

EL ANÁLISIS DIDÁCTICO EN EL DISEÑO DE ACTIVIDADES PARA EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN 3º DE EDUCACIÓN SECUNDARIA A TRAVÉS DEL CINE

Laura Delgado Martín – Asunción García Olivares – M^a Consuelo Monterrubio Pérez
laura@usal.es – asungordv@hotmail.com – chelomonterrubio@usal.es
Universidad de Salamanca – Universidad de Valladolid – Univ. de Salamanca. España

Núcleo temático: V. Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas

Modalidad: CB

Nivel educativo: Educación Secundaria

Palabras clave: Competencia, análisis didáctico, cine

Resumen

Es habitual encontrar un elevado número de alumnos de 3º de Educación Secundaria (14-15 años) más interesados en aprobar la asignatura que en aprender matemáticas.

Este trabajo tiene como objetivo el diseño de actividades que permitan desarrollar la competencia matemática y conseguir un alumnado interesado en el desarrollo de dicha competencia. Consideramos que el cine puede ser un buen recurso ya que constituye un elemento motivador, concretamente, hemos elegido la película “La fórmula preferida del profesor” basada en la novela de Yoko Ogawa.

Partimos de la idea de competencia matemática presentada en el proyecto PISA y para el diseño de las actividades tenemos en cuenta los niveles de complejidad considerados en dicho proyecto: Reproducción, Conexión y Reflexión.

Basándonos en el análisis didáctico realizamos un análisis del contenido específico que deseamos desarrollar en el aula, un análisis cognitivo y un análisis de la instrucción, lo que no lleva a diseñar un conjunto de actividades que incluyen tanto individuales como cooperativas, de investigación, juegos, etc.

Introducción

Como profesoras hemos detectado la presencia en las aulas un elevado número de alumnos de alumnos de Secundaria que muestran poco interés por las matemáticas. Ante esta situación habitual, nos planteamos introducir un elemento motivador y, teniendo en cuenta que nuestros alumnos están inmersos en la cultura audiovisual, elegimos el cine como punto de partida del trabajo en el aula. Hay muchas películas en las que de alguna forma encontramos referencias a las matemáticas y entre ellas, hemos elegido “La fórmula preferida del profesor”, ya que presenta cómo la motivación del alumno por parte del profesor puede

cambiar la visión que éste tiene de las matemáticas. Esta película es proyectada a los alumnos y partiendo de ella, deben realizar una serie de actividades diseñadas a partir del Análisis Didáctico (Lupiáñez, 2013).

Marco teórico

Teniendo en cuenta que en este trabajo nos vamos a centrar en la competencia matemática, en primer lugar realizaremos un estudio de las competencias en general y de la competencia matemática en particular, prestando atención a la normativa legal por la que se rige el sistema educativo español, especificando en Castilla y León que es donde se lleva a cabo la experiencia, y a las consideraciones realizadas en el proyecto PISA (Programme for International Student Assessment, Programa Internacional para la Evaluación de los Estudiantes) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). Delors (1996, 95-96) presenta *“los cuatro aprendizajes fundamentales, que en el transcurso de la vida serán para cada persona, en cierto sentido, los pilares del conocimiento: aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos y aprender a ser”*.

En definitiva, estas son las principales competencias que debemos desarrollar a través del proceso educativo con la práctica docente en general y, en particular, en el área de Matemáticas.

Teniendo en cuenta que este trabajo se desarrolla en un aula habitual de clase, es obligado hacer referencia a la actual ley de educación vigente en España, Ley orgánica 8/2013 para la mejora de la calidad educativa, LOMCE (Jefatura del Estado, 2013) que considera las competencias como *“capacidades para aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa, con el fin de lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos”*.

En el Real Decreto 1105/2014 (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2015) por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato de acuerdo con la LOMCE se adopta la denominación de las competencias clave definidas por la Unión Europea y se considera que *“las competencias clave son aquellas que todas las personas precisan para su realización y desarrollo personal, así como para la ciudadanía activa, la inclusión social y el empleo”*.

Las competencias del currículo son las siguientes: Comunicación lingüística; Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología; Competencia digital; Aprender

a aprender; Competencias sociales y cívicas; Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor y, finalmente, Conciencia y expresiones culturales.

