo XIX gracias a Cauchy y Reimann. El problema del Cálculo de áreas ha sido objeto de Investigación matemática desde el inicio de las culturas. Es su aplicación práctica una necesidad social como se mencionó antes. Esto significaba poder reducir el área de una figura geométrica cualquiera, a la de uno o varios cuadrados fuese una cosa de primer orden en la Investigación geométrica. El Cuadrado proporciona la más elemental de las áreas, por lo que es lógico que muchas culturas lo tomaran como unidad de medida.


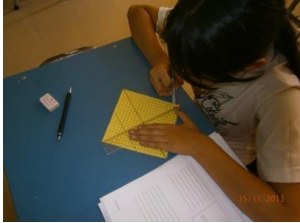



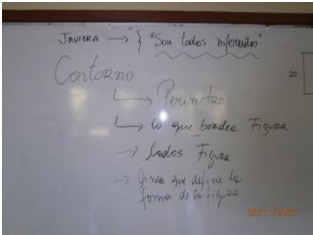
### **Segunda Fase Análisis a priori:**

Las hipótesis planteadas en esta fase se explicitan en la cuarta fase, donde se realiza un contraste entre análisis a priori y el análisis a posteriori.

### **Tercera Fase Experimentación:**

Aquí se presenta la situación didáctica con las estudiantes, la experimentación debe tener la explicitación de los objetivos y condiciones de la realización de la investigación a los estudiantes que participarán en la experimentación. Por otro lado se establece el Contrato Didáctico, la aplicación de instrumentos de investigación, el registro de observaciones realizadas durante la experimentación, esta fase incluyó nueve clases.

A continuación se muestra algunos registros fotográficos de las clases realizadas y los tipos situaciones didácticas que se vivieron en las actividades.

 <p><b>Situación Acción</b> Las alumnas trabajan cada una por separada en la construcción del Tangrama, como en el cálculo de Superficie y Contorno. (Clase 2, 3 y 4)</p>	 <p><b>Situación Acción</b> Las alumnas trabajan cada una por separada en la construcción del Tangrama, como en el cálculo de Superficie y Contorno. (Clase 2, 3 y 4)</p>
 <p><b>Situación Formulación</b> Las alumnas se reúnen en grupos para encontrar la figura patrón, también la Superficie y el contorno del cuadrado y de las figuras formadas (Clase 3, 4 y 5)</p>	 <p><b>Situación Formulación</b> Las alumnas discuten cuál puede ser la figura patrón porque sería la que ellas piensan, cómo calcular la Superficie y el Contorno del cuadrado y de las figuras formadas. (Clase 3, 4 y 5)</p>
 <p><b>Situación Validación</b> Al encontrar la figura patrón y Superficie y Contorno trata de validar cada una su respuesta frente al grupo</p>	 <p><b>Situación Institucionalización</b> La Profesora revisa con las alumnas las respuestas encontradas y comienza a formalizar los conceptos y realiza ejercicios del texto guía.</p>

**Cuarta Fase Análisis a posteriori y conclusiones:**

**Confrontación análisis a priori y análisis a posteriori**

<b>Análisis a priori</b>	<b>Análisis a posteriori</b>
Se esperaría que las estudiantes no siguieran las instrucciones. (Todas las clases)	Las estudiantes son capaces de escuchar, observar y seguir las instrucciones. (Todas las clases)
Se espera que las estudiantes no conozcan los conceptos como Diagonal de un Cuadrado, lados consecutivos en un cuadrado, puntos medios. (Clase 2)	Las estudiantes conocen los conceptos de Diagonal de un cuadrado, Características de un cuadrado, lados consecutivos, puntos medios. (Clase 2)
Se espera que las estudiantes saben ocupar regla y dibujar con ella. (Clase 2)	Las estudiantes tienen dificultad con la utilización de la regla, se debe realizar una clase extra para enseñar a como tomar la regla y dibujar. (Clase 2)
Se espera que las estudiantes no tengan dificultad en dibujar líneas, segmentos y rectas. (Clase 2)	Las estudiantes tienen dificultad al dibujar estas líneas pero por el poco manejo de la regla o por la poca experiencia en dibujar. (Clase 2)
Se espera que las estudiantes conozcan el Tangrama y que ya lo hayan utilizado al menos para jugar. (Clase 2)	Las estudiantes no conoce el Tangrama, primera vez que lo conocen y se entusiasman mucho al construirlo (Clase 2)
Se espera que las estudiantes no tuvieran dificultad en graduar el Tangrama. (Clase 2)	Las estudiantes tienen dificultad en graduar el Tangrama, sobre todo en las diagonales. (Clase 2)

