

UN CURSO HÍBRIDO DE ECUACIONES DIFERENCIALES

Rubén Darío Santiago Acosta – Ma de Lourdes Quezada Batalla
ruben.dario@itesm.mx – lquezada@itesm.mx
Tecnológico de Monterrey, Campus Estado de México, México

Núcleo temático: V, Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Modalidad: CB

Nivel educativo: 5, Formación y actualización docente (formación universitaria)

Palabras clave: Ecuaciones Diferenciales, OpenEdX, Aprendizaje adaptativo

Resumen

En este trabajo se presenta un curso híbrido de ecuaciones diferenciales cuyo objetivo es fortalecer las competencias relacionadas con el planteamiento, análisis y solución de modelos matemáticos en estudiantes de ingeniería. El curso se apoya en herramientas de tecnología móvil para reducir el tiempo dedicado en el aula al estudio y práctica de los algoritmos de solución de ecuaciones diferenciales e incrementar el dedicado a la modelación matemática de diferentes fenómenos. El curso se estructuró en cinco módulos que contienen: material electrónico de apoyo, videos explicativos, presentaciones, prácticas de experimentación computacional de conceptos, entrenador de ejercicios y problemas, actividad integradora o reto y actividad de evaluación. El curso se montó en la plataforma Open-EdX que permite interactividad en todo momento y lugar con cualquier dispositivo móvil. El sistema de evaluación se construyó mediante programas interactivos que cambian aleatoriamente las preguntas con contenido matemático. Las prácticas de exploración fueron elaboradas en el paquete Mathematica que permite analizar simbólicamente y gráficamente soluciones de ejercicios y problemas. En el trabajo se muestran varios elementos usados en su construcción y se contrastan resultados de aprendizaje de 182 estudiantes que tomaron el curso recientemente en el Campus Estado de México del Tecnológico de Monterrey

Introducción

El curso de Ecuaciones Diferenciales (ED) que se ofrece en el Tecnológico de Monterrey es amplio ya que contiene cinco temas complejos, difíciles de cubrir a profundidad en el tiempo asignado. Diversos estudios indican que los alumnos que toman el curso no son capaces de analizar situaciones problemáticas en contexto debido en gran medida a dos factores, a saber: el precario desarrollo de sus habilidades y competencias de resolución de problemas y la promoción excesiva de métodos algorítmicos de solución de ecuaciones diferenciales (Santiago, 2002). Como consecuencia, se sacrifica la modelación matemática y el análisis de situaciones complejas para dedicar mayor espacio al estudio de los algoritmos. Se pierde así

la posibilidad de utilizar las ED para describir fenómenos que ocurren en la naturaleza asociados con la física, la economía, la demografía, la ecología, entre muchas otras áreas. En un trabajo reciente, se plantea la necesidad de integrar herramientas de tecnología móvil para reducir los tiempos de algoritmia en clase y aumentar las actividades de modelación matemática (Santiago, Delgado & Quezada, 2012).

En este trabajo se propone reducir el tiempo de clase dedicado al estudio de los algoritmos de solución de ED y ampliar el tiempo dedicado a la modelación matemática mediante el uso de diversas tecnologías móviles. Los objetivos son: determinar los efectos en el desarrollo de competencias de modelación matemática en alumnos que toman un curso de ecuaciones diferenciales apoyado por tecnología móvil y retos de aprendizaje; y analizar los cambios en los procesos algorítmicos utilizados por los alumnos que utilizan un entrenador en línea de métodos de solución de ecuaciones diferenciales.

Marco teórico

Los modelos matemáticos surgen de manera natural cuando se tiene la necesidad de responder preguntas específicas en situaciones reales, cuando se requiere tomar decisiones o cuando es necesario hacer predicciones relacionadas con fenómenos naturales. Lehrer y Schauble (2000) sugieren que la introducción de la modelación matemática al aula permite que: los alumnos enfrenten situaciones problemáticas de interés y desarrollen sus capacidades de explorar y representar fenómenos mediante ecuaciones diferenciales. En general, el planteamiento de modelos, vía ecuaciones diferenciales, no es simple y su construcción requiere de práctica (Rodríguez, 2010; Rodriguez & Rivera, 2016). Otros autores señalan que la enseñanza de las ED por medio de la modelación requiere enseñar tanto los elementos teóricos como las estrategias de construcción de las ED (Trigueros, 2009). Existe acuerdo entre estas posturas y la metodología de aprendizaje basado en retos (ITESM, 2016), donde los estudiantes enfrentan desafíos reales, apoyados con módulos de aprendizaje, y vinculan las matemáticas con los fenómenos de cambio.

