CB-1.001

DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO COVARIACIONAL EM DISCIPLINA DE MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE UM CURSO DE ENGENHARIA

Fabio Orfali
fabioo1@insper.edu.br
Insper – Instituto de Ensino e Pesquisa – Brasil

Núcleo temático: I. Ensino e aprendizagem da matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.
Modalidade: CB
Nível educativo: Educação Superior
Palavras chave: raciocínio covariacional, ensino de Cálculo, modelagem matemática

Resumo
O desenho de um novo curso de Engenharia em uma instituição de ensino privado no Brasil motivou a discussão do papel da modelagem na formação do engenheiro. Como resultado, foi criada uma disciplina básica de modelagem e simulação computacional no 1º semestre do curso, antes do primeiro contato dos estudantes com o Cálculo Diferencial e Integral. Considerando a estrutura da nova disciplina, identificou-se a oportunidade de planejar atividades e projetos envolvendo a modelagem de sistemas dinâmicos que promovessem o desenvolvimento do raciocínio covariacional dos estudantes. Essa habilidade, descrita por Carlson et al. (2002), tem se mostrado um elemento fundamental para a compreensão dos conceitos centrais do Cálculo. Ao final da disciplina, o nível de raciocínio covariacional dos alunos foi avaliado durante a realização de três tarefas e os desempenhos foram comparados com os de alunos de outro curso, que não passaram pela experiência da nova disciplina. Os resultados da pesquisa sugerem que os estudantes que cursaram modelagem e simulação estavam mais bem preparados para o aprendizado do Cálculo.

A Engenharia sempre se caracterizou como um campo situado na interface entre a ciência e a sociedade: ela aplica princípios científicos e matemáticos com finalidades práticas, buscando conceber soluções que melhorem a vida das pessoas (Grimson, 2002). A constatação de que o ensino tradicional de Engenharia apresenta um claro viés para o lado da ciência, juntamente com a natureza dos novos desafios da área, relacionados muito mais aos aspectos sociais e humanos do que aos aspectos técnicos da prática do engenheiro, têm motivado várias discussões sobre as habilidades requeridas dos engenheiros no século XXI e sobre como as escolas de Engenharia podem se modificar para alcançar tais demandas (Crawley et al., 2014).

ISBN 978-84-945722-3-4

Diante desse panorama, foram iniciadas, em 2012, as primeiras discussões sobre a criação de um curso inovador de Engenharia no Insper[1], capaz de desenvolver nos alunos um conjunto de competências que fosse muito além do estrito conhecimento técnico (Soares, Achurra e Orfali, 2016). Uma parte importante dessas discussões, relacionada ao papel desempenhado pela matemática na formação desse novo engenheiro, acabou definindo a modelagem de fenômenos como um dos fios condutores do currículo do curso.

Este trabalho descreve a forma como o conteúdo de matemática tradicionalmente abordado nos cursos de Engenharia, especialmente o Cálculo Diferencial e Integral, foi integrado a essa proposta de currículo, trazendo ainda os resultados obtidos com a primeira turma em relação ao desenvolvimento do raciocínio covariacional.

O papel da modelagem no curso e a disciplina de Modelagem e Simulação

A atividade de um engenheiro está diretamente ligada à modelagem de sistemas físicos, aqui entendida como a representação simplificada desses sistemas usando objetos matemáticos. Por meio da modelagem, ele consegue compreender os fenômenos naturais e conceber soluções para problemas relacionados, de alguma forma, a esses fenômenos. É nesse contexto que o domínio de conceitos e ferramentas matemáticas se torna importante para o engenheiro: trata-se de um dos principais recursos que ele utiliza para compreender o mundo e intervir sobre ele.

Nos cursos tradicionais de Engenharia, porém, o estudo da matemática se dá desvinculado dessa relação. Em geral, o currículo é organizado de forma que, nos dois primeiros anos, concentram-se as disciplinas das áreas de matemática e física, com abordagens predominantemente teóricas e sem uma clara integração com os problemas enfrentados por um engenheiro em sua prática profissional. Essa organização, além de gerar uma grande desmotivação nos alunos, dificulta a criação de significado em torno dos conceitos estudados e sua posterior aplicação nas disciplinas do final do curso.

Com o intuito de inverter esse paradigma, o ensino de matemática, física e conteúdos básicos da engenharia, áreas referidas como conhecimento técnico, foi ancorado na modelagem de

[1] O Insper – Instituto de Ensino e Pesquisa é uma instituição privada localizada em São Paulo, Brasil, fundada em 1999. Até 2015, os únicos cursos de graduação oferecidos eram de Administração de Empresas e Economia.

