

ACTUALIZACIÓN DE UN TEXTO GUÍA DE CÁLCULO DIFERENCIAL PARA ESTUDIANTES DE INGENIERÍA CHILENOS

Elisabeth Ramos Rodríguez – Patricia Vásquez Saldías – Betsabé González Yáñez – Astrid Morales Soto – Enrique Vargas Cortés

Elisabeth.ramos@pucv.cl – patricia.vasquez@pucv.cl – betsabe.gonzalez@pucv.cl – astrid.morales@pucv.cl – evargascortes@yahoo.com

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Modalidad: CB.

Nivel educativo: enseñanza superior

Palabras clave: Cálculo diferencial, números reales, modelación matemática.

Resumen

Este trabajo muestra la primera etapa de una Investigación de Diseño (Plomp, 2010) que involucra la actualización, implementación y análisis de un libro (Arancibia y Mena, 1996) que se emplea desde hace dos décadas con futuros ingenieros de una universidad. Nuestro objetivo es exponer elementos del estado del arte sobre el uso de textos que aborden la axiomática de los números reales y la modelación matemática, temas necesarios para trabajar el cálculo diferencial. Bajo el paradigma cualitativo estudiamos dos componentes: los libros actualmente utilizados en universidades de nuestro país y el uso que se le otorga al libro por los docentes de la universidad. Consideramos el estudio de libros mayormente empleados en universidad nacionales, observando componentes matemáticos y/o didácticos. Del segundo componente se obtiene una diversidad de formas en que se usa el texto en estos temas en nuestra universidad, desde una simple sugerencia para el estudiante, hasta una presencia explícita, pero con un uso débil de las demostraciones. Esto nos propone un escenario complejo y desafiante para la actualización de un texto de manera de conectar la matemática y su didáctica como medio que fortalezca la enseñanza y el aprendizaje de la matemática a nivel superior.

Introducción

Durante las últimas dos décadas, una de las herramientas tradicionalmente utilizadas en la formación de nuestros estudiantes que cursan cálculo diferencial en las carreras de ingeniería de nuestra universidad es el texto diseñado por Arancibia y Mena (1996). A pesar de que el diseño de este libro no estuvo supeditado bajo una mirada desde la Didáctica de la Matemática, su uso se ha mantenido en el tiempo, traspasando su uso a otras universidades nacionales (como la Universidad Diego Portales y la Universidad de Ciencias de la Educación) e internacionales, por ejemplo, en Argentina (Universidad Nacional de Córdoba)

y Uruguay (Colegio América, para sus alumnos de Bachillerato) e incluso se encuentra en diversos sitios de internet.

A través de los años se ha instalado una cultura de acompañamiento a los estudiantes universitarios, donde reconocer y enfrentar dificultades académicas iniciales, no constituye solo un asunto de responsabilidad personal, sino que requiere también el compromiso de las instituciones (Carreño, Micin y Urzúa, 2016), aún así existen deficiencias en la enseñanza en nuestra universidad (Guzmán, Ramos y Mena, 2009).

En este contexto, nos planteamos realizar una Investigación de Diseño (Plomp, 2010) centrada en la transformación desde la Didáctica de la Matemática del libro mencionado. Dada la amplitud del estudio hasta la fecha hemos abordado la reformulación de su primer y segundo capítulo, referidos a la axiomática de los números reales y a funciones reales. Este trabajo muestra la primera etapa de la Investigación de Diseño, delimitando los cimientos teóricos en donde se discuten las necesidades observadas en el entorno educativo.

Los resultados de esta experiencia nos permitirá visualizar en qué grado la reformulación del libro apoya la propuesta de enseñanza basada en él, asentada en la didáctica de la matemática, y nos concederá una mirada a la forma en que el libro puede aportar al proceso de inserción a la universidad de nuevos estudiantes.

Fundamentación teórica

El sustento teórico que emplearemos para el rediseño del texto guía se basa en la noción de situación didáctica de Brousseau (2007) y de demanda cognitiva de una tarea matemática de Stein y colaboradores (Stein, Smith, Henningsen & Silver, 2000), los que serán empleados para la fase preliminar de este estudio.

Brousseau (2007) plantea que una situación didáctica es aquella construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado, es un modelo que escribe la actividad del profesor y del alumno, “es todo el entorno del alumno, incluidos el docente y el sistema educativo” (p. 18).