En particular, en este trabajo, nos centraremos en la competencia matemática. En el marco del proyecto PISA se evalúa la alfabetización matemática (Mathematical Literacy) que hace referencia a *“las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones.”* (OCDE, citado por Rico y Lupiáñez, 2008, 227).

Prestando atención a la evaluación de competencias matemáticas de acuerdo con el proyecto PISA/OCDE, se entiende por alfabetización matemática *“la capacidad individual para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos en que se presenten necesidades de la vida de cada individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.”*(OCDE, citado por Rico, 2004, 91).

Se considera que el objetivo básico de los estudiantes es que aprendan a matematizar o, dicho de otro modo, a resolver problemas. Es interesante prestar atención a la idea de Matematización en dos sentidos: Horizontal, que consiste en traducir los problemas desde el mundo real al mundo matemático y vertical, que consiste en utilizar conceptos y destrezas matemáticas, una vez traducido el problema a una expresión matemática.

También resultan de interés las competencias elegidas por el proyecto PISA como competencias transversales subordinadas a la competencia matemática y que son las siguientes: Pensar y razonar; Argumentar; Comunicar; Modelizar; Plantear y resolver problemas; Representar; Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico, y las operaciones y Emplear soportes y herramientas tecnológicos.

Para el diseño de tareas se tendrán en cuenta los niveles de complejidad considerados en el proyecto PISA: Reproducción, Conexión y Reflexión. Siguiendo a Rico y Lupiáñez (2008, 258) podemos considerar los indicadores que se presentan en la Tabla 1 para caracterizar las tareas de acuerdo al tipo de complejidad de las mismas.

Tabla 1. Caracterización de las tareas según el tipo de complejidad.

REPRODUCCIÓN	CONEXIÓN	REFLEXIÓN
--------------	----------	-----------

Contextos familiares Conocimientos ya practicados Aplicación de algoritmos estándar Realización de operaciones sencillas Uso de fórmulas elementales	Contextos menos familiares Interpretar y explicar Manejar y relacionar diferentes sistemas de representación Seleccionar y usar estrategias de resolución de problemas no rutinarios	Tareas que requieren comprensión y reflexión Creatividad Ejemplificación y uso de conceptos Relacionar conocimientos para resolver problemas más complejos. Generalizar y justificar resultados obtenidos
--	--	--

Los estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática del National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) proponen que la práctica docente se desarrolle a partir de la resolución de problemas, preferiblemente presentando situaciones que resulten cercanas a los alumnos ya que, de este modo, se encontrarán más motivados para intentar resolverlos. Independientemente del nivel de que se trate, el NCTM propone cuatro estándares comunes: Resolución de problemas, Comunicación, Razonamiento y Conexiones Matemáticas. Posteriormente se presentan los estándares relativos a los contenidos matemáticos y estos son ya diferentes según el nivel de que se trate. Los estándares comunes se pueden considerar también competencias matemáticas que los alumnos deben adquirir en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje. Con la resolución de problemas se pretende que los alumnos sean capaces de realizar pequeñas investigaciones que les ayuden a comprender contenidos matemáticos. Se trata de fomentar un tipo de razonamiento que les ayudará en la resolución de problemas de cualquier tipo, no solo de problemas matemáticos. Así, cuando en un problema se llevan a cabo actividades de análisis, tratando de buscar todos los datos y analizarlos estableciendo las conexiones necesarias en las redes conceptuales propias del alumno se pone en funcionamiento un tipo de razonamiento que le puede venir bien cuando deba tomar decisiones en otros campos de su vida y tenga que analizar todas las posibilidades existentes, con amplitud de miras, desde distintos puntos de vista. Es muy importante fomentar la comunicación de ideas matemáticas proporcionando a los alumnos la posibilidad de que trabajen tanto de manera oral como escrita y que utilicen, además, el