ISBN 978-84-945722-3-4

fenômenos. Esse conhecimento técnico, um dos seis objetivos de aprendizagem definidos a partir do perfil do engenheiro que se deseja formar no curso, está assim descrito no manual do aluno (Insper, 2017):

> Para que possa agir sobre o mundo físico, o engenheiro inicialmente deve ser capaz de compreendê-lo e de prever seu comportamento. Esta previsão é feita a partir de modelos analíticos ou de simulação, desenvolvidos a partir de conhecimentos de matemática, ciências e ciências da engenharia. O engenheiro deve desenvolver esta capacidade de modelagem dos fenômenos e de validar seus modelos pela experimentação. (p. 3)

Dessa forma, a habilidade de resolver problemas por meio de modelagem e simulação é vista como uma ferramenta fundamental para o engenheiro. E, como tal, deve ser desenvolvida desde o início do curso, de forma que passe a fazer parte da cultura dos alunos. Sob essa perspectiva, a necessidade de criar modelos matemáticos e fazer previsões a partir deles deve motivar o estudo da matemática. Não faz sentido uma organização curricular em que todo o conteúdo matemático seja apresentado de forma descontextualizada para que, somente no final do curso, ele seja aplicado à modelagem de sistemas físicos mais complexos.

Para introduzir o aluno às formas de pensar típicas da resolução de problemas por meio da modelagem e simulação, foi criada, no primeiro semestre do curso, a disciplina Modelagem e Simulação do Mundo Físico. Inspirada em experiência similar aplicada no curso de Engenharia do Olin College[2], a disciplina envolve conteúdos de física, matemática e programação. Ela se organiza em torno de três projetos, de modo que, em cada um deles, o aluno percorre todo o ciclo de modelagem, mostrado na figura 1.

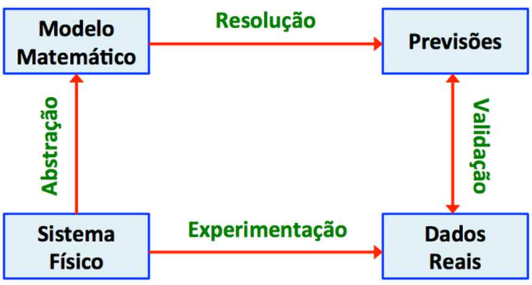

Figura 1 – O ciclo de modelagem

[2] O Franklin W. Olin College of Engineering, de Boston, Estados Unidos, representou uma importante referência para a criação do curso de Engenharia do Insper, viabilizada por meio de uma parceria entre as duas instituições.

ISBN 978-84-945722-3-4

Assumindo hipóteses simplificadoras adequadas, o aluno deve representar o sistema físico que escolheu estudar por meio de um modelo matemático. Depois, ele realiza simulações computacionais e o modelo é resolvido, permitindo que sejam feitas previsões sobre aquele sistema. Finalmente, as previsões são confrontadas com os dados reais, possibilitando que o modelo seja validado.

Considerando a natureza de grande parte dos problemas da engenharia, definiu-se, como objeto de estudo dos três projetos da disciplina, os sistemas dinâmicos, ou seja, aqueles que se modificam ao longo do tempo. O objetivo da modelagem é determinar, em certo intervalo de tempo, o comportamento das variáveis que caracterizam o sistema estudado. Para isso, devem ser estabelecidas relações entre essas variáveis e suas taxas de variação.

Os objetos matemáticos obtidos a partir dessas relações são equações a diferenças e equações diferenciais. Assim, no primeiro projeto, em que estudam a dinâmica de três populações que mantêm algum tipo de relação entre si, os alunos trabalham com equações a diferenças – por exemplo, a equação $P_{t+1} - P_t = k \cdot P_t$, onde se indica que a variação de uma população em determinado intervalo de tempo $(P_{t+1} - P_t)$ é proporcional ao tamanho dessa população no instante t (P_t). Já no segundo projeto, em que estudam processos farmacocinéticos, eles trabalham com equações diferenciais – por exemplo, a equação $\frac{dA}{dt} = -k \cdot A$, em que a taxa de variação da concentração A de uma substância em relação ao tempo $\left(\frac{dA}{dt}\right)$ é proporcional a essa concentração (A).

Em uma primeira análise, trabalhar com equações desse tipo no primeiro semestre do curso de Engenharia, considerando o contexto brasileiro, representava um grande desafio. Ao contrário do que ocorre nos Estados Unidos, o Cálculo Diferencial e Integral não faz parte do programa da grande maioria das escolas brasileiras. Assim, os alunos brasileiros teriam de lidar com equações diferenciais sem terem estudado, de maneira formal, os conceitos de derivada e integral, situação bem diferente daquela vivenciada pelos alunos do Olin College. O que a princípio representava um desafio, porém, acabou se revelando uma grande oportunidade para adequar o ensino da matemática à proposta inovadora do curso de Engenharia. Ao contrário dos cursos tradicionais, em que a disciplina Cálculo I aparece invariavelmente no primeiro semestre, considerou-se que o primeiro contato dos alunos com

ISBN 978-84-945722-3-4

as ideias do Cálculo poderia ser feito na disciplina de Modelagem e Simulação. A discussão dessa abordagem será realizada na próxima seção.