Se piensa que las estudiantes no tendrán problema en calcular la superficie del cuadrado original, sus piezas y figuras propuestas. (Clase 5)	Las estudiantes no tienen dificultad en calcular superficie en el cuadrado como tampoco en todas las figuras. (Clase 5)
Se piensa que las estudiantes deberán calcular todas las figuras para poder darse cuenta que la superficie es la misma en todas. (Clase 5)	Algunas de las estudiantes antes de calcular las superficies de todas figuras propuestas se dan cuenta que la superficie es la misma, no cambia, ya que son las mismas figuras que forman el cuadrado, en distinto orden. (Clase 5)
Se piensa que las estudiantes les parecerá fácil contar los cuadrados para el contorno. (Clase 6)	Se les dificulta contar los cuadrados, especialmente en las diagonales y las líneas interiores. (Clase 6)
Se piensa que las estudiantes deberán calcular todos los contornos para darse cuenta que este es diferente en todas las figuras. (Clase 6)	Las estudiantes piensan y se confunden creyendo que ocurre lo mismo que con el área que todos los contornos serán iguales, se visualiza una dificultad. (Clase 6)
Se piensa que las estudiantes no logran articular las actividades con el concepto de área y perímetro. (Clase 8 y 9)	Las estudiantes si logran articular las actividades con los conceptos de área y perímetro. (Clase 8 y 9)



<b>Análisis a priori</b>	<b>Análisis a posteriori</b>
<p>Se cree que las actividades lograrán construir el concepto de área y perímetro. (Clase 8 y 9)</p>	<p>Se logra construir el concepto de área y perímetro en las estudiantes. (Clase 8 y 9)</p>

### ***Conclusiones:***

El desarrollo de esta Micro – Ingeniería se realizó sin ninguna dificultad siendo el principal foco de este trabajo el diseño y experimentación de las situaciones didácticas.

La planificación Curricular original del Quinto año básico del Colegio Santa Cecilia, sólo eran cuatro clases para área y perímetro. Las cuáles serían enseñadas de la una manera tradicional en forma expositiva, siguiendo el texto guía, centrando el cálculo de área y perímetro en fórmulas. Con las situaciones didácticas diseñadas y experimentadas se logró construir el concepto de área y perímetro a través de distintas problemáticas donde se utilizó el Tangrama Chino como material concreto, como se observa en las producciones de los estudiantes.

Con estas situaciones se buscó la experiencia de las estudiantes en la construcción de estos objetos matemáticos, donde ellas mismas pudieran realizar las actividades de forma autónoma. Así, ellas pudieron explorar, conjeturar y comprender lo que realizaban, en lugar de realizar cálculos sin sentido.

La actividad con la utilización del Tangrama facilitaron y lograron la comprensión del concepto de área, en cambio, si bien es cierto el concepto de perímetro se logró construir de forma correcta, las actividades de cálculo de contorno de las figuras tuvieron una mayor dificultad presentadas por las estudiantes, lo que en una próxima experimentación se debiera mejorar.

Las estudiantes obtuvieron producciones que demuestran un manejo de estos conceptos, como también lograron la articulación de las actividades realizadas con el Tangrama y el texto de estudio

Esta actividad de enseñanza ayudó a buscar estrategias en la resolución de problemas de mayor dificultad y abstracción, lo que permitiría asociar este contenido a problemas de la vida diaria. Por otro lado, las estudiantes obtuvieron mayores puntajes en el Post Test, luego de realizar las situaciones didácticas, lo que demuestra la importancia de la experimentación en la comprensión de los conceptos de área y perímetro.

El cambio de contrato didáctico no fue un impedimento para abordar la situación; al contrario, las estudiantes se mostraron con mucha voluntad y ánimo para trabajar de esta nueva forma, ya que sus clases en la mayoría están centradas en el profesor.

Se observa que el cálculo del perímetro es lo que causó mayor dificultad, porque les dificultó contar las unidades del contorno. Es posible que exista un obstáculo didáctico en esta tarea, lo que abre la oportunidad para mejorar la propuesta del cálculo del perímetro, actividad que se mejorará en una próxima situación didáctica.

## Referencias

- Alsina, C. (1987). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis.
- Angel, R. (2004). La escuela Francesa de Didáctica de las Matemáticas y la Construcción de una nueva Disciplina Científica. *La escuela Francesa de Didáctica de las Matemáticas y la Construcción de una nueva Disciplina Científica*. San José, Costa Rica .
- Balacheff. (1998). Es la argumentación un Obstáculo. Paris.
- Bell. (2010). *Historia de los Matemáticos*. Mexico: Fondo de cultura económica.
- Boyer, C. (2010). *Historia de la Matemática*. Madrid: Alianza.
- Brousseau, G. (s.f.). *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de las Matemáticas*. Burdeos.
- Chamorro, C. (1995). *Didáctica de las Matemáticas*.
- Chavarría, j. (25 de Marzo de 2006). Teoría de Situaciones Didácticas. *Teoría de Situaciones Didácticas*. Costa Rica.
- Chevallard, I. (1991). La Transposición Didáctica: Del Saber Sabio al Saber Enseñado. . *AIQUE*.
- D`Amore. (2007). Area y perímetro.
- De Faría Campos, E. (25 de Marzo de 2006). Transposición Didáctica. *Transposición Didáctica: Definición, Epistemología, Objeto de Estudio*. Costa Rica, Costa Rica.
- Douady. (1196). ingeniería Didáctica y evolución de la relación con el saber en las matemáticas.
- Downs, M. (1980). *Elementos de la Geometría*.
- Godino, J. (2003). Perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina Científica. Granada: Universidad de Granada.
- Van Hiele, D. (s.f.). *Geometría y Modelo de Van Hiele* .