lenguaje simbólico específico y los distintos sistemas de representación. Es habitual observar en las aulas que un alumno comprende mejor los contenidos matemáticos cuando se los trata de explicar a un compañero. Puede ocurrir que lo haya entendido tras la explicación del profesor, pero cuando trata de explicarlo con sus propias palabras, adquiere un grado de comprensión mayor. Así, se fomenta la construcción social del conocimiento. En esta misma línea se sitúa la propuesta de realizar el trabajo de forma colaborativa. Trabajando el razonamiento matemático se pretende conseguir que los alumnos sean capaces de *“elaborar y aprobar conjeturas, formular contraejemplos, seguir argumentos lógicos, juzgar la validez de un argumento y construir argumentos sencillos válidos”*. (NCTM, 1991, 147). Tratar de establecer conexiones entre las matemáticas y otras áreas, entre las matemáticas y la vida cotidiana y también entre las distintas partes de las matemáticas ayuda a los alumnos a ver la utilidad de las mismas. Las matemáticas se estructuran en distintos bloques de contenidos, pero es muy importante que no se consideren bloques aislados, inconexos, sino que se debe hacer hincapié con los alumnos en las conexiones que existen entre las distintas partes de las matemáticas. Además, es fundamental establecer conexiones de las matemáticas con la vida cotidiana y con otras áreas que forman parte del currículo que siguen los alumnos lo que ayudará a evitar la pregunta que los estudiantes hacen habitualmente en las clases de matemáticas: “y esto, ¿para qué sirve?”.

Como señalan Rico y Fernández-Cano (2013, 13) *“El análisis didáctico es un método de investigación propio de la didáctica de la matemática”*. Puede utilizarse en diversos contextos: como elemento para la formación de profesores, como metodología para el diseño de determinados instrumentos de análisis y como fundamento de propuestas curriculares. En particular, consideramos que es de utilidad en la fundamentación de propuestas curriculares como la que deseamos desarrollar. Así, siguiendo a Lupiáñez (2013, 84) consideramos el *ciclo del análisis didáctico para el diseño y evaluación de unidades didácticas en matemáticas* y que reproducimos en la Figura 1

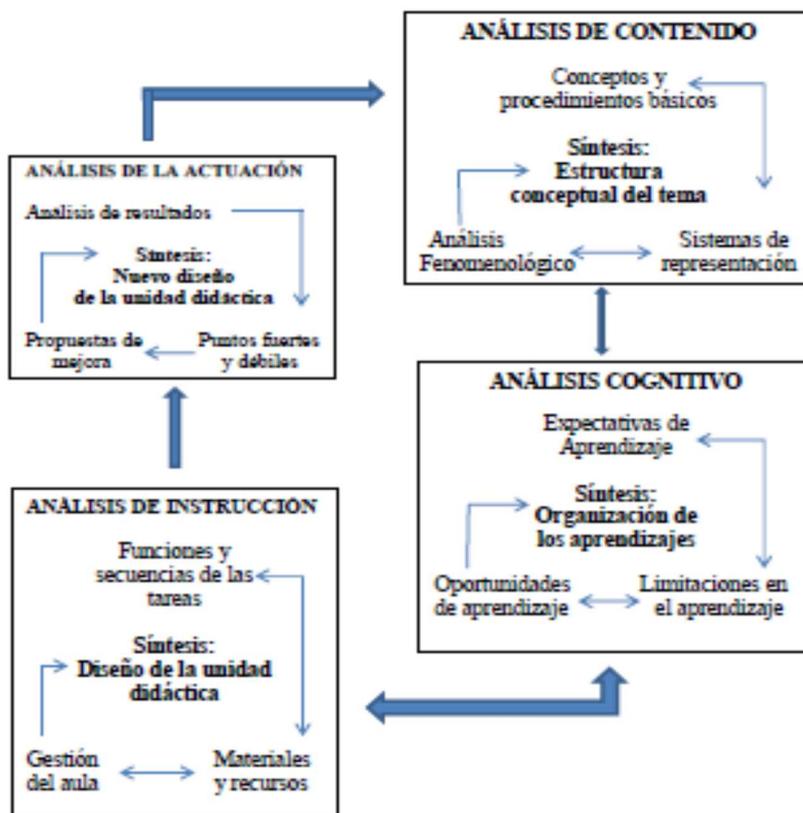


Figura 1. Ciclo del análisis didáctico. (Lupiáñez, 2013, pág. 84)

Basándonos en el Análisis Didáctico, se realiza el análisis de contenido. Para ello, en primer lugar, nos planteamos los contenidos de carácter matemático específico que se desean trabajar. En este caso, nos centraremos en las Matemáticas para las Enseñanzas Académicas correspondientes a 3º de Educación Secundaria Obligatoria. Este análisis del contenido nos lleva a prestar atención a los organizadores del currículo señalados por Rico (1997), en particular, a los sistemas de representación, el análisis fenomenológico y la estructura conceptual del tema. En particular, respecto a la fenomenología, se tratará de que los alumnos vean que los contenidos matemáticos se manifiestan en aspectos cercanos para ellos.