O raciocínio covariacional e o ensino de Cálculo

Muitos pesquisadores têm se dedicado a estudar os problemas enfrentados na disciplina inicial de Cálculo nas universidades brasileiras (Reis, 2001; Lima, 2015), relatando índices de reprovação muito altos (Bonomi, 1999; Rezende, 2003), o que torna a disciplina um verdadeiro gargalo para os cursos da área de exatas (Campos, 2012).

Segundo Bonomi (1999), a abordagem adotada nessa disciplina assemelha-se muito a um curso de Análise, com os conceitos sendo apresentados em um "contexto formal, logicamente bem estruturado, no qual o conceito de número real é preponderante e o estudo das funções aparece como um fim em si mesmo". Considerando que o Ensino Médio brasileiro não apresenta aos alunos sequer uma introdução às ideias básicas do Cálculo – especificamente às noções de derivada e integral – tal enfoque costuma representar uma grande dificuldade para os alunos.

As discussões que têm ocorrido sobre o raciocínio covariacional no contexto do ensino de Cálculo trazem elementos interessantes sobre essas questões. Segundo Carlson et al. (2002), o raciocínio covariacional é "o conjunto de atividades cognitivas envolvidas na coordenação de duas variáveis quando se observam as formas como cada uma delas se modifica com relação à outra".

É quase imediato relacionar o raciocínio covariacional com as principais ideias do Cálculo. A compreensão da noção de derivada, por exemplo, exige que se analise, de maneira coordenada, as variações que ocorrem na variável y à medida que são considerados incrementos cada vez menores da variável x. Diversas pesquisas confirmam essa relação, apontando o raciocínio covariacional como um fator de grande importância para uma formação mais ampla das noções de variável (Trigueros e Jacobs, 2008) e função (Oehrtman et al., 2008), para a interpretação de modelos dinâmicos (Rasmussen, 2001) e para a compreensão dos conceitos de limite (Cottrill et al., 1996) e derivada (Zandieh, 2000) e da ideia de acumulação (Thompson e Silverman, 2008).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Além de definir o raciocínio covariacional e propor um marco teórico descrevendo as ações mentais envolvidas na aplicação desse tipo de raciocínio, Carlson et al. (2002) relatam um estudo realizado com estudantes que completaram a disciplina inicial de Cálculo em nível universitário apresentando desempenho bem acima da média. No estudo, esse grupo de alunos apresentou dificuldades para identificar e interpretar pontos de inflexão e taxas de variação crescentes ou decrescentes em problemas envolvendo sistemas dinâmicos, sugerindo que o domínio das técnicas do Cálculo Diferencial e Integral pode não ser suficiente para que se transfira o conhecimento relativo a variação das funções a situações contextualizadas.

Diante do quadro descrito, ao planejar o currículo do novo curso de Engenharia, decidiu-se que a disciplina Modelagem e Simulação trabalharia as ideias de derivada e integral sem a preocupação com técnicas de cálculo ou com a formalização desses conceitos do ponto de vista matemático, incluindo atividades que promovessem o desenvolvimento do raciocínio covariacional e dessem sustentação aos projetos da disciplina. O estudo formal dos conceitos do Cálculo teria início apenas no segundo semestre do curso, com a disciplina Matemática da Variação. Sem as técnicas do Cálculo, a resolução das equações a diferenças e das equações diferenciais seria feita numericamente, permitindo enfatizar o processo de modelagem e criando a motivação para que se iniciasse, no semestre seguinte, o estudo analítico dessas equações.

Utilizando o marco teórico proposto por Carlson et al. (2002), foi feito um levantamento do nível de raciocínio covariacional dos alunos que cursaram a disciplina Modelagem e Simulação, comparando-o com o desempenho de estudantes que não passaram pela mesma experiência. A descrição desse estudo é feita a seguir.

Métodos

O estudo foi realizado com 23 alunos do curso de Engenharia, que haviam concluído a disciplina Modelagem e Simulação dois meses antes, e 66 alunos dos cursos de Economia e Administração de Empresas, que tinham acabado de ingressar na escola. Nenhum dos participantes havia feito um curso formal de Cálculo antes, seja no Ensino Médio ou em outro curso de graduação.