Stein y colaboradores (Stein, et al., 2000), proponen una tipificación de las tareas matemáticas según su complejidad, a lo que denominan niveles de demanda cognitiva. La demanda cognitiva puesta en juego en ellas distingue tareas de nivel cognitivo bajo (memorísticas, procedimientos sin conexión) y alto (procedimientos con conexión y haciendo matemáticas). Este marco de tareas referente al nivel cognitivo puesto en juego en

ellas pone el énfasis en la actuación del profesor en clase, qué se materializa en las tareas que selecciona y la forma de gestionarlas, determinará maneras en que su instrucción apoya o inhibe la participación de los estudiantes en procesos de alto nivel cognitivo, y con ello en qué grado su actuación repercute en el aprendizaje del alumno.

Diseño y metodología

Este trabajo se enmarca dentro de una metodología mixta, es decir, cuantitativa y cualitativa (Hernández, Fernández y Baptista, 2014), encuadrada bajo el enfoque de la Investigación Basada en el Diseño, ilustrado por Plomp (2010) en tres fases: teórica, empírica y terminal. Este trabajo se centra en la primera fase de la ID, es decir, en la investigación preliminar o fase teórica, donde se estudian las necesidades y el análisis del libro, la revisión de la literatura, el desarrollo de un marco conceptual o teórico para el estudio.

Esta fase teórica la abordamos desde dos aristas: las apreciaciones y uso que tiene el libro actualmente empleado por los docentes de nuestra universidad, y la presencia que tiene el tema de números reales en libros guía empleados en otras universidades.

Los instrumentos de recogida de datos desde el punto de vista cuantitativo es un cuestionario aplicado a docentes que imparten cálculo diferencial en la universidad. Además, contamos como dato los libros de apoyo a la asignatura de diferentes universidades chilenas para la parte del estudio cualitativo.

Para el estudio cuantitativo, los sujetos informantes son los 22 docentes que imparten docencia en primer año en la asignatura de cálculo, por tanto, no se tiene muestra, cumpliendo con el criterio de validez externa (Hernández, Fernández y Baptista, 2014).

El análisis de los datos de los libros analizados se lleva a cabo a partir del método de análisis de contenido (Neuendorf, 2016), ocupando como unidades de análisis las respuestas dadas por los docentes en cada una de las preguntas del cuestionario y de las entrevistas. Se emplea la validación interna considerando expertos tanto del área matemática como de didáctica de la matemática.

El diseño del cuestionario obedeció a los fundamentos teóricos de este trabajo, por tanto se consideró preguntas que apuntaran al empleo de situaciones didácticas de Brousseau (2007) y a la complejidad de las tareas planteadas por Stein y colaboradores (2000). Se verifica la

validez del cuestionario, desde la validez de contenido, y la confiabilidad, considerando el alfa de Cronbach (Hernández, Fernández y Baptista, 2014).

Resultados

Los resultados se plasman a través de los elementos que componen la fase preliminar de una ID, es decir: se estudian las necesidades de la reformulación del libro, la revisión de la literatura y el desarrollo de un marco conceptual o teórico para el estudio. Dado que el marco conceptual ya está desarrollado en el apartado del marco de referencia, nos enfocaremos en los dos primeros elementos.

Revisión literaria

En Ramos-Rodríguez, Vásquez-Saldías, Rojas-Valero y González-Yáñez (2016) estudiamos los libros guía de otras universidades respecto a la axiomática en los reales. Se observa que solo uno de los libros estudiados, al dar a conocer la estructura de cuerpo, ordenado y completo, menciona la densidad de los números racionales o irracionales. Al comparar el tratamiento de los libros complementarios con los del libro guía, vemos que hay diferencias en este aspecto, debido a que el libro guía lo hace de manera formal. Esto nos lleva a considerar que la mencionada modificación al texto debe contemplar sin duda, una dualidad entre los aspectos formales o matemáticas puros y modelos matemáticos aplicados en diversos contextos, lo cual permitan tanto al profesor como a los estudiantes, dar sentido a la matemática con la cual trabajan en cada una de sus clases, logrando de esta forma, un aprendizaje real de los contenidos en cuestión.

