

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E DA COMUNICAÇÃO NO ENSINO DE FUNÇÃO.

Luciana Vieira Andrade – Giselle Costa de Sousa
luvieira13@gmail.com – gisellecsousa@hotmail.com
Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN - BRASIL

Núcleo temático: Recursos para Ensino e Aprendizagem da Matemática

Modalidade: Comunicação Breve (CB)

Nível educativo: Médio ou Secundário (12 a 15 anos)

Palavras chave: Ensino; História da Matemática; Função

Resumo

Este artigo apresenta os resultados parciais de uma pesquisa em andamento que estuda possibilidades do uso da História da Matemática (HM), articulada às Tecnologias da Informação e da Comunicação TIC) e à Investigação Matemática (IM), na sala de aula a partir da história do conceito de Função. Apresentam-se concepções norteadoras do uso da HM no ensino, recorrendo a elementos da utilização das TIC e da IM, compondo uma dissertação para o Mestrado Profissional que visa responder a pergunta-foco: Que elementos facilitadores para o ensino de Função, no nível da Educação Básica, podemos encontrar a partir da interligação entre HM e TIC (Geogebra)? Neste sentido, está sendo realizada uma pesquisa de caráter qualitativo com duas fases: a primeira com pesquisa bibliográfica e uma segunda fase pautada na metodologia da pesquisa ação. Como resultado parcial tem-se delineado um panorama histórico do conceito de função – com base na perspectiva de Youschkevitch (1976) – cujo conteúdo é referência para o desenvolvimento de um produto educacional composto por um caderno de atividades a ser aplicado com alunos da Educação Básica, abordando o conceito de Função desenvolvido ao longo da história, aplicadas via software Geogebra e à luz da IM.

1. Introdução

Este artigo descreve uma proposta de pesquisa em andamento que será apresentada em sua totalidade em uma dissertação de Mestrado Profissional. Incorpora-se a HM na sala de aula a partir da utilização da história do conceito de Função e sua articulação com TIC, via IM, em prol da elaboração de um caderno de atividades, especialmente levando em consideração os períodos considerados por (Youschkevitch, 1976): Antiguidade, Idade Média e Idade Moderna. Trata-se de um produto educacional, que será aplicado a alunos da Educação Básica, com atividades utilizando a HM apoiada por recursos tecnológicos (*software de*

matemática dinâmica: *Geogebra*), via IM, e que aborde o conceito de Função e suas diferentes formas de representação.

Considerando a importância da interligação entre HM e TIC, seguem algumas ideias quanto ao conceito de Função no passar do tempo, mostrando suas características durante a Antiguidade, a Idade Média e a Idade Moderna.

2. Alguns pontos quanto à história do conceito de função

As reflexões de Youschkevitch (1976) sobre o desenvolvimento do conceito de Função nos tem fundamentado. A partir de suas ideias concluímos que a história da funcionalidade é marcada pela contribuição de diferentes personagens em diferentes épocas. Contudo, considerando a necessidade de revisão dos marcos comumente postos na história do conceito de Função, Youschkevitch (1976) aborda observações quanto ao seu desenvolvimento até cerca da metade do século XIX, separando esse tempo em **três períodos** que ele julga importantes: Antiguidade, Idade Média e Idade Moderna.

Apresentamos o desenvolvimento do conceito de Função ao longo da História, considerando as diversas formas de conceber esse intelecto, a partir das épocas citadas.

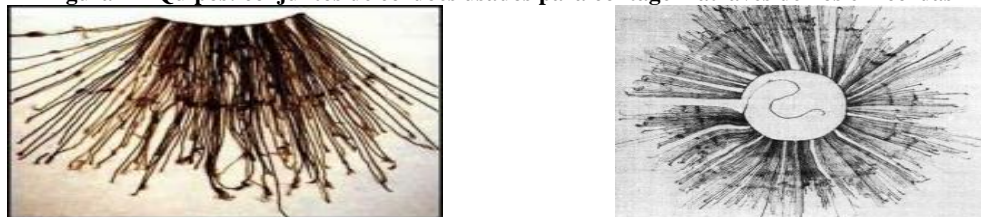
2.1 Antiguidade

Para Youschkevitch (1976), a ideia de funcionalidade já existia na Antiguidade e se alterou com o tempo. Nesse período, a noção de Função aparecia por meio do estudo de **casos particulares de dependências** entre quantidades, mas sem **noções gerais de variáveis e funções**. Para (Vázquez, Rey, & Boubée, 2008), na Antiguidade começaram a se desenvolver algumas **manifestações implícitas relativas à noção de Função**, sem a ideia abstrata de variável, as quantidades eram descritas verbalmente.