A partir de aquí, es el momento de organizar los aprendizajes previstos. Para ello, el profesorado realiza sus hipótesis y considera la mejor forma de poner a disposición del alumno los contenidos que desea trabajar elaborando las trayectorias hipotéticas de aprendizaje (Gómez y Lupiáñez, 2007), prestando especial atención a los errores, dificultades y obstáculos que puede presentar el contenido de que se trate. En el análisis de instrucción

debemos decidir las tareas y actividades que se van a llevar a cabo en el aula con el objetivo de que el proceso de enseñanza y aprendizaje se desarrolle de forma adecuada y permita obtener los objetivos previstos. Es importante destacar que además del cine como recurso, para la realización de las tareas los alumnos utilizarán diferentes materiales y recursos ya que, se tratará de tareas de diferente tipología que precisarán, por ejemplo: la calculadora, Cabri Geometre, Internet, materiales manipulativos, etc.

Además, para el diseño de las actividades se tienen en cuenta los indicadores proporcionados en el modelo de análisis y valoración de textos escolares de Matemáticas (Monterrubio y Ortega, 2012).

Es preciso señalar que, tal como se observa en la Figura 1 el análisis de contenido, cognitivo y de instrucción se influyen uno a otro en ambos sentidos, como ponen de manifiesto la utilización de las flechas en el gráfico.

Análisis de la propuesta de actividades

La propuesta de actividades que se presenta en el anexo está concebida para prestar atención a los diferentes elementos transversales que se pueden considerar para el desarrollo de la competencia matemática. En particular, se trabaja el uso del lenguaje y la comunicación al pedir definiciones y también con la actividad de las palabras cruzadas.

En 3º de ESO es importante el repaso de los conceptos relacionados con la divisibilidad.

Con los ejercicios de enunciado verbal se pretende trabajar, en el ejercicio 10, la resolución mediante operaciones; en el 11, además conlleva una segunda parte al razonar con el hecho de que hay entre 50 y 80 y en el 12 se trabaja el lenguaje algebraico al tener que hacer la expresión en función de n .

Se pide la búsqueda de información utilizando diferentes fuentes accesibles para los alumnos como Internet.

El estudio de los números racionales e irracionales a partir de la película nos permitirá introducir los números π y e .

Con la actividad 16 el objetivo es que aprendan a trabajar en grupos cooperativos. En grupos de 4 traen al aula información sobre cada uno de los apartados propuestos. Después se forman nuevos grupos de cuatro a partir de un miembro de cada uno de los grupos iniciales. En los nuevos grupos, cada uno explicará al resto lo que ha aprendido en su grupo inicial.

Conclusiones

Consideramos que la propuesta de actividades que se presenta permitirá el desarrollo de la competencia matemática al haber sido diseñada prestando atención de forma cuidadosa a las distintas etapas del ciclo del análisis didáctico y teniendo en cuenta el modelo de análisis y valoración de textos escolares de matemáticas. Creemos que dicho modelo, que ha dado muestras de ser válido y fiable, es un buen instrumento para el diseño de propuestas curriculares al hacernos prestar atención a una serie de aspectos que podrían pasar desapercibidos si no se tiene en cuenta dicho modelo. Por otra parte, estamos convencidas de que el uso del cine como recurso para el desarrollo de la competencia matemática es de gran utilidad ya que permite introducir de forma natural y motivadora nuevos conceptos como ocurre en este caso con la idea de números amigos, números perfectos; o hablar de números irracionales como el número e . Esta película permite trabajar incluso contenidos que no forman parte del currículo como, por ejemplo, la introducción de la unidad imaginaria, i , de forma que podemos hacer ver a nuestros alumnos que, en la resolución de una ecuación de segundo grado cuando el discriminante es un número negativo no hay que decir que no tiene solución sino que se debe indicar que no tiene solución en el conjunto de números reales.

