

UM PANORAMA DAS PESQUISAS BRASILEIRAS SOBRE O ENSINO DA GEOMETRIA ANALÍTICA.

Adriana Tiago Castro dos Santos– Barbara Lutaif Bianchini
adriana_larissa.le@hotmail.com – barbaralb@gmail.com
FMU – PUC/SP - Brasil

Núcleo temático: Ensino e Aprendizagem da Matemática em diferentes níveis educativos.

Modalidad: CB

Nível educativo: Ensino Superior

Palabras clave: Geometria Analítica, Estado da Arte, Ensino Superior, Pensamento Matemático Avançado.

Resumo

O presente artigo tem como objetivo apresentar os resultados de uma pesquisa de doutorado sobre um panorama das pesquisas brasileiras no período de 1991 a 2014 sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria Analítica no Brasil. Utilizamos os pressupostos da Análise de Conteúdo para realizar os procedimentos metodológicos e para a análise dos dados fizemos uso das ideias teóricas de Dreyfus (1991) sobre quais processos do Pensamento Matemático Avançado (PMA) emergiram implicitamente das estratégias pedagógicas abordadas nas produções acadêmicas. Identificamos quarenta e uma produções acadêmicas sobre o tema. Apresentaremos os resultados de nossa análise sobre as produções acadêmicas que não visaram as TICs como foco de pesquisa. Os resultados apontaram que os pesquisadores utilizaram instrumentos como compasso e régua para a construção dos entes geométricos, materiais manipulativos e técnicas da perspectiva isométrica, construção das figuras geométricas em 3D para a resolução de situações-problema. Concluímos que os temas da Geometria Analítica abordados nas pesquisas não mudaram ao longo do período estudado. O que mudou foram as estratégias de ensino e aprendizagem, agora centradas no estudante, possibilitando que o mesmo criasse uma postura mais ativa no processo de aprendizagem sem depender estritamente do professor.

Introdução

O surgimento da Educação Matemática, segundo os estudos de Kilpatrick (1992), originou-se a partir da inquietação dos matemáticos e de professores de Matemática quanto à qualidade da divulgação e da socialização da Matemática com as novas gerações. A responsabilidade das universidades europeias, no final do século XIX, em promover a formação de professores secundários contribuiu para o surgimento de especialistas em ensino de matemática. Outro

fator que emergiu foram os estudos experimentais realizados por psicólogos desde o início do século XX, que se preocuparam em entender como as crianças aprendiam a Matemática. No Brasil, a Educação Matemática surgiu no início dos anos de 1990. Nesta fase houve a expansão de um movimento nacional de formação de grupos de pesquisa, a consolidação de linhas de investigação e o surgimento de cursos de mestrado e doutorado em Educação Matemática.

Este crescimento continua no século XXI e, ao percorrermos o sistema de banco de dados da Coordenação Aperfeiçoamento Pessoal do Ensino Superior (CAPES) e encontramos cinquenta e três (53) Programas de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática; o que nos mostra que o número de pesquisas acadêmicas em nível de mestrado e doutorado cresceu de forma significativa.

Assim, é necessário que periodicamente se faça um levantamento do estado do conhecimento destas produções acadêmicas.

Este artigo tem o propósito de apresentar um panorama das pesquisas sobre o Ensino de Geometria Analítica no período de 1991 a 2014, parte dos resultados de uma pesquisa de doutorado (Santos, 2016). É uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico. Utilizamos como referencial teórico para a análise, as ideias dos processos do Pensamento Matemático Avançado descrito por Dreyfus (1991).

Os processos do Pensamento Matemático Avançado

A compreensão de um conceito matemático é mais do que conhecer ou ser hábil e envolve vários processos cognitivos. É importante que o professor de matemática compreenda como ocorrem os processos da aprendizagem da Matemática no estudante. Essa aprendizagem, Dreyfus (1991) menciona que é um processo que acontece na mente do estudante como *insights* que, além disso, é um fenômeno baseado em uma sequência longa de atividades durante os processos mentais que ocorrem e interagem entre si. Muitos dos processos já estão presentes no pensamento das crianças sobre conceitos matemáticos elementares, como o conceito de número. Eles não ocorrem exclusivamente na matemática avançada e nem são processos exclusivos da Matemática

O PMA consiste em uma grande listagem de processos componentes em interação. É importante para o professor de Matemática estar consciente desses processos para que compreenda algumas das dificuldades que seus alunos enfrentam. Dentre esses processos, podemos citar a representação, a visualização, tradução, generalização, abstração, modelagem e a síntese.