De acuerdo con la Teoría APOE (Acciones, Procesos, Objetos, Esquemas) los estudiantes deben evolucionar desde utilizar sólo procedimientos y acciones hasta lograr esquemas que les permitan resolver problemas (Dubinsky, 1991). En la práctica, la teoría APOE se usa mediante ciclos de aprendizaje ACE formados por actividades, discusiones en clase y ejercicios. Por ejemplo, Vizcaíno (2004) utilizó el ciclo en un curso de cálculo, y sugiere:

organizar a los alumnos en equipos de trabajo, desarrollar todas las actividades en un laboratorio utilizando paquetes computacionales de análisis matemático, discutir en el aula lo aprendido y culminar con ejercicios individuales.

Por otra parte, diversos materiales didácticos (programas, asistentes educativos, libros electrónicos, tutoriales de apoyo) han sido contruidos con el objetivo específico de provocar una mejora en el aprendizaje de la matemática. Artigue (2007) menciona que “las tecnologías informáticas trastornan los equilibrios tradicionales entre el valor epistémico y pragmático de las técnicas”. Es decir, aun cuando la tecnología pretende que los estudiantes aprendan más y mejor es necesario no descuidar los problemas que el estudiante tiene con los objetos matemáticos de aprendizaje. Actualmente, existe una tendencia para construir sistemas adaptativos para el aprendizaje de la matemática que consideren las características y conocimientos de los estudiantes. Un software que produce entrenadores semiadaptativos es el software GenTutor elaborado en el paquete Mathematica y que ha sido usado para construir sistemas de entrenamiento algorítmico en cursos de cálculo (Santiago y Quezada, 2013).

En otro contexto, nuevas tendencias y necesidades de aprendizaje han provocado el surgimiento de loss cursos masivos abiertos en línea (MOOC: Massive Open Online Course). La tecnología para elaborar estos cursos requiere de poco hardware y están al alcance de la generalidad de los docentes. Por ejemplo, la plataforma Open-EdX ha sido usada por muchas instituciones empeñadas en mejorar la calidad de aprendizaje de los estudiantes. El diseño instruccional en la elaboración de un MOOC es un elemento fundamental para el éxito o fracaso del curso. Zapata (2015) recomienda seguir una metodología de 6 fases para construirlo, a saber: 1) establecer los objetivos; 2) seleccionar y construir unidades de aprendizaje; 3) elaborar la guía docente; 4) hacer la guía didáctica para el alumno; 5) organizar los materiales considerando objetivos y evaluación; 6) elaborar la guía de comunicación entre profesores y alumnos.

En conclusión, para promover el desarrollo de competencias de modelación matemática y mejorar las habilidades algorítmicas de los alumnos se propone utilizar la plataforma Open-EdX para impartir un curso hibrido de Ecuaciones Diferenciales que: utilice herramientas tecnológicas de vanguardia y esté estructurado con actividades de resolución de ejercicios interactivos y problemas complejos.

Diseño del curso

El curso contiene cinco módulos. En el primero “Análisis de las ecuaciones diferenciales de primer orden” se revisan los conceptos básicos y se muestran ejemplos de aplicación en diversas áreas. El segundo módulo “Estudio de las ecuaciones diferenciales de segundo orden” tiene como objetivo analizar situaciones emanadas de la mecánica clásica donde, de manera natural, aparecen ecuaciones de segundo orden. El tercer módulo “Comprendiendo la Transformada de Laplace” se dedica al estudio de un paradigma diferente de solución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones diferenciales. En el cuarto “El uso de métodos numéricos en la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias” se construyen programas para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales de forma numérica y se analizan diferentes sistemas físicos mediante las ecuaciones de Hamilton. En el último módulo “Conceptos básicos de las ecuaciones diferenciales parciales” se discuten las ecuaciones clásicas del calor, de la cuerda y de Laplace.