En relación a la segunda unidad del libro, modelación matemática, se observa que se introduce el tema de funciones a partir de situaciones modeladas por funciones, referidas al ámbito geométrico (donde el área de un círculo depende de su radio) a la dependencia de la población humana en términos del tiempo, al costo de mandar una carta por correo es otro ejemplo clásico y, por último, la aceleración vertical medida por un sismógrafo, la cual depende del tiempo. Para luego dar la definición de función, usando el lenguaje natural, no utiliza símbolos propios de la lógica. Utiliza la gráfica para determinar dominio y recorrido de la función, dejando de lado conceptos como la biyectividad de la función para determinar por ejemplo la inversa. Hace hincapié que una función se puede presentar en diversos registros, dando ejemplos de ello.

Uno de los aspectos a destacar en los libros estudiados es que se usa la gráfica para determinar dominio o recorrido, sin necesidad de un tratamiento algebraico o del estudio de la biyectividad de la función, además de establecer la paridad de una función a partir de su gráfica. En el texto guía, los tratamientos que se dan son mucho más formales, formalidad que proviene del uso y de consecuencias de los axiomas de cuerpo y de orden de los números reales. Esto nos lleva a la posibilidad de usar un software como el Geogebra para el tratamiento de las funciones, así como para conjeturar acerca de las propiedades que se validan a partir de los axiomas de los números reales o de aspectos geométricos.

Estudio de las necesidades

Para abordar las necesidades de la reformulación de libro nos hemos enfocado en las apreciaciones de los docentes que dictan cálculo en las carreras de ingeniería.

Los resultados de la encuesta aplicada a estos docentes los detallamos desde cinco puntos de vista: una visión general, desde el nivel de complejidad de las tareas, cómo introducen los conceptos, mirando el tratamiento de las demostraciones y desde los problemas de planteo. Aspectos que pasamos a detallar a continuación.

Visión general

A modo general se tiene que un 36.3% (8 de 22) de los docentes emplea siempre o casi siempre el texto para sus clases y que el 22.2% (5 de los 22) no lo emplea (figura 1a), lo que nos evidencia que, en la actualidad, a pesar de seguir siendo el texto oficial en la programación de los cursos, no se refleja en el uso permanente de los docentes. Mas de la mitad de los 17 docentes que lo han empleado al menos algunas veces solicita a sus estudiantes utilizar la unidad “axiomática en los reales” del libro como apoyo oficial para las clases (gráfico circular de la izquierda en figura 1). En cambio, para la unidad “funciones reales”, un 75% (gráfico circular central en figura 1) de los docentes, al menos algunas veces, si lo sugiere (gráfico circular de la derecha en la figura 1).

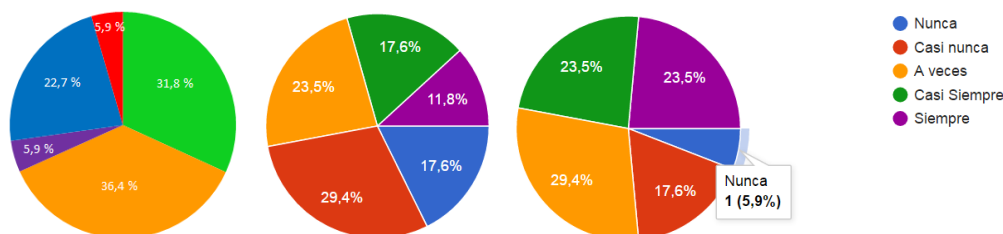


Figura 1. Gráficos circulares para las respuestas globales de los dos capítulos

Con esta visión general, detallaremos los resultados respecto al nivel de complejidad, la introducción de conceptos, el uso de demostraciones y de problemas de planteo.

Sobre el nivel de complejidad de las tareas

El nivel de complejidad e las tareas (Stein, Smith, Henningsen & Silver, 2000) es un aspecto que nos preocupa para el rediseño del libro desde el punto de vista teórico didáctico. Respecto a ello, un 52.9% (gráfico de la izquierda en figura 2) de los docentes manifiesta que los ejercicios y ejemplos de la unidad “axiomática en los reales” son de distinto nivel de complejidad. Mientras que un 70.5% (gráfico de la derecha en figura 2) en la unidad “Funciones reales” menciona lo mismo respecto a este tema.