Função era entendida como “correspondência entre conjuntos dados de objetos e uma sequência de números para contar” (VÁZQUEZ; REY; BOUBÉE, 2008, p. 142), por exemplo, para controle do rebanho, associava-se cada animal a uma dobra no dedo ou uma ranhura em barro/pedra ou marcando nós em uma corda. Para (Eves, 2004), tratava-se da “maneira mais antiga de contar e baseava-se em algum método de registro simples, empregando o princípio de correspondência biunívoca”. Tal associação remete à noção de Função ao associar cada elemento de um conjunto (marcas em pedra ou nós em corda) a um

único elemento de outro (animais do rebanho). Por isso, Vázquez, Rey e Boubée (2008, p. 142) dizem ainda que “a noção de Função tem suas raízes no desenvolvimento do conceito de número”.

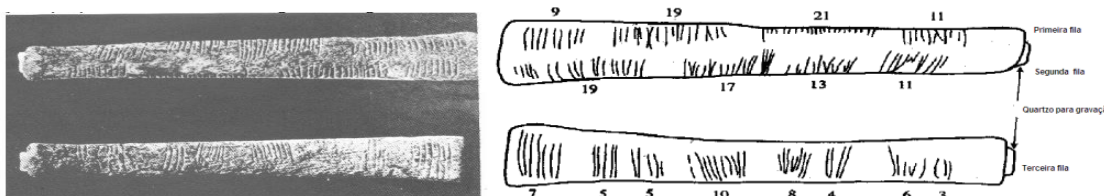
Figura 1 – Quipos: conjuntos de cordões usados para contagem através de nós em cordas



Fonte: Eves (2004, p. 27)

Quando as correspondências entre quantidades, realizadas para processos de contagem, são “registradas materialmente através de entalhes em ossos, madeiras, pedras, etc., surgem as denominadas talhas numéricas” (Almeida, 2015). Como exemplo, o Osso de *Ishango* e o tablete de argila *Plimpton 322*, destacados a seguir.

Figura 2 - Osso Ishango usado para se fazer contas



Fonte: (Instituto de Matemática e Estatística da USP (2009)., 2009) (texto produzido por professora)⁴⁴

Figura 3 - Tábula Babilônica – *Plimpton 322*



Fonte: (Cuneiform Digital Library Initiative (CDLI).)⁴⁵

Em suma, a contribuição da Antiguidade para o conceito de Função é marcada pelos Babilônios, Gregos, Egípcios, Árabes e Hindus, que produziram **documentos** como tabelas de argilas para registros numéricos e cálculos aritméticos, cujo anseio era **solucionar**

⁴⁴ <[https://www.ime.usp.br/~dpdias/2014/MAT1514%20-%20SistemasNumeracao\(Texto%20MariaElisa\).pdf](https://www.ime.usp.br/~dpdias/2014/MAT1514%20-%20SistemasNumeracao(Texto%20MariaElisa).pdf)>. Consultado em 10/12/2016.

⁴⁵ <http://cdli.ucla.edu/dl/photo/P254790.jpg>. Consultado em 10/12/2016.

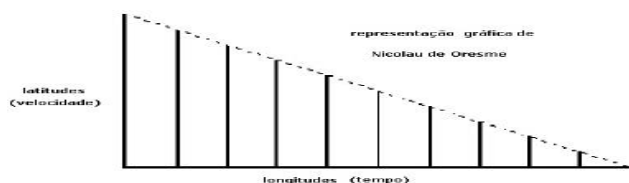
problemas práticos, em que a análise era de **casos particulares** e ocorria por meio da representação **aritmética**. Contudo a ideia de Função não se resume apenas a essas características, apresentamos, na sequência, as contribuições da Idade Média.