Cada módulo está estructurado en la forma usual de un MOOC y contiene: presentación de entrada, material electrónico de apoyo, teoría básica, práctica de exploración, ejemplos y ejercicios interactivos, problemas y retos, para terminar con una actividad de autoevaluación. En la sección de ejemplos y ejercicios interactivos se explican detalladamente ejemplos típicos y se enlaza con el entrenador de ejercicios del tema. El entrenador presenta aleatoriamente ejercicios y los estudiantes reciben retroalimentación inmediata. En la figura 1 se muestra una práctica de exploración sobre un sistema físico (péndulo doble) que requiere de establecer un sistema de ecuaciones diferenciales.

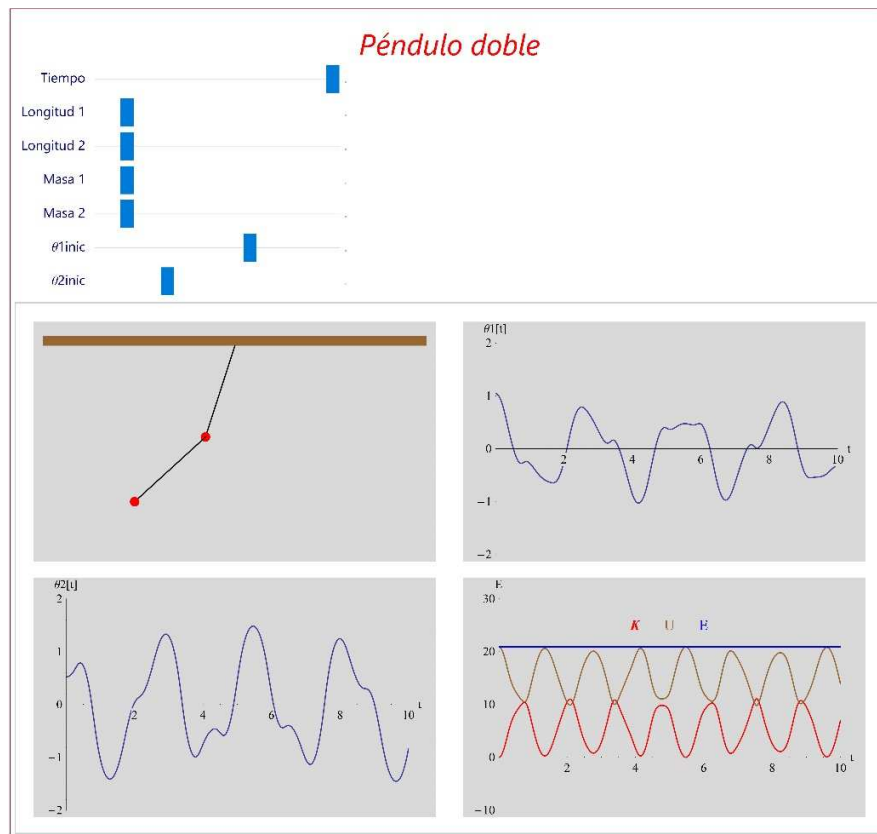


Figura 1. Práctica de sistemas de ecuaciones diferenciales

En el apartado de problemas y retos se presentan situaciones complejas a los estudiantes. Por ejemplo, el reto “¡No hay clases!” trata sobre la modelación de la epidemia de la influenza acontecido en México hace varios años. A partir de los datos los alumnos construyen la ecuación diferencial que modela la situación, el reto se complementa con dilemas éticos. Finalmente, el último apartado de cada módulo se orienta a la evaluación de los estudiantes mediante ejercicios y problemas seleccionados aleatoriamente en la plataforma Open-EdX.

Investigación

Para realizar la investigación se consideró un grupo de 32 alumnos de todas las carreras de ingeniería del Tecnológico de Monterrey, Campus Estado de México. El curso se impartió mediante el ciclo de aprendizaje Actividad-Clase-Ejercicios-Problema, donde: 1) los alumnos revisan la teoría y hacen la actividad de exploración de conceptos (A) fuera del aula; 2) en clase (C) se revisa el tema; 3) fuera del aula, los alumnos revisan los ejemplos y hacen los ejercicios (E) interactivos aleatorios previos a la evaluación en Open-EdX; en la clase siguiente, los alumnos resuelven un problema o reto.

Se analizaron sus exámenes mediante una lista de cotejo que considera estrategia, procedimiento y respuesta y se contrastaron los resultados con alumnos de un grupo testigo. Se analizaron los reportes de los retos mediante rúbrica de cuatro niveles que considera: construcción del modelo matemático, uso de tecnología, uso de lenguaje matemático y análisis de la solución. Finalmente, se encuestó a los alumnos sobre su percepción del curso en línea y de las actividades.