Para Dreyfus (1991) é necessário que o professor proponha ao estudante atividades que possibilitem o desenvolvimento desses processos.

Procedimentos Metodológicos

O referencial metodológico que traçaram os percursos da pesquisa foi a Análise de Conteúdo descrita por Bardin (2011) como um conjunto de técnicas de análise das comunicações. Inicialmente realizamos uma busca no banco de teses da CAPES (Coordenação Aperfeiçoamento Pessoal do Ensino Superior) e nos *sites* de Programas de Pós-Graduação *Strictu Sensu* que oferecem cursos de Mestrado e Doutorado em Ensino de Matemática. Encontramos 53 instituições de ensino superior.

O processo de coleta de dados foi realizado por meio das ferramentas de busca presentes nos *sites* das bibliotecas das Instituições de Ensino Superior, e para tanto utilizamos as palavras-chave: Geometria Analítica, Ensino de Geometria Analítica, Vetores, Cônicas e Quádricas. A organização dos dados se deu segundo a metodologia denominada Análise de Conteúdo e é classificada em torno de cinco polos cronológicos: pré-análise, a exploração do material, o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. Esta organização não ocorre de forma sequencial.

Bardin (2011) define a leitura *flutuante* como a primeira atividade a ser feita na pré-análise, ou seja, trata-se da realização do primeiro contato com os documentos a serem analisados e em conhecer o texto, deixando-se invadir por impressões e orientações. A nossa leitura *flutuante* aconteceu por meio dos resumos das produções acadêmicas encontradas por nós, com o objetivo de conhecer se tais produções abordaram temas da Geometria Analítica para que pudéssemos escolher o *corpus*, que é o conjunto dos documentos a serem submetidos aos procedimentos de análise.

Ao realizar a leitura das 51 produções acadêmicas, encontramos trabalhos que eram destinados a relatar fatos históricos da Geometria Analítica. Assim, escolhemos apenas as produções acadêmicas que estavam relacionadas a seu ensino e aprendizagem, totalizando 41 produções acadêmicas, que foram lidas e analisadas. Após esta etapa, separamos duas categorias: as pesquisas que fizeram uso das TIC como foco principal no ensino e aprendizagem da Geometria Analítica e a segunda categoria: As produções acadêmicas que não utilizaram as TICs como foco principal no ensino e aprendizagem da Geometria Analítica.

Neste artigo trataremos apenas das produções acadêmicas do ensino e aprendizagem da Geometria Analítica no Ensino Superior que não utilizaram as TICs como foco principal de pesquisa.

Apresentação e Análise dos Resultados

Encontramos 10 produções acadêmicas referentes a segunda categoria, sendo a pesquisa de Frazon (2004) que realizou uma pesquisa histórica, Jammal (2011) que realizou uma pesquisa sobre análise de livros didáticos e as produções acadêmicas de Cavalca (1997), Silva (1998), Ribeiro (1998), Munhoz (1999), Castro (2001), Guerato (2012), Perotti (1999) e Goulart (2008).

Constatamos a preocupação de como os tópicos da Geometria Analítica são apresentados nos livros didáticos, pois estes são utilizados pelos professores para compor suas aulas, é o caso da pesquisa que teve o propósito de investigar como os tópicos de estudo de ponto e reta estão contemplados nos documentos oficiais e livros didáticos, constatou que há constante articulação entre as noções de Geometria Plana, Geometria Analítica e Álgebra, além de uma preocupação em mobilizar os conhecimentos dos estudantes e as novas noções.

Observamos nessas pesquisas que houve uma grande preocupação em se analisar como os tópicos da Geometria Analítica estão sendo apresentados nos livros didáticos, e esses trabalhos apresentaram uma lacuna para os futuros pesquisadores que venham a se interessar por livros didáticos: trata-se de propor situações-problema que possibilitem nos estudantes o desenvolvimento dos processos do PMA, tais como mudança de representação, visualização, demonstração, argumentação, generalização e abstração; pois de acordo com os resultados

dessas pesquisas são sutis as situações-problema que viabilizaram o desenvolvimento destes processos.

