

ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE LÍMITE FUNCIONAL: RECURSOS UTILIZADOS POR EL PROFESORADO

Luis Alonso Vidal Conde⁽¹⁾, M^a Jesús Salinas Portugal⁽²⁾, Teresa Fernández Blanco⁽³⁾

alonsovidal@edu.xunta.es– mjesus.salinas@usc.es– teref.blanco@usc.es

⁽¹⁾IES San Paio de Tuy, ⁽²⁾⁽³⁾Universidad de Santiago de Compostela

Núcleo temático: IV.

Modalidad: CB

Nivel educativo: 5

Palabras clave: Límite funcional, práctica docente, recursos

Resumen

Este trabajo forma parte de un estudio más amplio sobre la práctica docente del profesorado gallego entorno a la enseñanza-aprendizaje del concepto de límite funcional. En dicho estudio se realizó una encuesta al profesorado de Matemática de la Enseñanza Secundaria y Bachillerato de Galicia que recoge las opiniones acerca de diversos aspectos relativos al concepto del límite de funciones, como pueden ser: el nivel adecuado para su introducción, el rigor en la definición, las representaciones más utilizadas, instrumentos, recursos y estrategias predominantes, etc. Aquí analizaremos las respuestas correspondientes a las estrategias y materiales utilizados por el profesorado en la enseñanza del concepto de límite funcional.

Para clasificar las respuestas del profesorado se realizaron análisis clúster y factoriales. En cuanto a las estrategias, se agruparon en dos constructos, uno de representación intuitiva que se completaba con ejercicios y el otro constructo de profundización del concepto. En la utilización de material, también aparecen dos grandes grupos: a) Profesorado que prefiere usar herramientas clásicas, como la tiza, pizarra, libro de texto, cuaderno del alumno y calculadora científica, b) profesorado más partidario de elementos relacionados con las nuevas tecnologías como la pizarra digital, software informático, presentaciones tipo Power Point y aula de informática.

Múltiples investigaciones han sido realizadas en el campo de la didáctica de la Matemática entorno al concepto de límite funcional, pero en pocas ocasiones estas se focalizan en el docente. Por ese motivo consideramos relevante incidir en esta ocasión en el profesorado; conocer su pensamiento sobre estas cuestiones, su experiencia y su organización en el momento de la instrucción. Comprobar similitudes y diferencias, estrategias compartidas entre profesorado o tendencias diferentes. De ahí surge la formulación de una pregunta de

investigación: ¿Cómo se agrupa o se organiza el profesorado durante la instrucción del concepto de límite funcional en relación a estrategias y materiales utilizados?

Las estrategias de aprendizaje son procedimientos internos, cognitivos, que desarrollan los sujetos cuando aprenden para lograr un objetivo. Es trabajo del profesor reconstruir de forma consciente sus significados, como docentes, sobre el contenido que debe enseñarse y la forma en que el proceso de enseñanza debe producirse para conseguir que el alumno aprenda conscientemente. (Biggs, J., 1988).

En pleno siglo XXI, y con la incorporación de las nuevas tecnologías a los centros de enseñanza, las estrategias de aprendizaje cambiaron radicalmente pasando de una enseñanza centrada en la transmisión de conocimientos a una nueva centrada en el aprendizaje. En este sentido, la incorporación de diversos tipos de materiales adaptados a las necesidades del alumnado, que se ve propiciada fundamentalmente por el acceso a las nuevas tecnologías, es un elemento esencial para establecer comunicaciones entre profesor y estudiante.

Para Llinares (2008) enseñar matemática es una acción mediada por instrumentos, incluyendo instrumentos técnicos materiales, como objetos físicos junto con “instrumentos conceptuales constituidos por los conocimientos conceptuales que fundamentan la práctica de enseñar matemáticas” (Llinares (2008, p.7). En muchos casos los instrumentos son libros de texto y pizarras clásicas, y resulta notoria la ausencia de una variedad de materiales curriculares con actividades didácticas elaborados de manera consistente y secuencial, avalada y revisada por especialistas competentes, sabedores del conocimiento profesional de los profesores. (Sosa, 2011).

Materiales y estrategias usados por el profesorado.

Viseu y Ponte (2009) distinguen entre materiales manipulables (cosas que el alumno es capaz de sentir, tocar, manipular y mover) y materiales tecnológicos. La fuerte presencia en la sociedad actual aconseja la utilización de estos últimos en las aulas de Matemática, ya que además, permite la realización “de cálculos de un modo eficiente, facilita la organización y análisis de datos, proporciona imágenes visuales de los conceptos matemáticos y apoya la actividad exploratoria e investigativa de los alumnos en la realización de sus trabajos” (p. 389). En general no podemos excluir los recursos didácticos manipulativos o virtuales porque

para Godino et al. (2005, p.235) “pueden ser el soporte para proponer problemas y situaciones didácticas que promuevan la actividad y la reflexión matemática”.