2.2 Idade Média

No século XIV, na ciência Europeia, as **noções gerais se expressaram pela primeira vez de forma definida**, tanto nas formas geométricas quanto mecânicas. Como na Antiguidade, cada caso concreto de dependência entre quantidades era definido por uma expressão verbal, ou um gráfico, em vez de uma fórmula, contudo a principal diferença neste período está na **presença de noções gerais**. Foi uma época em que o **estudo dos fenômenos naturais** estava em destaque. Como exemplos, (Boyer & Merzbach, 2012) citam a variação da “**velocidade de um objeto** em movimento e a **variação da temperatura**, de ponto para ponto, em um objeto com temperatura uniforme”. Boyer e Merzbach (2012) informam que Nicole de Oresme (1323-1382) buscou solução para percepção e análise mais detalhadas dessas variações por meio de uma figura. A partir de suas ideias, surgem as primeiras **representações gráficas de funções**.

A figura seguinte, denominada **latitude das formas**, na qual Oresme utilizou uma maneira nova de representar dependência entre variáveis, apresenta as grandezas tempo e velocidade e sua dependência por meio de retas horizontal e vertical, respectivamente. Oresme manteve as **expressões latitude e longitude** que, mais tarde, receberam as denominações **abscissa e ordenada**.

Figura 4 - Representação gráfica de Oresme



Fonte: (Rezende & Thess, 2009)⁴⁶

Em suma, na Idade Média, a novidade eram as **representações geométricas** para dependências entre grandezas de Função, bem como algumas ideias de casos gerais.

⁴⁶ REZENDE, W. M.; THESS, A. V.. Procura-se pela Função: alguém viu? 2ª Jornada de Matemática: Oficina. UERJ, Caxias: Centro Acadêmico de Matemática, 2009. <<http://pt.slideshare.net/prof.andrea/procura-se-pela-funo-algum-viu>> Consultado em 10/12/2016.

2.3 Período Moderno

Nessa época, iniciada ao final do século XVI, prevalecem as **expressões analíticas das funções**, indicadas por **somas de séries de potências infinitas**. Essa **interpretação analítica** revolucionou o mundo matemático, pela sua eficácia, e assumiu um papel importantíssimo quanto ao conceito de Função em todas as ciências exatas. Contudo, exclusivamente esse entendimento, com o passar do tempo, foi **tido como inadequado**, de tal modo que houve a necessidade de uma **nova definição geral** que, posteriormente se **universalizou**.

Ao final do século XVI, o **uso de letras** para representar quantidades **variáveis** apareceu como uma novidade matemática. Para (Sá, Souza, & Silva, 2003) é com Galileu Galilei (1564-1642) que ocorrem as primeiras **discussões quantitativas dos axiomas** mensuráveis e, portanto, representáveis por fórmulas. Embora Galileu não tenha formalizado de maneira explícita a palavra Função, Sá, Souza e Silva (2003), informam que o **estudo do movimento** deu origem a este conceito ou de **relação entre variáveis**.

François Viète (1540-1603) estabeleceu como prática o uso de vogais para representarem quantidades desconhecidas e consoantes para a representação dos parâmetros, o que Youschkevitch (1976) considerou como a **Nova Álgebra**.

A **convenção moderna** de se usar as primeiras letras do alfabeto para representar constantes e as últimas letras para representar as incógnitas foi introduzida por **Descartes**, filósofo e matemático francês que propôs a utilização de um **sistema de eixos** para localizar pontos e representar graficamente as equações.

No século XVII, destacam-se Newton (1642-1727) e Leibniz (1646-1716), ambos com trabalhos envolvendo variações, contribuindo para o avanço quanto à Análise Matemática e, conseqüentemente, quanto ao estudo das funções. Foi Leibniz (1646-1716) quem primeiro usou o termo Função, em 1673, para designar, em linhas muito gerais, um segmento de reta (corda, abscissa, ordenada, etc) cujo comprimento depende da posição que ocupa certo ponto sobre uma curva dada.

Durante o século XVIII, destaca-se Leonhard Euler (1707 – 1783), cuja característica mais marcante inclui a criação e o uso de uma simbologia que é aceita e utilizada até os dias atuais, por exemplo, **$l x$ para logaritmo de x** , o uso da letra \sum **para indicar somatório**, e talvez a mais importante de todas, a **representação $f(x)$ para função de x** , (BOYER; MERZBACH,

2012). Sobre isso, Boyer e Merzbach (2012, p. 304) dizem que “em quase tudo, Euler, o construtor de notação mais bem-sucedido em todos os tempos, escrevia na linguagem e notação que usamos hoje”. Euler, em seu *Introductio in Analysin infinitorum* (1748), define Função de uma quantidade variável como “qualquer expressão analítica formada daquela quantidade variável e de números ou quantidades constantes” (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 305).

