

FIRST DATES FUNCTIONS

M^a Luisa Cuadrado Sáez – Juan Miguel Ribera Puchades

luisa.cuadrado7@gmail.com – juanmisueca@gmail.com

Complejo Preuniversitario Mas Camarena (España) – Universidad de la Rioja (España)

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Bachillerato.

Palabras clave: Funciones, Mobile Learning, Geogebra, Aprendizaje Cooperativo.

Resumo

En esta comunicación pretendemos mostrar los detalles de una experiencia desarrollada en el aula bachillerato, en la que se combina el uso de la tecnología y el aprendizaje cooperativo para trabajar la unidad didáctica de funciones elementales, además del concepto de continuidad de funciones.

El uso de software matemático para la representación de funciones ha sido un gran avance en el aula, pero si el alumnado no es capaz de trabajar con dicho software y extraer sus propias conclusiones, su uso no sería más que un mero enriquecimiento de visualización. Es por ello que los autores queremos compartir una experiencia docente en los que se combina el uso de Geogebra con metodologías activas de aprendizaje como es el aprendizaje cooperativo y el trabajo por proyectos. Durante la comunicación se explicará cuál fue la experiencia en el aula y cómo se desarrolló el proyecto, cuyo objetivo final consistía en que los alumnos que representaban las diferentes funciones elementales, tuvieran “citas” con otras funciones para, además de presentar sus “atributos”, pudieran “unirse” y convertirse en una única función definida a trozos continua.

Introducción

Dentro de los contenidos incluidos en la asignatura Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales de primero de bachillerato, Bloque 3: Análisis (DOCV núm. 7544 de 10.06.2015) encontramos:

- Identificación de la expresión analítica y gráfica de las funciones reales de variable real: polinómicas, exponencial y logarítmica, valor absoluto, parte entera, y racionales e irracionales sencillas a partir de sus características. Las funciones definidas a trozos.
- Continuidad de una función. Aplicación al estudio de las asíntotas.

Estos contenidos se concretan en sus criterios de evaluación:

- Analizar modelos funcionales (polinómicas, racionales, logarítmicos, exponenciales, etc.) expresados en forma algebraica, por medio de tablas o gráficamente, utilizando las herramientas adecuadas (calculadoras gráficas, aplicaciones de escritorio, web o para dispositivos móviles) para describir fenómenos en contextos personales, sociales, profesionales y científicos.
- Aplicar el cálculo de límites (en un punto y en infinito) y derivadas (reglas de derivación) de funciones sencillas (polinómicas, racionales, logarítmicas y exponenciales, etc.) para el estudio de propiedades locales y globales (la continuidad, la tendencia, las asíntotas y la monotonía) en contextos académicos y sociales.

Motivación

A partir de los contenidos mostrados anteriormente desarrollamos habitualmente una unidad didáctica en la que, incluyendo algún software de representación como Geogebra, explicamos de manera descriptiva las características de las diferentes funciones elementales (dominio de definición, recorrido...). A continuación, solemos explicar el concepto de límite y finalizamos explicando la continuidad de funciones. Este es un buen momento para que nuestros alumnos profundicen en el concepto de continuidad, en particular, en el estudio de la continuidad de funciones definidas a trozos. Habitualmente los alumnos son incapaces de realizar esta unión de conceptos y acaban memorizando el procedimiento mecánico de estudiar la continuidad, sin entender, en absoluto su significado. Este tipo de funciones permite estudiar el concepto de continuidad de forma más detallada, añadiendo puntos singulares al estudio.

Otro de los aspectos que no se suele desarrollar en la asignatura y que concierne al Bloque 1: “Procesos, métodos y actitudes en matemáticas” de la ley educativa actual (DOCV núm. 7544 de 10.06.2015) es: uso de las herramientas más comunes de las TIC para colaborar y comunicarse con el resto del grupo con la finalidad de planificar el trabajo, aportar ideas constructivas propias, comprender las ideas ajenas; compartir información y recursos; y construir un producto o meta colectivo. Es por ello que también consideramos que podemos profundizar en los conceptos anteriores mediante el uso de las TIC, fomentando su competencia tecnológica. Otro proyecto que hemos realizado usando, en este caso, realidad aumentada se puede encontrar en Ribera y Cuadrado (2016).