Resultados

Para analizar los resultados de los exámenes, se agruparon las preguntas consideradas de forma secuencial. Se seleccionó una muestra de 32 alumnos que no tomaron el curso en línea y los 32 alumnos que si lo tomaron. Cada pregunta tuvo un puntaje de 0, 1, 2 o 3 puntos considerando estrategia seguida (correcta o incorrecta), procedimiento (adecuado o inadecuado), respuesta (congruente y correcta o incongruente). En la figura 2 se muestran los resultados de los dos grupos por pregunta y el resultado global en el tema de Transformada de Laplace. En general, los alumnos que usan el curso en línea (M: MOOC) tienen un mejor resultado en sus procedimientos que los alumnos que no lo tomaron (T: Tradicional). Notablemente, preguntas asociadas a problemas en contexto (Aplic: Aplicaciones) son mejor planteadas por los alumnos que tomaron el curso. En las preguntas sobre la parte operativa de transformada de Laplace (TL), de anti transformada (ATL) y de solución de ecuaciones diferenciales (ED-1: Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden, ED-2: Ecuaciones Diferenciales de Segundo Orden) los resultados son similares.

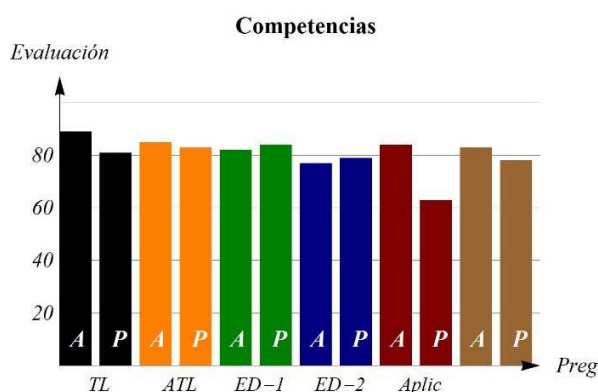


Figura 2. Resultados del examen de transformada de Laplace.

Los retos fueron resueltos en equipos de cuatro alumnos. En la figura 3 se muestran los resultados de los reportes. En general, existe un buen planteamiento del modelo (Esol:

Estrategia de solución) y el uso de tecnología (Tec: Tecnología), pero faltó un mayor análisis de la solución propuesta (Asol: Análisis de la solución).

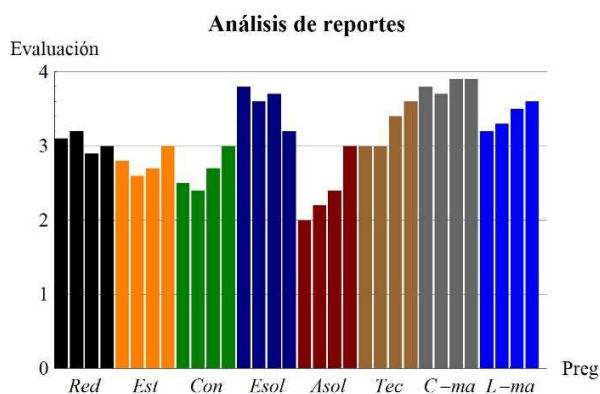


Figura 3. Resultados de los reportes de los retos.

Los resultados de la encuesta de percepción del curso se muestran en la figura 4.

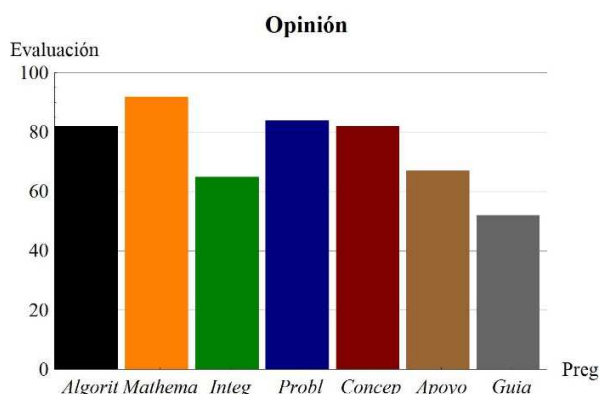


Figura 5. Resultados de la encuesta de percepción del curso.