Segundo Dreyfus (1991) os processos de abstração e de representação estão entre os mais importantes para o pensamento matemático avançado, no entanto, eles são somente alguns dentre os vários processos que devem ocorrer e que de fato ocorrem como ligações interagindo simultaneamente. Eles também devem incluir a descoberta, a intuição, a validação, a prova, a definição, entre outros.

Descobrir ou redescobrir relações, por exemplo, é muitas vezes considerado um dos mais eficientes caminhos para o estudante compreender os conceitos da Matemática.

Podemos citar a pesquisa de Cavalca (1997) que concluiu que o estudo das representações gráficas como objeto e não apenas como ferramenta foi fundamental, pois os alunos melhoraram razoavelmente a sua maneira de representar no plano, figuras tridimensionais, além de terem desenvolvido a percepção do caráter simbólico que os grafismos têm. O contato com mais de um tipo de perspectiva permitiu esse progresso, por meio da explicitação das características de cada uma.

A preocupação de Silva (1998) foi a falta da compreensão por parte dos estudantes da Álgebra Linear. A autora propôs atividades com base na teoria do construtivismo que contemplassem a Geometria Analítica como uma ferramenta para a compreensão dos conceitos de Álgebra Linear.

A pesquisa de Ribeiro (1998) apresentou uma similaridade com a de Cavalca (1999), na qual suas atividades partiram de situações concretas para depois analisarem as propriedades do objeto matemático elipse.

Analisando-se as diversas atividades aplicadas nesta investigação, pôde-se constatar que a percepção e a visualização inicialmente trabalhadas, fizeram com que os alunos chegassem mais facilmente aos resultados finais, partindo da exploração do espaço perceptivo para atingir o espaço das representações.

Os estudantes realizaram diversos experimentos e deduziram a equação da elipse e suas propriedades. A visualização e a dedução foram os processos do PMA que emergiram nesta pesquisa.

Munhoz (1999) realizou uma pesquisa um pouco diferente das demais, pois o autor preocupou-se em pensar como o sentido da linguagem interfere no ensino-aprendizagem e não em investigar a forma que o professor apresenta os temas da Geometria Analítica.

A estratégia da resolução de problemas foi utilizada por Perotti (1999) que ressalta a importância de os estudantes da graduação estabelecerem a relação entre a Geometria Analítica e o Cálculo Diferencial e Integral, ou seja, em compreender o conceito de derivada e sua relação com a equação da reta estudada na Geometria Analítica. Os resultados de sua pesquisa apontaram para a necessidade de introduzir esses conceitos ainda no ensino médio, quando os alunos estudarem a função polinomial de 1º Grau (Função Afim).

Vimos uma similaridade entre a pesquisa de Perotti (1999) com a pesquisa de Guerato (2012) que em suas análises apontaram que o estudo do coeficiente angular poderia ter facilitado a resolução das atividades propostas.

Na pesquisa de Guerato (2012) não foi explorado o conceito de coeficiente angular da reta, que poderia ajudar os seus alunos a compreender o conceito de derivada de uma função num ponto, pois ele tem a ver com a representação clássica dos entes geométricos no plano cartesiano, a autora vê esse fato como um aspecto negativo em sua pesquisa.

Constatamos que os resultados apontados nas pesquisas de Castro (2001) e Silva (1998) sobre o estudo de vetores apontaram que os estudantes encontraram dificuldades em reconhecer um vetor na representação gráfica e realizar uma mudança de representação para a algébrica.

Carneiro (2007) salienta que é importante o professor do ensino médio apresentar os primeiros conceitos de vetores após o ensino de matrizes e determinantes e antes do estudo de sistemas lineares.

Um fato interessante emergiu na pesquisa de Goulart (2008), que analisou as notas de aula de um professor do ensino superior. Embora suas notas de aula fossem cópias do livro didático, ao ensinar os conteúdos de Geometria Analítica, ele sempre utilizava a representação gráfica para possibilitar aos alunos a visualização da representação do objeto matemático em estudo. Contudo, este professor priorizou apenas a representação algébrica dos tópicos da Geometria Analítica em suas listas de exercícios e avaliações.