Con todo esto, decidimos realizar esta experiencia, en la que los alumnos tendrán como objetivo final construir funciones definidas a trozos, continuas y que estén compuestas por funciones elementales usando los medios tecnológicos que ellos consideren y enmarcando todo esto en un contexto actual, como es el programa de televisión *First Dates*.

Además, consideramos fundamental que el proyecto tuviera una estructura de trabajo cooperativo, y más concretamente la técnica grupo de investigación (García, Traver y Candela, 2001) para fomentar la comunicación entre ellos, el sentido crítico y trabajar así las diferentes competencias.

Desarrollo del proyecto

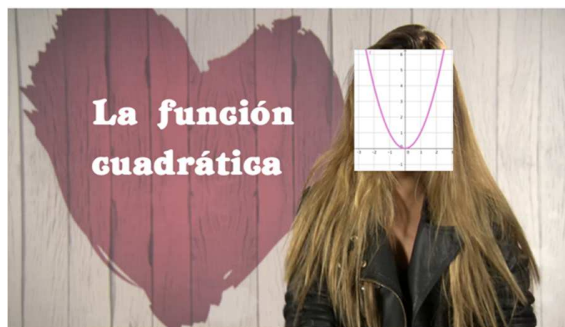
El proyecto lo implementamos con alumnos de 1º Bachillerato la asignatura Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales. El proyecto lo realizamos después de presentarles a los alumnos el concepto de límite y de continuidad, pero no habíamos profundizado aun en las características de las diferentes funciones elementales (polinómicas, exponencial, logarítmica...). Aunque los alumnos conocían el concepto de función definida a trozos, no habían profundizado en los detalles de continuidad de una función definida a trozos.



Como fase previa al proyecto les explicamos a los alumnos que la clase iba participar en un programa llamado *First Dates Functions* y que cada alumno/a participaría representando una función elemental. Por parejas, irían teniendo citas donde presentarían sus características. Como parte final de la cita, tendrían que construir una función definida a trozos usando ambas funciones, que fuera continua. Al final del proyecto deberían elegir con quien tendrían una segunda cita.

Las fases del proyecto fueron las siguientes:

- **Fase 1: Asignación y elaboración individual.** A cada alumno le asignamos una función elemental, distribuyéndolos en 12 tipos de funciones (lineal,



cuadrática, polinómica de grado 3 y 4, logarítmicas y exponenciales de bases mayor a uno y de bases entre cero y uno, función seno y coseno, función radical y racional). Para cada función creamos un documento de Google donde detallábamos qué características debían explicar y la rúbrica de evaluación del proyecto que iban a realizar. Cada alumno, individualmente, debía realizar un video explicando las características de su función que serviría para presentarse durante la cita, un archivo de Geogebra con la representación de su función y una imagen real que se asemejara a la representación de esa función. Previo a la elaboración de los videos les



explicamos cómo crear

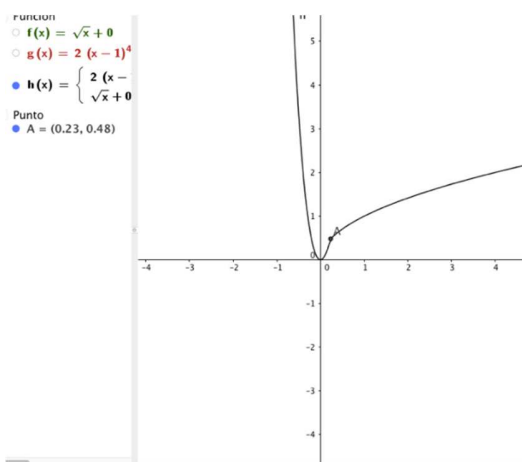
deslizadores en Geogebra y la sintaxis para escribir la función definida a trozos. Nos sorprendió la gran creatividad a la hora de realizar los videos y el manejo autónomo de las nuevas tecnologías, incluso Geogebra, teniendo en cuenta que son alumnos de ciencias sociales. Algunos ejemplos de videos de presentación se pueden consultar en los enlaces <https://goo.gl/OWSWsH> y <https://goo.gl/rE195P>.