ISBN 978-84-945722-3-4

Foram apresentadas três tarefas aos participantes, cuja resolução requeria a mobilização do raciocínio covariacional. A compreensão das tarefas, construídas a partir de situações contextualizadas, não dependia de um conhecimento prévio de termos ou definições específicas. Além disso, os dois grupos realizaram uma avaliação composta por 15 questões sobre assuntos básicos de matemática, voltadas ao domínio de técnicas. O tempo para a realização das tarefas e da avaliação não representou um fator limitante.

A avaliação do desempenho dos alunos nas tarefas foi feita com base no marco teórico proposto por Carlson et al. (2002), sendo atribuída, em cada tarefa, uma pontuação de 0 a 5 conforme o nível de raciocínio covariacional demonstrado pelo aluno. O marco teórico e os enunciados das três tarefas estão reproduzidos nos anexos 1 e 2.

Resultados

O marco teórico usado na avaliação do nível de raciocínio covariacional mostrou-se adequado aos dois grupos de alunos estudados. Todas as respostas, nas três tarefas, puderam ser classificadas em um dos níveis estabelecidos. Além disso, foram identificadas respostas nos cinco níveis propostos no marco. No anexo 3, são mostrados exemplos de respostas em cada um dos cinco níveis para a tarefa 2.

As médias dos dois grupos foram comparadas na avaliação de assuntos básicos e em cada uma das três tarefas de raciocínio covariacional por meio de um teste t de Student, realizado com o programa *StatPlus*. Elas foram consideradas diferentes quando o valor de p fosse menor ou igual a 5%. Os resultados são mostrados na tabela 1.

Tabela 1 - Comparação entre as médias dos dois grupos de alunos

	Assuntos básicos		Tarefa 1		Tarefa 2		Tarefa 3	
	Eng	Eco/Adm	Eng	Eco/Adm	Eng	Eco/Adm	Eng	Eco/Adm
Média	12,48	11,53	4,65	3,47	3,04	1,50	3,61	2,85
Desvio padrão	2,48	2,54	1,07	2,26	1,82	1,78	1,44	1,70
Valor de p	12,4%		1,8%		0,061%		5,9%	

Na avaliação de assuntos básicos de matemática, a média dos alunos da Engenharia foi numericamente maior do que a dos alunos de Economia e Administração, mas não houve diferença estatística. Assim, pode-se afirmar que os dois grupos não apresentam diferenças significativas em relação ao domínio de técnicas matemáticas. Em relação ao raciocínio

ISBN 978-84-945722-3-4

covariacional, porém, os alunos da Engenharia, que cursaram a disciplina Modelagem e Simulação, tiverem um desempenho significativamente superior (com exceção da tarefa 3, em que o nível de significância foi um pouco maior do que 5%).

Conclusões

O estudo realizado mostrou que os alunos que cursaram Modelagem e Simulação apresentaram níveis mais altos de desenvolvimento de raciocínio covariacional do que seus colegas de outros cursos. Em uma avaliação de matemática voltada a técnicas trabalhadas no Ensino Médio, porém, não houve diferença significativa entre os dois grupos. Considerando a relevância do raciocínio covariacional para a aprendizagem de conceitos centrais do Cálculo, relatada em diferentes pesquisas, tais resultados sugerem que os alunos do primeiro grupo estariam mais bem preparados para o aprendizado dessa disciplina.

Os resultados motivam uma importante reflexão sobre a estrutura tradicional do ensino de Cálculo nas universidades brasileiras. O degrau entre o Ensino Médio e o que se apresenta na disciplina inicial de Cálculo é enorme, não havendo uma preocupação em desenvolver as grandes ideias dessa área antes de apresentar ao aluno um arsenal de técnicas envolvidas em um formalismo com o qual ele não está nem um pouco habituado. Em geral, o processo gera grande frustração em alunos e professores.

A disciplina Modelagem e Simulação mostrou-se uma excelente alternativa para facilitar essa transição. Além de motivar os alunos para o futuro estudo do Cálculo com a abordagem formal que é requerida dos estudantes das áreas de exatas, ela favorece a compreensão das grandes ideias da disciplina e fornece ferramentas de simulação computacional que podem ser usadas em outras disciplinas que necessitam das técnicas do Cálculo, como a Física.

Referências bibliográficas

Bonomi, M. C. (1999). *A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral*. Tese de Doutorado. São Paulo: FE-USP.

Campos, D. F. (2012). *Análise de uma proposta para a disciplina Cálculo Diferencial e Integral I surgida na UFMG após o REUNI usando o testbench de Engeström como modelo de aplicação da teoria da atividade em um estudo de caso*. Tese de Doutorado. Belo Horizonte: UFMG.