Foi estabelecida por Dirichlet, que **separou o conceito de Função de sua representação analítica**, conforme Vázquez, Rey e Boubée (2008, p. 250), a **definição de Função**: “y é uma função da variável x, definida no intervalo $a < x < b$, se para todo valor da variável x nesse intervalo, lhe corresponde um valor determinado da variável y. Além disso, é irrelevante como se estabelece essa correspondência”.

Assim, as ideias de Função na Idade Moderna sugerem a possibilidade apresentá-la de **maneira verbal**, por meio de uma **tabela de valores**, com uma **expressão analítica**, por um **gráfico**, entre outras formas. Aqui se unem as diferentes formas de representação que nos períodos anteriores eram vistas de maneira isolada.

3. Percurso metodológico

Para essa proposta tem-se realizado pesquisa qualitativa, em que, como tratam (Ludke, 1986), os dados serão predominantemente descritivos e interessam mais pelo processo que pelo produto. Nela, o foco do pesquisador são os significados atribuídos pelos envolvidos às coisas e à vida, além de realizar análise indutiva dos dados.

Neste sentido, este estudo tem sido desenvolvido por meio de duas fases, uma pesquisa bibliográfica, com leituras de livros, teses, dissertações, artigos em periódicos nacionais e estrangeiros, ensaios e anais de congressos. A outra fase utilizará o tipo pesquisa ação, em que as ideias da IM estarão presentes nas observações, aplicações das atividades e análise dos dados coletados. Nesta fase, registros de observações de aulas (relatórios), fotográficos, de vídeo e atividades dos alunos também serão utilizados e os resultados organizados em gráficos, tabelas e falas transcritas. Para a fase dois está sendo elaborado um caderno, composto por três blocos de atividades, cada um destacando tarefas que vislumbrem as características da ideia de funcionalidade na Antiguidade, Idade Média e Idade Moderna, possibilitando ao aluno vivenciar experiências que permitam a (re)construção do conceito de Função. Desse modo, o bloco 1 destacará a representação aritmética do conceito Função

(Antiguidade), o segundo bloco apresentará a representação geométrica (Idade Média) e o último bloco contemplará a representação analítica, bem como, a junção com as anteriores (Idade Moderna).

Neste caderno, os blocos estão sendo organizados de forma tal que apresentarão atividades que buscam contemplar as fases da IM tratadas por (Ponte, 2013): reconhecimento da situação, sua exploração e formulação de questões; formulação de conjecturas; testes e refinamento das conjecturas; justificativa da conjectura e avaliação/resultado do raciocínio. Em todas, nos propomos a apresentar situações históricas, ligadas aos períodos considerados. Pretende-se que o aluno investigue processos matemáticos semelhantes aos produzidos no contexto de seu desenvolvimento, na perspectiva das atividades de redescoberta propostas por Fossa (2001), para uso da HM no ensino. Será o Uso Ponderativo da HM, que (Fossa, Hamlet, Antipholus e Antipholus: lucubrações pedagógicas sobre a história da matemática., 2001) define como sendo aquele em que a HM é usada para ensinar os próprios conceitos da Matemática, a partir das quais os conteúdos são trabalhados por meio de uma abordagem histórica, tornando-se, modo eficaz de se ensinar.

Assim, as atividades serão ponto de partida para investigação e os alunos, a partir de suas resoluções, estabelecem conjecturas, aguçam criatividade/curiosidade, manipulam materiais apropriados, fazem registros escritos dos resultados e os socializa.

Assim, o uso adequado da HM como instrumento pedagógico consiste em integrar conceitos e problemas históricos na rotina diária de sala de aula, tornando-se “parte da **experiência matemática** do aluno” (FOSSA; MENDES; VALDÉS, 2006, p. 140). **Atividades com vistas à redescoberta, levam o aluno a realizar investigações de forma crítica**, tornando-o “ativamente engajado com a matemática”, desenvolvendo “apreciação de métodos matemáticos, incluindo abstração e demonstração” e “senso de autoestima e confiança em seus poderes de observação e pensamento” (Fossa, Mendes, & Valdés, 2006).