Plasencia (2000) se pregunta sobre la forma en que la tecnología y el software informático pueden ser utilizados efectivamente para favorecer la intuición, la visualización y el conocimiento matemático, y propone que las nuevas tecnologías y su poder 'visualizador' entre de forma plena en las actividades que el profesor pretenda desarrollar. En ese sentido también se expresa Hitt (2003), pero haciendo notar que la tecnología debe ser una herramienta en la clase, no un fin. Concede a la tecnología la potencialidad de convertirse en un buen recurso que el profesor dispone para abordar los distintos registros de la representación de un objeto.

Costa y al., (2011) investigan mediante una encuesta a profesores de matemáticas formulando preguntas relativas a las tecnologías y visualización. Los encuestados respondieron afirmativamente a las preguntas relativas a la importancia de la visualización, a recomendar al alumnado la realización de gráficas, y a dar más importancia al uso de un software matemático como herramienta de visualización que la tiza y la pizarra.

Entre el profesorado de Matemáticas que utiliza programas informáticos y pizarras digitales comienza a destacar el uso frecuente de la aplicación GEOGEBRA. Utilizada para la docencia en la visualización de múltiples conceptos matemáticos, en particular geométricos, se está haciendo un hueco cada vez mayor entre el profesorado que se inclina por las TIC como herramienta de trabajo en la clase.

Es fácil encontrar programas que trabajan, desde Geogebra el concepto de límite. En Bustos (2013) se recoge un estudio con un grupo experimental y un grupo de control comparativo. Con el primero se utilizó el software Geogebra para la explicación gráfico-dinámica del concepto de límite. En el segundo se utilizó el método tradicional. La conclusión, fue una notable mejora del rendimiento, reflejada en los resultados obtenidos. En todo caso, las ventajas del uso de este tipo de aplicaciones, en opinión del profesorado, parecen centrarse en el ahorro de tiempo y de la visualización dinámica 'arrastrando objetos'. Entre las desventajas, no participar en la discusión de clase y no razonar las relaciones después de la medición con GeoGebra tal como pone de manifiesto el estudio elaborado por Erkek e Işıksal-Bostan (2015).

Objetivos y Método

El objetivo general es analizar y clasificar las respuestas del profesorado participante en el estudio en relación con algunos aspectos relacionados con su actividad docente y en relación con la instrucción del concepto límite funcional.

Como objetivos específicos tenemos: 1. Agrupar al profesorado atendiendo el material utilizado. 2. Agrupar al profesorado atendiendo a las estrategias.

La población objeto de nuestro estudio estaba formada por el profesorado de matemáticas de los centros públicos de Galicia. Se seleccionó una muestra de 32 centros distribuidos en las cuatro provincias según el núcleo de población. En total participaron 110 profesores.

Para la recogida de datos se elaboró un cuestionario en versión ON LINE con 16 preguntas que recogen aspectos relativos al concepto del límite de funciones, como pueden ser: el nivel adecuado para su introducción, el rigor en la definición, las representaciones más utilizadas, instrumentos, recursos y estrategias predominantes, etc. Aquí analizaremos las respuestas correspondientes a las estrategias y materiales utilizados por el profesorado en la enseñanza del concepto de límite funcional.

Se realizaron análisis descriptivos para ordenar, agrupar y estudiar los resultados del cuestionario y multivariante (análisis clúster y factoriales) para clasificar las respuestas del profesorado atendiendo al material y estrategias utilizadas.

Análisis de resultados

Agrupaciones del profesorado en función de los materiales usados en la instrucción

Se realiza análisis cluster de las variables indicadoras de los materiales utilizados para la explicación del concepto límite funcional. En nuestro caso fueron: utiliza tiza (UsaXiz), utiliza libro de texto (UsaLiv), utiliza cuaderno de actividades (UsaCAd), utiliza pizarra (Usapiz), utiliza calculadora (UsaCal), utiliza calculadora gráfica (UsaCalGR), utiliza proyector/DVD (UsaPrjDVD), utiliza pizarra digital (UsaPizDig), utiliza presentación power point (UsaPPT), utiliza aula informática (UsaAuInf), utiliza software informático (UsaSfWInf).

El profesorado en el momento de usar determinado material para la introducción del concepto de límite funcional, queda clasificado en dos grandes grupos:

a) Profesorado que prefiere usar herramientas, podríamos decir clásicas, como pueden ser la tiza, pizarra, libro de texto, cuaderno del alumno y también calculadora científica. Dentro de este grupo aparecen en una primera relación inmediata el profesorado que usa aún hoy, de manera preferente, la tiza y la pizarra.

b) Profesorado más partidario de elementos ligados al uso de nuevas tecnologías, como el uso de pizarra digital, software informático, proyectores, presentaciones tipo Power-Point y aula de informática.

Para confirmar el resultado anterior se procedió a la realización de un análisis factorial, buscando los dos factores principales que nos insinúa la prueba anterior, quedando explicada solamente un 40% de la varianza. Si no indicamos el número de factores previos dejando simplemente la elección para auto-valores superiores a 1, que es el más habitual, aparecerían cuatro factores explicando el 60% de la varianza.

