

APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO

Vilchez Báez Ángel Andrés
Universidad del Zulia, Venezuela.
angelvilchez1501@gmail.com

Resumen

En el contexto del conocimiento profesional de los docentes de matemática se analizó el papel que juegan las teorías sobre el aprendizaje de la geometría en la construcción del conocimiento didáctico del contenido de estos docentes. Esta investigación se realizó asumiendo los principios de la etnografía educativa en el marco en la metodología cualitativa, aplicada a un estudio de casos. Para el desarrollo se contó con la participación de cinco docentes en formación de la Licenciatura en Educación, mención Matemática y Física de la Universidad del Zulia, Venezuela. La información se obtuvo a través de, dos entrevistas a cada participante, la observación de las clases de matemática donde enseñaron contenidos de geometría y el análisis de los planes de clases. Como principal hallazgo se tiene que los docentes desconocían dichas teorías y desarrollaron clases tradicionales, se recomienda revisar plan de formación.

Palabras claves: Aprendizaje de la geometría, Conocimiento didáctico, Geometría.

1.- Introducción

En el presente reporte se desarrolla la experiencia obtenida durante una investigación que abordó el estudio de la construcción de conocimiento didáctico del contenido, en el marco del conocimiento profesional del docente, por parte de docentes en formación de matemática, específicamente, en el ámbito referido a las teorías sobre el aprendizaje de la geometría. Correspondiente al programa de matemáticas de séptimo grado de educación básica.

Durante el desarrollo se presentan, en primera instancia, las teorías de referencias utilizadas, las cuales consideran el conocimiento profesional del docente, conocimiento didáctico del contenido, aprendizaje de la geometría y su enseñanza correspondiente y los contenidos de geometría que se deben trabajar en el correspondiente año escolar.

En la segunda parte se presenta una breve reseña de cómo se desarrollo el trabajo, el propósito que lo guió, como se obtuvo la información y los hallazgos.

2.- Conocimiento Didáctico del Contenido

Intentar ubicar la aparición del concepto de conocimiento didáctico del contenido, dentro de las complejas estructuras del campo educativo, obliga a remontarse a la década de los ochenta, cuando se planteaban amplias reformas en los sistemas educativos de los estados que conforman a los Estados Unidos de Norteamérica. En este contexto marcado por las discusiones e investigaciones, el profesor Lee S. Shulman, de the *Stanford University*, publicó los artículos: *Those who understand: knowledge growth in teaching.* (1986) y *Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform* (1987), en los cuales abordó el proceso educativo desde su experiencia e investigaciones. En el desarrollo de estos artículos, es el primero en plantear un análisis sobre lo que él denominó el conocimiento base para la enseñanza, en el cual distingue

siete categorías, y una de éstas la presenta con el nombre de conocimiento de contenido pedagógico, llamado posteriormente conocimiento didáctico del contenido.

El concepto que originalmente presentó Shulman fue “Pedagogical Content knowledge”, sin embargo Marcelo en el 1993, lo adopta como Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC), por considerar que de esta forma expresa con mayor rigor semántico el significado de dicho concepto (Nemiña y col, 2005).

A manera de introducción del concepto de conocimiento didáctico del contenido se puede asumir la posición de Marcelo (2005), el cual afirma que en el contexto actual,

“existe un acuerdo generalizado respecto a la necesidad de que los formadores posean un conocimiento adecuado del contenido que han de enseñar. Estamos, además, en presencia de un debate abierto sobre qué tipo de conocimiento disciplinar deben poseer los profesores. Al respecto se ha argumentado, en primer lugar, que los profesores necesitan conocer menos acerca del contenido que otros especialistas en la misma materia: necesitan conocer lo que el curriculum y los libros de texto requieren. En segundo lugar, se ha apuntado lo contrario: que los profesores necesitan conocer más que otros sobre su materia, particularmente, cuestiones referidas a normas sociales, así como a la utilidad y relevancia para la vida cotidiana. Por último, se argumenta que el conocimiento de los profesores ha de ser diferente, puesto que debe ser explícito. Los que comparten este planteamiento afirman que el conocimiento disciplinar de los profesores es diferente en la medida en que es un conocimiento para ser enseñado, de ahí que debe organizarse no sólo en función de la propia estructura disciplinar, sino pensando en los estuantes a los que va dirigido”. (p. 54)

Esta última posición en el debate parece lo deseable en el proceso de enseñanza de cualquier materia, sin embargo ¿cuál categoría del conocimiento que los profesores deberían poseer, puede ayudar a que los docentes respondan en forma adecuada, a las exigencias de dicho proceso?: entre las categorías del conocimiento del profesor,

“el conocimiento didáctico del contenido adquiere particular interés porque identifica los cuerpos de conocimientos distintivos para la enseñanza. Representa la mezcla entre materia y didáctica por la que se llega a una comprensión de cómo determinados temas y problemas se organizan, se representan y se adaptan a los diversos intereses y capacidades de los estudiantes, y se exponen para su enseñanza.