Como resultado parcial percebemos, a partir dos argumentos de Youschkevitch (1976), que o conceito de funcionalidade sofreu alterações com o decorrer do tempo e que tais são similares as diferentes formas de representação de tal conceito que devem ser percebidas em sua totalidade e interação para que o mesmo seja compreendido. Conhecer tais alterações implica perceber o quão dinâmico é o conhecimento matemático e ainda que se trata de uma área inacabada. Dessa forma, a evolução do conceito de dependência funcional é utilizada

nesse trabalho como elemento que nos proporciona um panorama global desse dinamismo e, portanto, tem-se que o conceito de Função como aliado ao ensino da Matemática e de outras áreas do conhecimento por permitir a descrição do comportamento de fenômenos no cotidiano através da leitura, interpretação e construção dos gráficos, tabelas e expressões gerais (leis de formação).

4. Considerações finais

Os conhecimentos adquiridos e descritos nesse artigo são resultados das leituras acerca dos principais elementos referentes ao uso da HM, com apoio da IM, no ensino da Matemática, particularmente, sobre a história do conceito de Função articulada a TIC. Defendemos aqui a ideia de que utilizar essas informações/recursos em sala de aula contribui para o aprendizado do aluno e enriquece a prática docente, pensando a Matemática da escola com uma visão mais global viabilizando o trabalho via TIC.

Tendo como principal referência Youschkevitch (1976), delineamos aspectos importantes a serem levados em consideração quando se trata do histórico do conceito de Função. Dentre tais aspectos, destacamos a relevância de abordagens que primem por diferentes representações, algébrica, gráfica e analítica que serão articulados por meio de atividades históricas que façam uso da IM de modo semelhante ao que ocorreram na Antiguidade, na Idade Média e na Idade Moderna.

Referências

Instituto de Matemática e Estatística da USP (2009). . (2009). Acesso em 10 de 12 de 2016, disponível em IME USP:

[https://www.ime.usp.br/~dpdias/2014/MAT1514%20-%20SistemasNumeracao\(Texto%20MariaElisa\).pdf](https://www.ime.usp.br/~dpdias/2014/MAT1514%20-%20SistemasNumeracao(Texto%20MariaElisa).pdf)>

Almeida, M. d. (2015). XI Seminário Nacional de História da Matemática – Anais. *As Mais Antigas Evidências Conhecidas do Emprego de Talhas Numéricas Associadas a Processos de Contagem*. Brasil.

Boyer, C. B., & Merzbach, U. C. (2012). *História da Matemática [tradução de Helena Castro]*. São paulo: Edgar Blucher.

Cuneiform Digital Library Initiative (CDLI). (s.d.). Acesso em 10 de 12 de 2016, disponível em Cuneiform Digital Library Initiative (CDLI).: <http://cdli.ucla.edu/dl/photo/P254790.jpg>.

- Eves, H. (2004). *Introdução à História da Matemática*. Campinas: UNICAMP.
- Fossa, J. A. (2001). Hamlet, Antipholus e Antipholus: lucubrações pedagógicas sobre a história da matemática. In: J. A. Fossa, *Ensaio sobre educação matemática*. (p. 181). Belém: EDUEPA.
- Fossa, J. A., Mendes, I. A., & Valdés, J. E. (2006). *A História Como um Agente de Cognição na Educação Matemática*. Porto Alegre: Sulina.
- Ludke, M. A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Ponte, J. P. (2013). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Rezende, W. M., & Thess, A. V. (2009). Procura-se pela Função: alguém viu? *2ª Jornada de Matemática: Oficina*. UERJ, Caxias: Centro Acadêmico de Matemática, Rio de Janeiro, Brasil.
- Sá, P. F., Souza, G. F., & Silva, I. D. (2003). A Construção do Conceito de Função: alguns dados históricos. *Traços (UNAMA)*, 81-94.
- Vázquez, P. S., Rey, G., & Boubée, C. (2008). El concepto de función a través de la Historia. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, pp. 141-151.
- Youschkevitch, A. P. (1976). *The Concept of Function up to the Middle of the 19 th Century*. Moscow: Institute for History of Science and Technology.