- ***Fase 2: Citas cruzadas.***

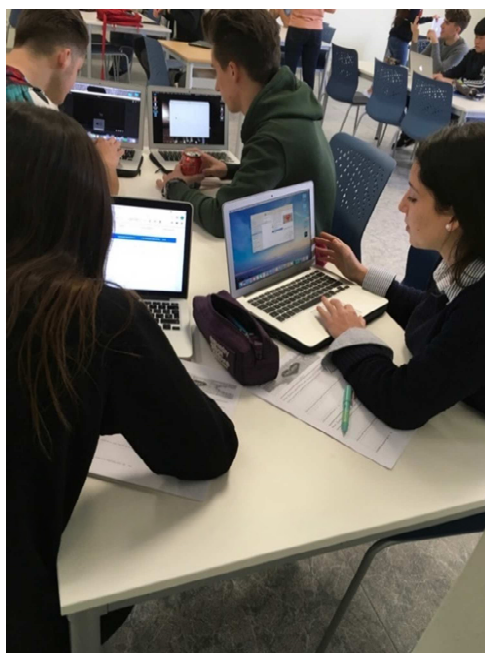
Una vez corregido el contenido matemático de los videos por parte del profesor comienzan las citas.

Los alumnos, por parejas, muestran sus videos. Además, les proporcionamos una ficha para que tomaran apuntes durante la cita destacando qué características eran las que más les gustaban y las que menos de la función con las que se citaban.

Al final de la cita debían construir, entre ambos alumnos, una función definida por ellos y que fuera continua. Para que quedara constancia de esa función debían compartir un archivo en el que se observara la función tanto gráfica como analíticamente.



Todas las parejas usaron Geogebra para la construcción, pero se esmeraron para que el punto de continuidad fuera lo más “normal” posible, aunque a veces resultaba imposible. Puede ocurrir que algún punto de continuidad de dos funciones diferentes esté definido en números irracionales difíciles de expresar que obligasen a los alumnos a modificar ligeramente su función asignada para facilitar la unión con las otras funciones. Este tipo de situaciones

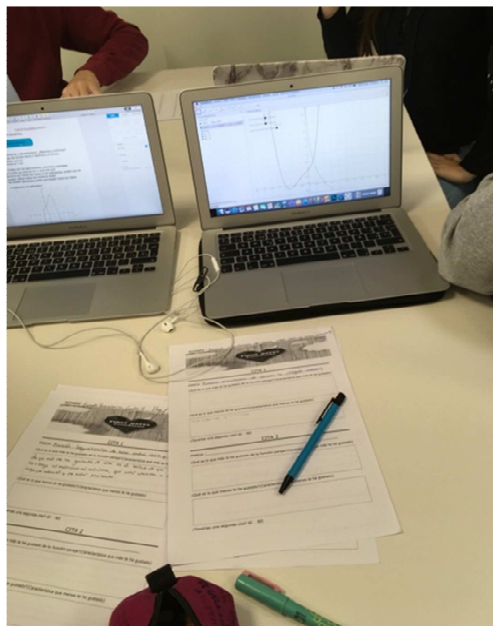


obligaba a los alumnos a profundizar en los detalles de las funciones elementales que se les había asignado.

Al final de cada cita debían rellenar un documento puntuando del 1 al 3, la presentación y la explicación de la pareja con la que han tenido la cita. Se puede ver con más detalle la evaluación de los alumnos en el Anexo I.