Referencias bibliográficas

- Delors, J. (1996). *La educación encierra un tesoro*. Madrid: Santillana. Ediciones UNESCO.
- Gómez, P. y Lupiáñez, J. L. (2007). Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *PNA*, 1(2), 79-98.
- Jefatura del Estado (2013). Ley Orgánica 8/2013 de 9 de diciembre para la mejora de la calidad educativa. BOE de 10 de diciembre de 2013.
- Lupiáñez, J.L. (2013). Análisis didáctico: La planificación del aprendizaje desde una perspectiva curricular. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.) *Análisis didáctico en Educación Matemática* pp. 81-101. Granada: Comares.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2015). Real Decreto 1105/2014 de 29 de diciembre por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. BOE de 5 de enero de 2007.

Monterrubio, M. C. y Ortega, T. (2012). Creación y aplicación de un modelo de valoración de textos escolares matemáticos en educación secundaria. *Revista de Educación*, 358, 471-496. ISSN (en línea): 0034-592-X. DOI: 10-4438/1988-592X-RE-2010-358-087.

NCTM (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: S.A.E.M. Thales.

Rico, L. (1997). Los Organizadores del Currículo de Matemáticas. En Rico, L. (Coord.), *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*, pp. 39–59. Barcelona: ICE Universidad de Barcelona – Horsori.

Rico, L. (2004). Evaluación de competencias matemáticas. Proyecto PISA/OCDE 2003. En E. Castro y E. de la Torre (eds.), *Investigación en Educación Matemática. Octavo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)*, pp. 89-102. Universidade da Coruña. A Coruña.

Rico, L. y Fernández Cano, A. (2013). Análisis didáctico y metodología de investigación. En L. Rico, J. L. Lupiáñez y M. Molina (Eds.) *Análisis didáctico en Educación Matemática* pp. 1-22. Granada: Comares.

Rico, L. y Lupiáñez, J. L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.

ANEXO. Propuesta de actividades

1. Escribe las definiciones de: múltiplo, divisor, número primo y número compuesto.
2. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Razona la respuesta.
 - a) 3 es divisor de 15.
 - b) 6 es múltiplo de 18.
 - c) Todos los divisores de un número son números primos.
3. Criterios de divisibilidad del 2, 3, 5, 7, 11 y 13.
4. En la película dice: “Número _____, te declaro número primo”. Comprueba que, efectivamente, es número primo.

5. Enuncia la conjetura fuerte de Goldbach y escribe cinco ejemplos.

6. Enuncia la conjetura débil de Goldbach y escribe cinco ejemplos.

7. NÚMEROS AMIGOS

Dos números a y b son amigos cuando cada uno de ellos se obtiene sumando los divisores del otro, excepto el propio número.

Comprueba que los siguientes pares de números son números amigos:

a) 220 y 284.

b) 1184 y 1210.

8. NÚMEROS PERFECTOS

Un número perfecto es un número amigo de sí mismo, es decir, un número en el que la suma de sus divisores (excepto el propio número) es igual a dicho número. Tienen la particularidad de que son números triangulares.

Comprueba que los siguientes números son números perfectos.

a) 28.

b) 496.

9. Construye los cinco primeros números cuadrangulares, pentagonales y hexagonales.

10. Marcos tiene gominolas de tres tipos diferentes y las quiere empaquetar, sin mezclarlas y de forma que todos los paquetes tengan el mismo número de gominolas. Sabiendo que tiene 24 gominolas del primer tipo, 36 del segundo y 60 del tercer tipo, ¿cuántas gominolas tendrá cada paquete? ¿Cuántos paquetes habrá de cada tipo?

11. Juan está tratando de colocar su colección de sellos en un álbum y ha observado que puede colocarlos en las hojas del álbum de dos en dos, de tres en tres, de cinco en cinco o de seis en seis sin que sobre ninguno. Sabiendo que tiene entre 50 y 80 sellos, ¿cuántos sellos tiene exactamente?