El conocimiento didáctico del contenido es la categoría que, con mayor probabilidad, permite distinguir entre la comprensión del especialista en un área del saber y la comprensión del pedagogo” (Shulman, 2005, p. 11).

Por otra parte se encuentra la descripción que hace Marcelo (2005, p. 54) de esta categoría del conocimiento profesional de los profesores:

“el conocimiento didáctico del contenido aparece como un elemento central de los saberes del formador. Representa la combinación adecuada entre el conocimiento de la materia a enseñar y el conocimiento pedagógico y didáctico referido a como enseñarla. El conocimiento didáctico del contenido, como línea de investigación, representa la confluencia de esfuerzos de investigadores didácticos con investigadores de materias específicas preocupados por la formación del profesorado. El conocimiento didáctico del contenido nos dirige a un debate en relación con la forma de organización y de representación del conocimiento, a través de analogías y

metáforas. Plantea la necesidad de que los profesores en formación adquieran un conocimiento experto del contenido a enseñar, para que puedan desarrollar una enseñanza que propicie la comprensión de los estudiantes”

Esta es la idea central que encierra el concepto de conocimiento didáctico del contenido, el cual es importante para la investigación educativa actual, ya que, en su concepción, atiende la acción docente antes, durante y después de la actividad de enseñanza, y aun más, brinda la posibilidad de ir adecuando los programas de formación de profesores a las necesidades de la sociedad. Esta concepción fue referencia fundamental en el desarrollo de la investigación que acá se presenta y por tanto los elementos que conforman el conocimiento didáctico del contenido fueron referentes para acciones a tomar en búsqueda de la información pertinente.

Para cerrar el punto de la idea general del conocimiento didáctico del contenido, se hace mención a la posición que últimamente asumen algunos investigadores que consideran que es suficiente el nombre de conocimiento didáctico, debido a que en la educación el contenido trabajado ya es pedagógico, y al hablar de conocimiento didáctico ya está implícito un contenido, al respecto se tiene la siguiente posición, “la formación de profesores debería pasar de preocuparse por desarrollar en los futuros profesores estrategias para convertir en pedagógico un contenido que supuestamente no lo es, a reconocer el carácter inherentemente pedagógico de este contenido” (Gómez, 2007, p. 107).

3.- Aprendizaje de la geometría (Construcción del conocimiento geométrico)

La investigación educativa ha presentado varias posibilidades de abordar la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. Coincidiendo con lo expuesto por, Pérez (2002), Alsina, Burgués y Fortuny, (1997) y Alsina, Fortuny y Pérez (1997) se asumió que uno de los modelos más acertado sobre el aprendizaje de la geometría es el presentado por Pierre y Dina Van Hiele. Este modelo sostiene que una persona frente a una actividad de tipo geométrico, se encuentra en uno de los cinco niveles de pensamiento siguiente:

- Nivel 0: los individuos sólo reconocen figuras globalmente. No reconocen sus partes ni sus componentes. No explicitan las propiedades determinantes de las mismas. Pueden, sin embargo, reproducir una copia de cada figura particular o reconocerla.
- Nivel 1: los individuos pertenecientes a este nivel pueden analizar las partes y propiedades particulares de una figura. Las propiedades se establecen experimentalmente.
- Nivel 2: determinan las figuras por sus propiedades. Se pueden comprender las definiciones que describen las interrelaciones de las figuras con sus partes constituyentes.
- Nivel 3: pueden desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad de otra.
- Nivel 4: están capacitados para analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos. Pueden apreciar la consistencia, la completitud e independencia de los axiomas de una geometría.

El nivel de pensamiento que posea cada educando le posibilita construir las representaciones mentales que reestructuran, progresivamente, su conocimiento sobre la geometría, si el docente de matemáticas puede reconocer el nivel en el cual se

encuentra cada uno de los estudiantes que atiende, puede actuar con pertinencia en su intención de lograr que sus discípulos aprendan geometría.

Desde el inicio de la presentación de este trabajo se dijo que la situación problemática que se abordó estaba ubicada en el campo de la enseñanza de las matemáticas, particularmente en el área de la geometría. En consecuencia, los profesores encargados de enseñar esta materia deben tener las competencias que les permitan realizar con éxito esta labor.