Carlson, M.; Jacobs, S.; Coe, E.; Larsen, S.; Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: a framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education, 33(5)*, 352-378.

ISBN 978-84-945722-3-4

Cottrill, J.; Dubinsky, E.; Nichols, D.; Schwingendorf, K.; Thomas, K.; Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: beginning with a coordinated process scheme. *The Journal of Mathematical Behavior*. Vol. 15, p. 167-192.

Crawley, E. F.; Malmqvist, J.; Östlund, S.; Brodeur, D. R.; Edström, K. (2014). *Rethinking Engineering Education: the CDIO Approach.* New York: Springer.

Grimson, J. (2002). Re-engineering the curriculum for the 21st century. *European Journal of Engineering Education, 27(1)*, 31-37.

Insper – Instituto de Ensino e Pesquisa (2017). Manual do aluno – Engenharia Insper. https://www.insper.edu.br/portaldoprofessor/wp-content/uploads/2015/02/MANUAL-DO-ALUNO-ENGENHARIA-2017-1-OK.pdf. Consultado em 23/02/2017.

Lima, G. L. (2015). Abordagem contextualizada e compreensão relacional: em busca de uma identidade para o curso inicial de Cálculo. *Anais da XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM)*. Tuxtla-Gutierrez, México.

Oehrtman, M.; Carlson, M.; Thompson, P. W. (2008). Foundational reasoning abilities that promote coherence in students' function understanding. In: Carlson, M. P.; Rasmussen, C. (Eds.). *Making the connection - research and teaching in undergraduate Mathematics Education.* Washington: Mathematical Association of America.

Rasmussen, C. (2001). New directions in differential equations: a framework for interpreting students' understandings and difficulties. *The Journal of Mathematical Behavior.* Vol. 20, p. 55-87.

Reis, F. da S. (2001). *A tensão entre rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos*. Tese de Doutorado. Campinas: Unicamp.

Rezende, W. M. (2003). *O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica.* Tese de Doutorado. São Paulo: FE-USP.

Soares, L. P.; Achurra, P.; Orfali, F. (2016). A hands-on approach for an integrated engineering education. *Proceedings of the PAEE/ALE 2016*, 294-302.

Thompson, P. W.; Silverman, J. (2008). The concept of accumulation in Calculus. In: Carlson, M. P.; Rasmussen, C. (Eds.). *Making the connection – research and teaching in undergraduate Mathematics Education.* Washington: Mathematical Association of America.

Trigueros, M.; Jacobs, S. (2008). On developing a rich conception of variable. In: Carlson, M. P.; Rasmussen, C. (Eds.). *Making the connection – research and teaching in undergraduate Mathematics Education.* Washington: Mathematical Association of America.

Zandieh, M. (2000). A theoretical framework for analyzing student understanding of the concept of derivative. In: Dubinsky, E.; Schoenfeld, A.; Kaput, E. (Eds.). *Research in collegiate mathematics education, IV.* Vol. 8, p. 103-127. Providence, RI: American Mathematical Society.

Anexo 1 – O marco teórico do raciocínio covariacional

O marco teórico utilizado para avaliar o raciocínio covariacional no estudo relatado neste trabalho, proposto por Carlson et al. (2002), considera que as imagens da covariação podem ser definidas por níveis que emergem em uma sucessão ordenada. Assim, foram identificadas

ISBN 978-84-945722-3-4

cinco ações mentais relacionadas ao raciocínio covariacional e seus comportamentos associados (tabela 2) e, a partir delas, foram estabelecidos cinco níveis que um indivíduo pode atingir ao realizar uma determinada tarefa (tabela 3).

Tabela 2 – Ações mentais que caracterizam o raciocínio covariacional

(Carlson et al. 2002, p. 357, tradução do autor.)

Ação mental	Descrição da ação mental	Comportamentos associados
AM1	Coordenação do valor de uma variável com mudanças na outra.	• Designação dos eixos com indicações verbais de coordenação de duas variáveis (por exemplo: *y* varia com as mudanças de *x*).
AM2	Coordenação do sentido da mudança de uma variável com mudanças na outra.	• Construção de uma linha reta com coeficiente angular positivo. • Verbalização da consciência do sentido de mudança de uma variável quando é considerada uma mudança no valor de entrada.
AM3	Coordenação da variação absoluta de uma variável com mudanças na outra.	• Marcação de pontos e construção de linhas retas secantes. • Verbalização da consciência da variação absoluta da variável dependente considerando mudanças na variável independente.
AM4	Coordenação da taxa de variação média de uma função com incrementos uniformes na variável independente.	• Construção de linhas retas secantes contíguas em todo o domínio da função. • Verbalização da consciência das mudanças na taxa de variação de uma função considerando incrementos uniformes da variável independente.
AM5	Coordenação da taxa de variação instantânea de uma função com variações contínuas da variável independente em todo o domínio da função.	• Construção de uma curva suave, com indicações claras de mudanças de concavidade. • Verbalização da consciência das mudanças na taxa de variação para todo o domínio da função (indicação correta das concavidades e pontos de inflexão).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Tabela 3 – Níveis de raciocínio covariacional

(Carlson et al. 2002, p. 358, tradução do autor.)