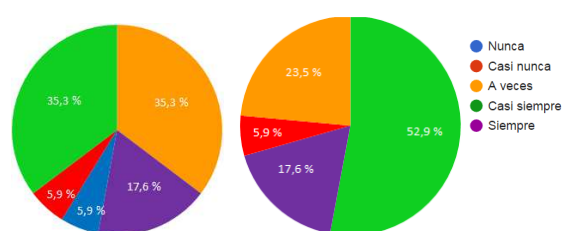


Figura 2. Gráficos circulares para los ítems sobre niveles de complejidad

Sobre la introducción de los conceptos

Un 76% (gráfico de la izquierda en figura 3) y un 61% (gráfico de la derecha en figura 3) de los docentes considera que los conceptos en la unidad “axiomática en IR” y “funciones reales” respectivamente, requieren ser presentados con una previa construcción, problema o motivación al alumno. Aspecto que apunta a la introducción de situaciones didácticas según Brousseau (2007), lo que nos sugiere una necesidad de incorporar este tipo de situaciones en el rediseño de estos capítulos.

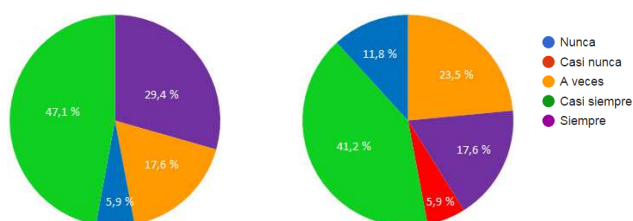


Figura 3. Gráficos circulares sobre la introducción de conceptos

Sobre las demostraciones

53% (gráfico de la izquierda en figura 4) de los docentes consideran que la unidad "Axiomática en IR" del libro contempla solo las demostraciones más significativas para el

estudiante, de los cuales un 11.8% (gráfico de la derecha) de ellos las demuestra en clases, argumentando que “esta sección posee demostraciones muy teóricas”.

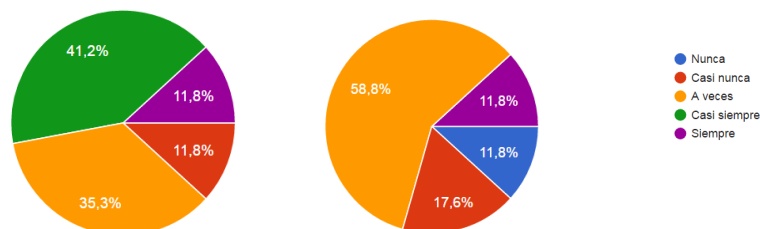


Figura 4. Gráficos circulares para los ítems sobre el uso de demostraciones en la unidad “axiomática en IR”

En cambio, un 41.2% (gráfico de la izquierda en figura 5) de los docentes opina que la unidad "funciones reales" contempla solo las demostraciones más significativas para el estudiante, de los cuales 17.6% (gráfico de la derecha) las demuestra en clases.

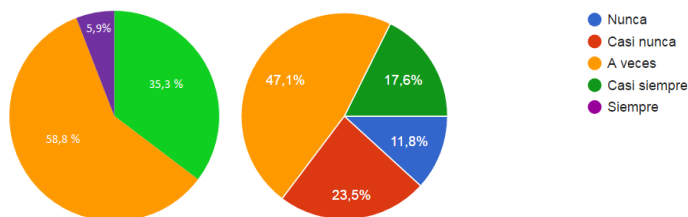


Figura 5. Gráficos circulares para ítems sobre el uso de demostraciones en la unidad “funciones reales”

La forma en que los docentes encuestados consideran las demostraciones en estas unidades nos provoca discutir sobre la presencia de estas en el rediseño del capítulo.

Sobre los problemas de planteo

Un 34.3% (figura 6) de los docentes encuestados realiza en clases algunos de los problemas de planteo presentados en la unidad “Axiomática en IR” y los problemas de modelación matemática de la unidad “funciones reales” del libro, argumentado en ambos casos que la comprensión lectora de los actuales estudiantes es deficitaria, lo que nos sugiere considerar aspectos didácticos (como la utilización de modelos figurales) que permitan comprender de mejor forma la resolución de problemas.