Aquí se hizo aún más evidente la autonomía de los alumnos organizándose las citas y memorizando las características de cada una de las funciones para poder elegir su pareja ideal. El manejo de Geogebra se hizo fluido y trabajaron a conciencia para encontrar las funciones definidas a trozos que fueran continuas. La evaluación de esta parte la realizaron los alumnos y, en general, puntuaron al máximo a sus compañeros/as.

- ***Fase 3: Elección de la pareja***



Al final de las citas cada alumno se grababa un video dando su opinión sobre las citas y eligiendo a su pareja para la próxima cita. Sorprendentemente evaluaron las características de las funciones , más que la afinidad con los compañeros.

Al final con las parejas que se formaron se grabó un video explicando por qué querían tener otra cita.

Conclusiones

Se cumplieron los objetivos que se pretendían ya que los alumnos/as, al finalizar el proyecto, eran capaces de identificar a simple vista las diferentes funciones elementales, además de comprender la idea de continuidad de una función definida a trozos. En cuanto a la competencia tecnológica, superaron de lejos los objetivos del proyecto haciéndose unos verdaderos expertos en el uso de Geogebra. La motivación en la asignatura mejoró sustancialmente además de la interacción entre los compañeros.



En conclusión, este tipo de proyectos facilitan la enseñanza de uno o más conceptos matemáticos que suelen ser estudiados mecánicamente por parte de los alumnos fomentando así su aprendizaje significativo.

Referencias bibliográficas

García, R & Traver, J.A. & Candela, I. (2001) *Aprendizaje cooperativo. Fundamentos características y técnicas*. Madrid : Editorial CCS. (pag 68)

Ley núm. 7544 Diario Oficial de la Comunidad Valenciana , Comunidad Valenciana, 10 de junio de 2015

Ribera, J.M., Cuadrado (2016). *LegoMath. Realidad aumentada en el aula de matemáticas*. En R. Roig-Vila (Ed.), *Tecnología, innovación e investigación en los procesos de enseñanza-aprendizaje* (pp. 1128-1133). Recuperado de <http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/61787>

Unesco (2012). *Turning on mobile learning*. Global Themes. París: Unesco.

ANEXO I

Anexamos las rúbricas diseñadas para la evaluación del proyecto. Las dos rúbricas servirán para evaluar el contenido inicial creado por los alumnos (evaluado por los profesores) y las relaciones que realicen los alumnos con sus compañeros en el estudio de la creación de funciones definidas a trozos continuas (evaluado por los alumnos).

La primera rúbrica valdrá 20 puntos del total de 100 puntos que se han asignado al proyecto.

	0	1	2	3	4
Explica la expresión general de la función.	Explica de manera poca clara.	Explica de manera más o menos clara.	Explica de manera clara.	Explica de manera clara con ejemplos.	Explica de manera clara con ejemplos.
Explica las características de la función.	No explica casi ninguna característica.	Explica alguna característica.	Explica la mayoría de las características.		Explica de manera clara todas las características.
Ha realizado un archivo Geogebra	NO				SI
Ha encontrado una imagen real que se asemeje a la función	NO				SI
La presentación es original.	La presentación no es nada original.	La presentación es algo original.	La presentación es casi toda original.	La presentación es original y clara.	La presentación es original y usa la tecnología para enriquecerla.

	Explicación (0-3)	Presentación (0-3)	¿Habéis llegado a una continuidad? (0-1)	COMENTARIO GENERAL (Pareja ideal – no tendría otra cita)
Función Cuadrática				
Función Radical				
Función Racional				
Función Logarítmica base mayor 1				
Función Logarítmica base entre 0 y 1				
Función polinómica grado 3				
Función polinómica grado 4				
Función exponencial base mayor 1				
Función exponencial base entre 0 y 1				
Función seno				
Función coseno				

La siguiente rúbrica permite evaluar a los alumnos las presentaciones y explicaciones realizadas por sus compañeros. Esta rúbrica permitirá puntuar 77 puntos de los 100 puntos asignados al proyecto.

Los últimos 3 puntos del total de 100 serán asignados para el que sea considerado pareja ideal en el total de las citas realizadas entre todos los alumnos.