Nível	Nome	Descrição
N1	**Coordenação**	No nível de coordenação, as imagens da covariação podem sustentar a ação mental de coordenar mudanças em uma variável com as variações de outra (AM1).
N2	**Sentido**	No nível do sentido, as imagens da covariação podem sustentar as ações mentais de coordenar o sentido da variação de uma variável (crescente ou decrescente) com as variações da outra. As ações mentais AM1 e AM2 são ambas sustentadas por imagens de N2.
N3	**Coordenação quantitativa**	No nível da coordenação quantitativa, as imagens da covariação podem sustentar as ações mentais de coordenar a variação absoluta de uma variável com as variações da outra. As ações mentais AM1, AM2 e AM3 são sustentadas por imagens de N3.
N4	**Taxa de variação média**	No nível da taxa de variação média, as imagens da covariação podem sustentar as ações mentais de coordenar a taxa de variação média de uma função com variações uniformes da variável independente. Também podem sustentar o uso da taxa de variação média para coordenar a variação absoluta de uma variável com as variações da outra. As ações mentais de AM1 até AM4 são sustentadas por imagens de N4.
N5	**Taxa de variação instantânea**	No nível da taxa de variação instantânea, as imagens da covariação podem sustentar as ações mentais de coordenar continuamente a taxa de variação instantânea de uma função com variações da variável independente ao longo de um intervalo. Este nível inclui a consciência de que a taxa de variação instantânea resulta de refinamentos da taxa de variação média em intervalos cada vez menores. Também inclui a consciência de que, no ponto de inflexão, a taxa de variação passa de crescente para decrescente, ou o contrário. As ações mentais de AM1 até AM5 são sustentadas por imagens de N5.

Anexo 2 – Tarefas utilizadas na avaliação do raciocínio covariacional

As três tarefas utilizadas na avaliação do raciocínio covariacional são mostradas nas figuras 2 e 3.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

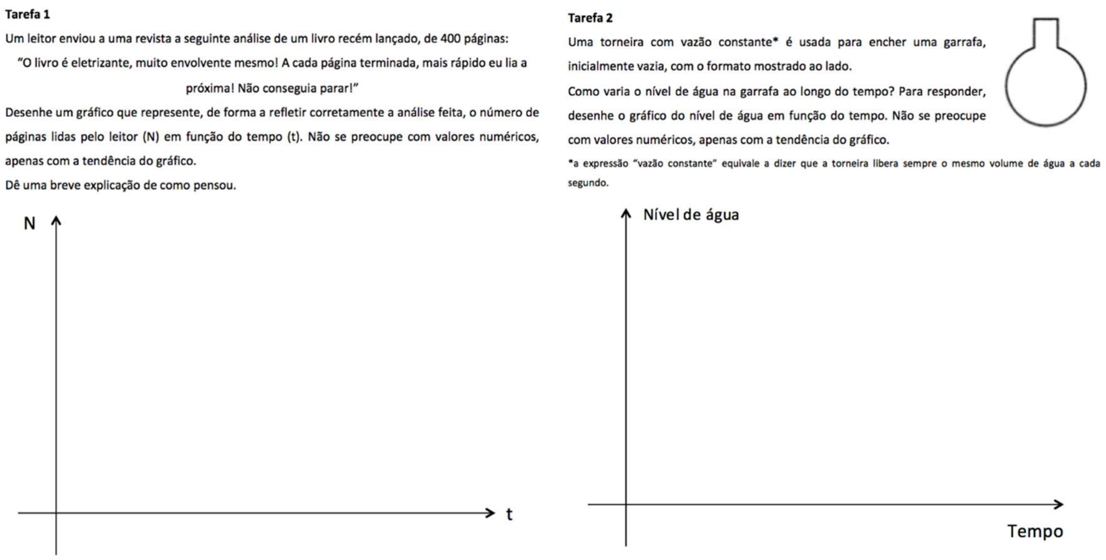

Figura 2 – Tarefas 1 e 2 para avaliação de raciocínio covariacional

Figura 2 – Tarefa 3 para avaliação de raciocínio covariacional

Anexo 3 – Exemplos de respostas para a tarefa 2 de raciocínio covariacional

A pontuação em cada tarefa da avaliação de raciocínio covariacional foi dada de acordo com o nível demonstrado pelo aluno conforme especificado na tabela 3 (foi atribuída pontuação zero quando o aluno não realizou a tarefa). As figuras 4 a 8 mostram exemplos de respostas em cada faixa de pontuação para a tarefa 2.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