Los alumnos consideran que los ejercicios de la plataforma son adecuados (Algorit: Uso de Algoritmos), pero requieren un manual para escribir sus respuestas (Guía). Además, consideran que las prácticas de exploración (Mathema: Mathematica) fueron útiles, que las actividades fueron muy complejas y no se tuvo el apoyo adecuado.

Discusión

Los resultados que se obtuvieron en la prueba piloto sugieren que: los estudiantes mantienen sus habilidades algorítmicas y mejoran sus competencias para resolver problemas complejos, resultado acorde con lo planteado por Trigueros (2009) ya que los estudiantes desarrollan formas creativas de resolver problemas con tecnología. Al intentar resolver retos, como “No hay Clases”, los estudiantes se involucran más en las propuestas de solución, además el uso de herramientas computacionales les permite analizar más profundamente las sutilezas de sus

soluciones, lo que no se puede hacer en cursos convencionales; conclusión similar a la reportada por Rodríguez y Rivera (2016). El trabajar en el curso con una metodología basada en ciclos de aprendizaje permite que los estudiantes usen la tecnología para comprender mejor las ideas matemáticas del curso, lo cual es observable al analizar sus reportes de solución de retos, conclusión está acorde con las reportadas por Vizcaíno (2004) En cuanto al análisis del curso, los estudiantes sugieren que faltan apoyos y guías rápidas. Estos apoyos tienen que ver más con las formas de navegar y de interactuar con el entrenador en línea que con los contenidos del curso. De acuerdo con Zapata-Ros (2015) deberemos incorporar las sugerencias en el apartado de apoyos para los alumnos y guía del profesor.

Conclusiones

El estudio de las ecuaciones diferenciales es fundamental para los estudiantes de ingeniería que las requieren para modelar fenómenos físicos en cursos avanzados. En este trabajo se buscó potenciar las habilidades de los estudiantes en dos competencias básicas, a saber: el uso de herramientas tecnológicas de visualización y análisis y en la modelación matemática de situaciones complejas. Para ello se necesita el apoyo de un curso en línea y material construido exprofeso. Los resultados indican que los alumnos mejoraron en las dos competencias y cuentan ya con algunas herramientas matemáticas para sus cursos posteriores. Por otra parte, el estudio sugiere que los alumnos que usan un entrenador en línea desarrollan sus habilidades algorítmicas. Como consecuencia, es posible reducir el tiempo dedicado al estudio de dichos procesos en el aula. Finalmente, todas las actividades propuestas en el curso encajan en un modelo que permite desarrollar habilidades matemáticas y potenciar competencias tecnológicas de los estudiantes. La propuesta presentada es integral y ágil para alumnos y profesores.

Referencias

- Artigue M. (2011). Tecnología y enseñanza de las matemáticas: desarrollo y aportaciones de la aproximación instrumental. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática (8) 13-33.
- Dubinsky, E. (1991). "Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking". En D. Tall (Ed.). Advanced Mathematical Thinking, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, pp. 95-123.

ITESM (2016). El aprendizaje basado en retos. <https://goo.gl/dA3ux8> consultado 14/02/2017

- Lehrer, R., & Schauble, L. (2000). "The development of model-based reasoning", *Journal of Applied Developmental Psychology*, 21(1), 39-48.
- Rodríguez, R. (2010). Aprendizaje y Enseñanza de la Modelación: el caso de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 13 (4-1), 191-210.
- Rodríguez, R. & Rivera, S. (2016). El papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 19(1), 99-124.
- Santiago, R. (2002). Ecuaciones diferenciales bajo resolución de problemas con apoyo de Learning-Space y Mathematica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 15(2), 893-898.
- Santiago, R., Delgado, D. & Quezada, M. (2012) Sistema de apoyo para el aprendizaje de las matemáticas basado en Web. *Compendio de innovación educativa 2012. Proyectos apoyados por el Fondo NOVUS*.
- Santiago, R. & Quezada, L. (2013) GenTutor: un sistema generador de entrenadores adaptativo. Documento interno no publicado, ITESM, México.
- Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación educativa*, 9(46), 75-87.
- Vizcaino, O. (2004). Evaluación del aprendizaje del cálculo desde una perspectiva constructivista. México: IPN.
- Zapata, M. (2015). El diseño instruccional de los MOOC y el de los nuevos cursos abiertos personalizados. *Revista de Educación a Distancia*, (45).