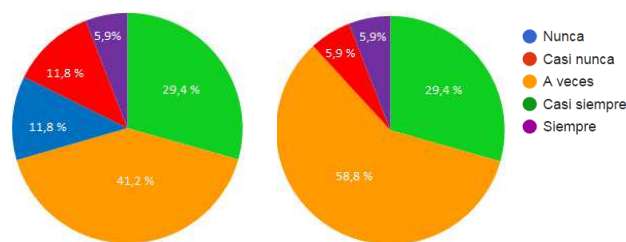


Figura 6. Gráficos circulares para los ítems sobre problemas de planteo

Conclusiones

Este trabajo muestra la primera etapa de la Investigación de Diseño, la fase preliminar, en donde delimitamos los cimientos teóricos y se discuten las necesidades observadas en el entorno educativo. Al estudiar los libros guías de otras universidades, se observa que solo uno de ellos, al dar a conocer la estructura de cuerpo, ordenado y completo, menciona la densidad de los números racionales o irracionales. Al comparar el tratamiento de los libros complementarios con los del libro guía, vemos que hay diferencias en esto, debido a que el libro guía lo hace de manera formal.

Vemos que en los textos estudiados formalizan el tratamiento de las funciones, basándose en las gráficas de funciones provenientes de elementos de la geometría analítica, donde la visualización juega un rol preponderante en el encuentro del dominio y del recorrido de la función, dejando de lado conceptos como la biyectividad de la función para determinar por ejemplo la inversa.

En relación a la encuesta aplicada a los docentes se observa una tendencia a considerar el libro (actual) como un apoyo esporádico y no de manera obligatoria, quizás se deba a lo que manifiestan los propios profesores en relación a como se plantean los temas consultados, esto es, su manera de introducirlos, las demostraciones que posee, los tipos de problemas y ejercicios que aborda. Con la información obtenida de la encuesta podemos asegurar una clara necesidad de reformular el texto guía en beneficio de las necesidades de hoy, en términos de enseñanza y aprendizaje de los tópicos matemáticos desarrollados y considerando al estudiante de hoy.

Los elementos abarcados en el estado del arte –fase inicial de la investigación basada en el diseño- referente al tema, nos permite posicionarnos a la hora de reconstruir el libro guía, la que obedece a varios aspectos. En primer lugar a una mirada actual de las demostraciones, qué relevancia tienen en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática de nivel

superior. En segundo lugar a las tareas matemáticas desarrolladas o propuestas, de qué nivel de complejidad deben ser, cuáles seleccionar y qué elementos aportar para un mejor abordaje del estudiante universitario que actualmente contamos. La forma de introducirnos en cada tema, considerando la noción de situación didáctica planteada por Brousseau (2007) también es un aspecto central en esta reformulación.

Esperamos continuar con el rediseño de las otras unidades temáticas que componen el libro original, siguiendo con el tema de límite y continuidad de funciones reales, introduciéndonos por completo en el cálculo diferencial. Se espera que el conjunto de todos estos elementos, nos abra el camino hacia la mejora de los aprendizajes de las nuevas generaciones de estudiantes de nuestra y otras universidades.

Referencias

- Arancibia, S. y Mena, J. (1996). *Cálculo Diferencial para Ingeniería, primera edición*. Valparaíso: Ediciones Universitarias.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas* (Vol. 7). Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Carreño, B., Micin, S. y Urzúa, S. (2016). Una caracterización inicial para el logro académico de estudiantes de primer año universitario. *Cuadernos de Investigación Educativa*, 7(1), 29-39.
- Guzmán, I., Ramos, E. y Mena, A. (2009). ¿Cómo se enseña en la Universidad? El caso de los Números Reales. En Orus P., Zamora L. y Gregori P. (Ed.), *Teorías y Aplicaciones del Análisis Implicativo*. España: Innovació Digital Castello, s.l.u.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. Sexta Edición. México. Mc Graw Hill.
- Neuendorf, K. A. (2016). *The content analysis guidebook*. London: Sage publications.
- Plomp, T. (2010). Educational design research: An introduction. En T. Plomp y N. Nieveen (Eds.), *An Introduction to Educational Design Research* (pp. 9-35). Enschede, the Netherlands: SLO.
- Ramos-Rodríguez, E., Vásquez-Saldías, P., Rojas-Valero, J. y González-Yáñez, B. (2016). Un experimento de enseñanza basado en la actualización del texto guía de Cálculo Diferencial para estudiantes de Ingeniería en Chile, su estado del arte. *Revista internacional de educación y aprendizaje*, 4(2), 115-123.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. Reston: NCTM.