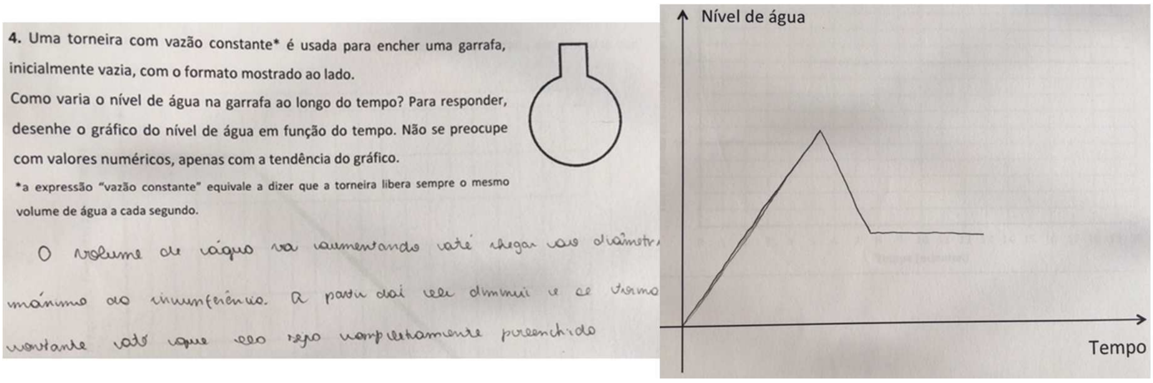

Figura 4 – Exemplo de pontuação 1 na tarefa 2 da avaliação de raciocínio covariacional

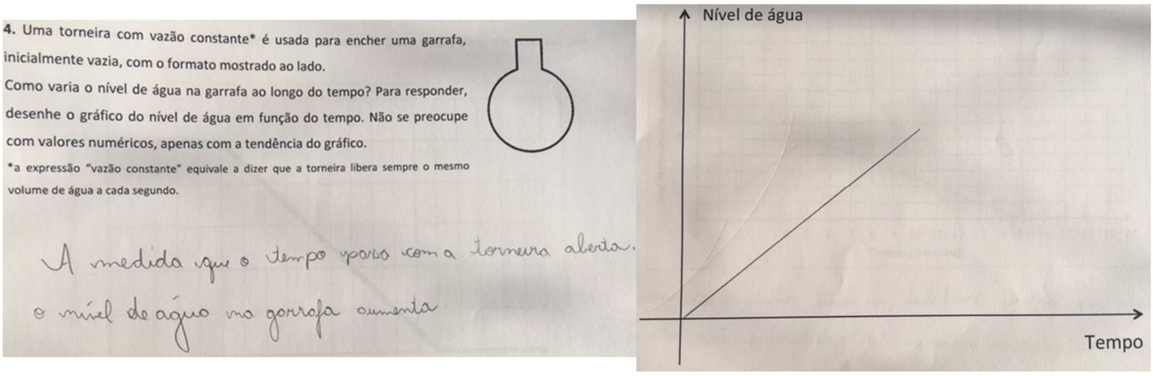

Figura 5 – Exemplo de pontuação 2 na tarefa 2 da avaliação de raciocínio covariacional

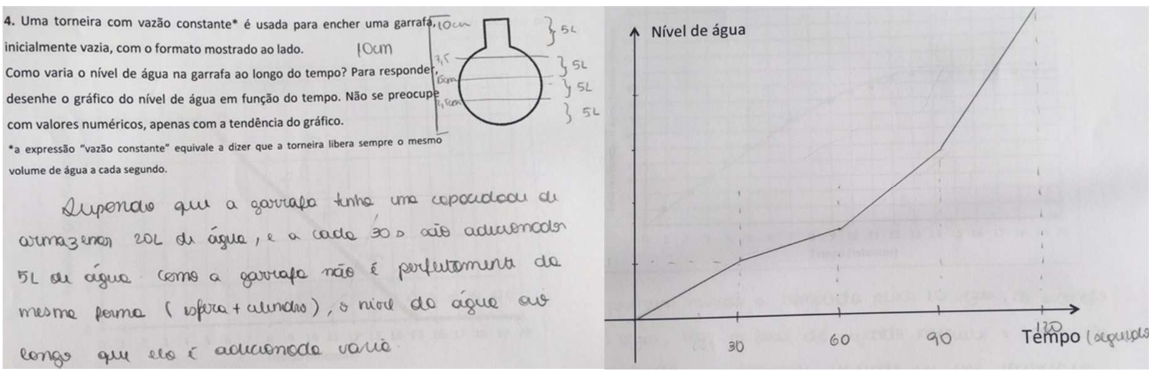

Figura 6 – Exemplo de pontuação 3 na tarefa 2 da avaliação de raciocínio covariacional