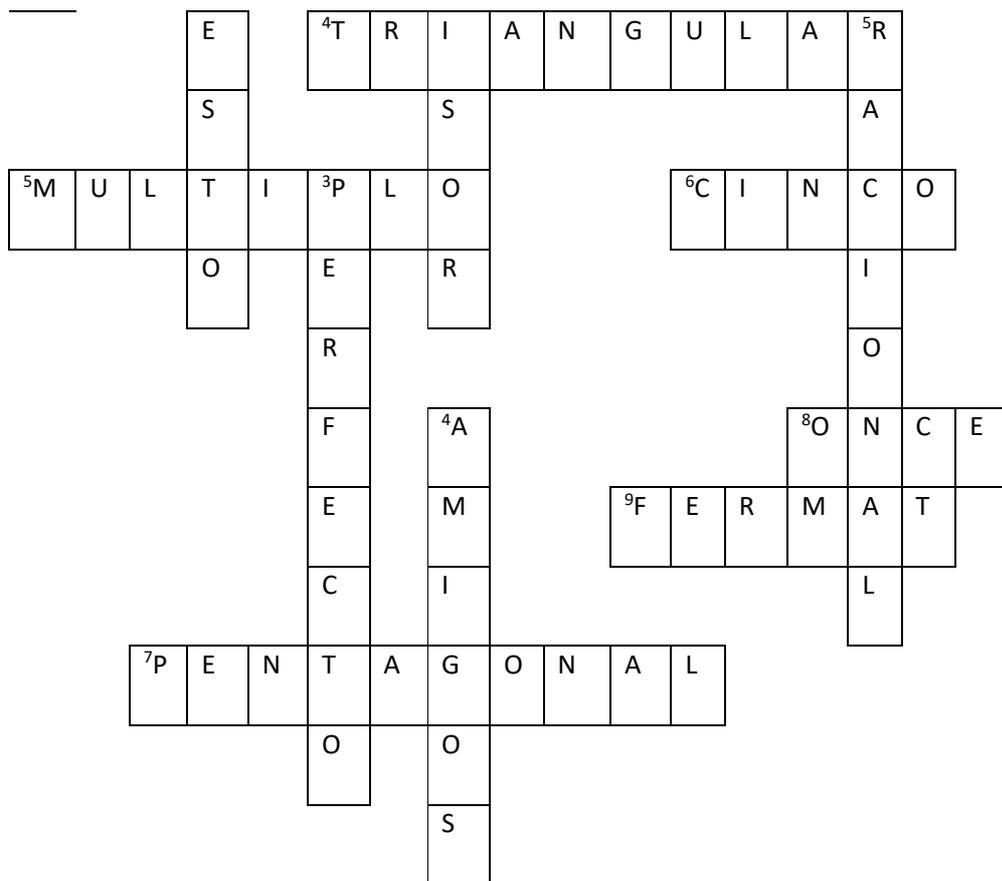
12. El número de alumnos que participan en una actividad extraescolar es tal que si se colocan de dos en dos sobra uno, de tres en tres sobra uno y lo mismo sucede si se colocan de cuatro en cuatro, de cinco en cinco, de seis en seis y de siete en siete. ¿Cuántos alumnos participan?

13. Escribe la definición de número racional y número irracional.

14. Clasifica los siguientes números en racionales e irracionales.

a) 8,72737475...

b) 987,12345



DEFINICIONES

HORIZONTALES

1. Número que sólo es divisible por sí mismo y por la unidad
2. Matemático francés padre de la geometría analítica
3. Número que no puede ser expresado como cociente de dos números enteros
4. Número que se obtiene sumando números enteros consecutivos
5. Número que contiene a otro un número exacto de veces
6. Tercer número primo
7. Número que admite una disposición que da lugar a los vértices de un polígono de cinco lados
8. Quinto número primo
9. Matemático francés del siglo XVII con un famoso teorema demostrado en 1995

VERTICALES

1. Número divisible por dos
2. Número contenido en una cantidad un número exacto de veces
3. Número amigo de sí mismo
4. Números que se obtienen sumando los divisores del otro excepto el propio número
5. Número que puede expresarse como cociente de dos números enteros
6. Número que no es primo