Goulart (2008) salienta que é necessária uma aproximação entre professor e aluno, sendo assim, diálogos e debates potencializarão a participação do aluno durante as aulas.

É importante que qualquer tópico a ser ensinado seja apresentado aos estudantes por meio de situações-problema (se possível) que possibilitem a relação com outros conceitos dentro da Matemática ou em outras áreas do conhecimento e que viabilizem o desenvolvimento dos processos do PMA.

Considerações Finais

As produções acadêmicas tratadas neste artigo apontam que houve uma preocupação para o estudo dos vetores no ensino superior, e dentre as dificuldades dos alunos a mais destacada foi o processo de visualização da representação dos objetos matemáticos no plano e no espaço. O papel do professor é importante, pois este deve propor situações que priorizem o desenvolvimento dessa habilidade.

As estratégias de ensino que emergiram nas pesquisas de campo foram o uso de técnicas da perspectiva isométrica, o uso de figuras em 3D (material manipulativo) para a resolução de problemas, a diversificação entre os registros de representação semiótica, as propostas de situações-problema que desenvolvam o processo de demonstração, para que os sujeitos envolvidos possam elaborar os seus próprios textos.

Em relação aos tópicos da Geometria Analítica que foram mais destacados no ensino superior, o estudo dos vetores no plano. Ressaltamos a importância de se investigar como se dá o ensino de Geometria Analítica no Espaço tendo em vista que os conceitos trabalhados no espaço auxiliam o desenvolvimento da abstração, que é um dos processos para o desenvolvimento do Pensamento Matemático Avançado.

Referencias bibliográficas

BARDIN, L. (2011). *Análise de Conteúdo*: tradução de Luís Antero Reto Augusto Pinheiro, São Paulo: Edições 70.

CASTRO, S. C. (2011). *Os vetores do plano e do espaço e os registros de representação*. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, SP.

CAVALCA, A. V. P. (1997). *Espaço e Representação Gráfica: Visualização e Interpretação*. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, SP.

- DREYFUS, T. (1991). *Advanced Mathematical Thinking Processes*. In: Tall, David. *Advanced Mathematical Thinking*. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht – Holanda, p. 25-41.
- FRANZON, C. R. P. (2004). *Análise do Livro I Geometria de Descartes: apontando caminhos para o ensino da Geometria Analítica segundo uma abordagem histórica*, Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- GOULART, J. S. S. (2008). *Desenhos e Gráficos: Produção de Significados pelos participantes de um curso de Geometria Analítica*. Dissertação (Mestrado) Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana.
- GUERATO, E. T. (2012). *Tratamento Vetorial da Geometria Analítica Plana*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Bandeirantes, São Paulo.
- JAMMAL, E.F. (2011). *Os ostensivos e não ostensivos utilizados no estudo das noções de ponto e reta no plano no Ensino Médio*. Dissertação (Mestrado) – Universidade Bandeirantes. São Paulo.
- KILPATRICK, J. (2012). Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico. In: *Zetetiké: Revista de Educação Matemática*, v. 4, n. 5, Campinas: CEMPEM-FE-UNICAMP p. 99 -120, 1996. 1992, no texto.
- MUNHOZ, M. A. (1999). *Impregnação do sentido cotidiano de termos geométricos no ensino/aprendizagem da Geometria Analítica*. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.
- PEROTTI, A. R. (1999). *O Estudo da reta a partir das grandezas diretamente proporcionais: uma proposta alternativa de ensino*. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, SP.
- RIBEIRO, M. A. A. (1998). *ELIPSE - Uma abordagem para o Ensino da Elipse no Curso de Licenciatura em Matemática*. Dissertação (Mestrado) - Universidade Santa Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- SANTOS, A.T. (2016). *O “Estado da Arte” das pesquisas brasileiras sobre Geometria Analítica no período de 1991 à 2014*. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SILVA, C.E. (1998). *A Ação Mediadora da Geometria Analítica no Ensino - Aprendizagem da Álgebra Linear*. Dissertação (mestrado) - Universidade Santa Úrsula, Rio de Janeiro.