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

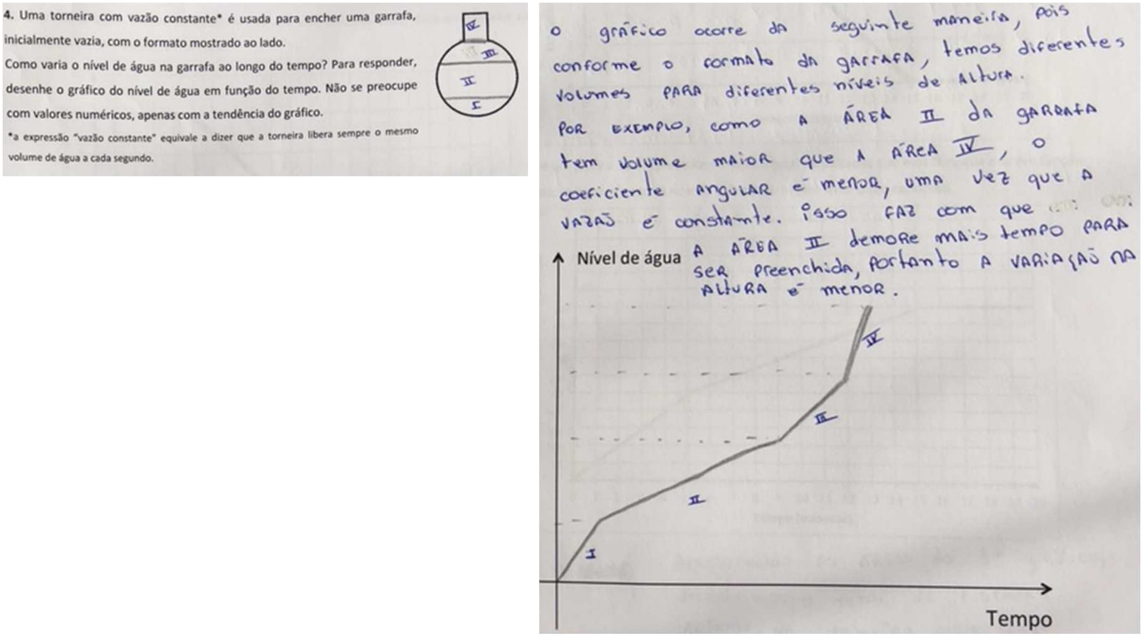

Figura 7 – Exemplo de pontuação 4 na tarefa 2 da avaliação de raciocínio covariacional

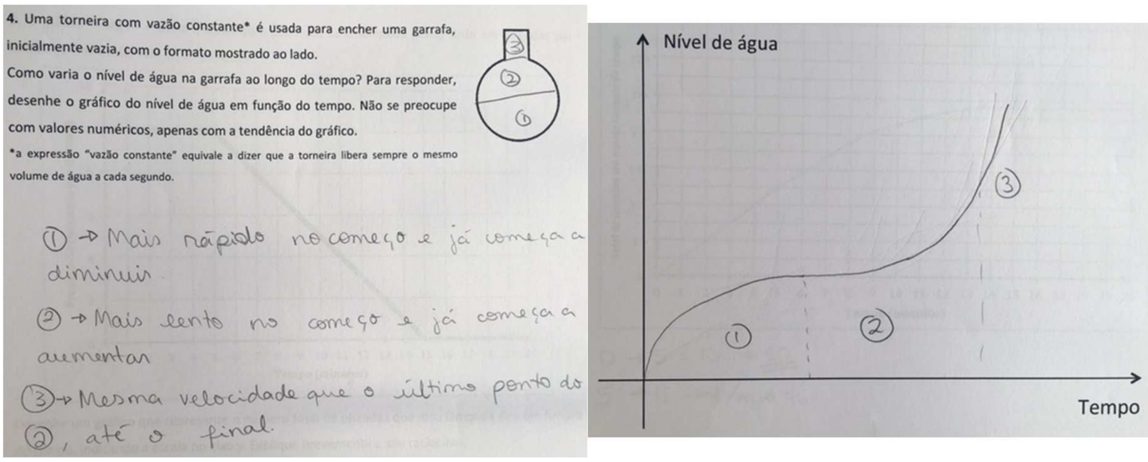

Figura 8 – Exemplo de pontuação 5 na tarefa 2 da avaliação de raciocínio covariacional

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4