Aún con los cuatro componentes principales el grupo de profesores y profesoras que eligen herramientas ligadas a las nuevas tecnologías configuran el primer factor. El segundo factor arrastra los elementos tradicionales como tiza y pizarra tradicional añadiendo las presentaciones tipo PPT. Los otros dos componentes marcan positivamente la persistencia del uso del libro de texto y el cuaderno del alumno, por una parte y el uso de calculadoras por otro.

Agrupaciones del profesorado en función de las estrategias usadas en la instrucción.

Los nombres de las variables que utilizamos para la aplicación del análisis multi-variante, se correspondía con el nombre de aquellos elementos que en la encuesta se utilizaron para que el profesorado pudiera entender de la mejor manera posible que con estrategias nos referíamos a "apoyos", no materiales precisamente, que nos ayudara a una mejor instrucción del concepto. Estas variables fueron: Conexión con la vida diaria (EstrConxVida), resolución de problemas (EstrResProb), apoyos didácticos (EstrMatApoio), historia de la matemática (EstrHistMat), hechos curiosos (EstrAnecCur), representación intuitiva (EstrRepInt), variedad de ejercicios (EstrMuitExer).

Se formaron dos grupos perfectamente identificables:

Un primer grupo formado por el profesorado que basa su instrucción en una representación intuitiva del concepto, unido a la realización de muchos y variados ejercicios sobre el tema.

Otro conglomerado, que, con mayor diversidad, de estrategias parece centrarse en la resolución de problemas y conexión con otras materias, unidos a los materiales de apoyo. En el análisis factorial se comprobó que eran suficientes dos componentes, con el 60% de la varianza explicada.

Conclusiones

En cuanto a los materiales utilizados, podemos clasificarlos en dos grupos: El primero ligado a herramientas más tradicionales (tiza, pizarra, libro, cuaderno, calculadora) y otro grupo que utiliza más materiales vinculados a las nuevas tecnologías. Es de destacar que aparece también señalado el profesorado que utiliza exclusivamente tiza y pizarra. En el campo de las estrategias, también aparecen dos grupos: un primer grupo que se caracteriza por preferir una representación intuitiva del concepto, unido a la realización de muchos ejercicios, y otro grupo que considera abordar la instrucción bajo parámetros de resolución de problemas, conectando con otras materias y se apoya en curiosidades, anécdotas o en la historia de las matemáticas.

Referencias bibliográficas

Biggs, J. (1988). *Approaches to learning and to essay writing*. . En R.R. Schemek (Ed). *Learning Strategies and Learning Styles*. New York: Plenum Press.

Bustos I. (2013). *Propuesta didáctica: La enseñanza del concepto de límite en el grado undécimo haciendo uso del Geogebra*. Universidad Nacional de Colombia. Consultado em <http://www.bdigital.unal.edu.co/9500/1/8411002.2013.pdf>

Costa, V. A., Di Domenicantonio, R., e Vacchino, M. C. (2011). La visualización como mediadora en el proceso de enseñanza y aprendizaje del Cálculo Integral. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 27, 75-87.

Erkek, O. e Işıksal-Bostan, M. (2015). Is the use of GeoGebra advantageous in the process of argumentation? CERME 9

Godino, J.D., Recio, A.M., Roa, R., Ruiz, F. e Pareja, J.L. (2005). Criterios de diseño y evaluación de situaciones didácticas basadas en el uso de medios informáticos para el estudio

de las matemáticas. *Investigación en Educación Matemática*. IX Simposio de la SEIEM. pp. 235-242. Córdoba 2005.

Hitt, F. (2003). Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, Vol. X, No. 2

Llinares, S. (2008) Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación. Conferencia invitada en III Encuentro de Programas de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional, Santa Fé de Bogotá, Colombia. Abril 24 y 25 de 2008.

Plasencia, I. (2000). Análisis del papel de las imágenes en la actividad matemática. Un estudio de casos. Tesis de doctorado, Universidad de la Laguna, Las Palmas de Gran Canaria, España. Recuperado 2 Febrero de 2017: <ftp://tesis.bbt.k.uill.es/ccppytec/cp114.pdf>

Sosa, L. (2011) Conocimiento matemático para la enseñanza en bachillerato: Un estudio de dos casos. Memoria para optar al grado de doctora presentada por Leticia Sosa Guerrero. Universidad de Huelva. Departamento de Didáctica de las Ciencias y Filosofía. Fecha de lectura: 27 de enero de 2011. Bajo la dirección del doctor José carrillo Yañez. Huelva, 2011

Viseu, F e da Ponte, J.(2009). Desenvolvimento do conhecimento didático do futuro professor de Matemática com apoio dás TIC's. *Revista latinoamericana de investigação em matemática educativa*. Relime v.12, n.3. México.2009