En una situación ideal los mas capacitados de una sociedad, los que tienen mejor dominio de una materia, deberían ser los docentes (Tonucci, 1995), por tanto los profesores de matemáticas deberían tener, entre muchas otras, competencia matemática. ¿Que se entiende por esta última?, una versión que aborda lo que se puede entender sostiene:

“competencia matemática, es una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de los individuos como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos” (OECD, 2006)

La geometría como área del conocimiento matemático, exige de los docentes que la enseñan, las mismas competencias que se piden en cualquier tópico del área.

Sin embargo, para los docentes de matemática que respetan el espacio que debe ocupar la geometría en las clases, la enseñanza de estos contenidos implica un compromiso de planificación y uso de estrategias que se adecue a las condiciones cognitivas y académicas de sus estudiantes. La tarea de conocer a sus discípulos, antes de decidir la forma de abordar la enseñanza de geometría, es ineludible para los docentes, ya que “sólo con la complicidad del profesorado será posible que todos los educandos tengan la oportunidad de vivir “su” aventura geométrica” (Alsina, Fortuny y Pérez, 1997)

Además de lo placentero que puede ser para un estudiante tener la oportunidad de disfrutar el estudio de la geometría, esta actividad puede generar en el estudiante grandes beneficios, esto se puede afirmar porque la investigación educativa ha demostrado que:

“Mas allá del contenido particular de este conocimiento, más que otras áreas en Matemáticas, puede utilizarse para descubrir y desarrollar diferentes formas de pensamiento. Esta debe ser una meta esencial en la enseñanza de la geometría. Se debe conseguir una mayor comprensión y una práctica equilibrada de sus procesos cognitivos esenciales. Lo que significa que se requieren situaciones específicas de aprendizaje para coordinar y diferenciar los distintos tipos de procesos de visualización y razonamiento (Duval, 1998, p. 51).

4.- Figuras geométricas planas

Para presentar este concepto se inicia con los elementos que caracterizan a las figuras (Duval, 2004, p.157), al respecto se entiende que:

“Para que pueda haber figura o gráfico es necesario que haya un contraste sobre un soporte material homogéneo (hoja de papel, pantalla de video...), de manera que se destaque alguna cosa identificable en tal campo perceptivo. El contraste, primer elemento de toda representación visual, forma una “mancha visible”, o más precisamente, “la implantación” de una

mancha visible. Esta implantación es susceptible de algunas variaciones visuales que pueden agruparse en dos grandes tipos:

- El tipo de variación ligado al número de dimensiones: 0 (un punto), 1 (una línea) o 2 (un área),
- El tipo de variaciones cualitativas: variaciones de forma (línea recta o línea curva; contorno abierto o contorno cerrado de un área), variaciones de tamaño, de orientación (en relación con el plano frontal-paralelo), variaciones de graduación de color, etc.

Estas distinciones permiten definir los elementos constitutivos de una figura: Toda figura aparece como la combinación de valores para cada una de las variaciones visuales de estos dos tipos, dimensionales y cualitativas. A partir de allí, es fácil determinar los elementos que van a funcionar como unidades de base representativa, es decir, como unidades figurales elementales”.

Tomando como referente esta caracterización de las figuras y considerando las características del plano geométrico, se procedió a nombrar o definir, según fuera el caso, las figuras geométricas planas según Galdós (2005). Además, como contenidos matemáticos, estos son los mismos que se presentan en el Programa de Estudio y Manual del Docente, tercera etapa de Educación Básica, asignaturas Matemática y Física de la República de Venezuela (Ministerio de Educación, 1987), donde se ubican los contenidos de geometría, propuestos por la división de currículo, para ser estudiados en los cursos de matemática correspondientes al séptimo grado de esta etapa de la educación venezolana.

- Como elementos incluidos en el plano se encuentran el punto (0 dimensión) y las líneas recta y curvas (1 dimensión).
- Como figuras geométricas planas como tal se destacan las siguientes:
 - Ángulos: es la abertura formada por dos semirrectas con un mismo origen denominado vértice.
 - Polígono: porción del plano limitada por una línea poligonal cerrada.
 - Triángulo: porción de plano limitada por tres rectas que se cortan dos a dos.
 - Cuadrilátero: polígono de cuatro lados.
 - Circunferencia: es una curva cerrada cuyos puntos están en un mismo plano y a igual distancia de otro punto fijo que se llama centro.

Estas definiciones de figuras geométricas planas, se plantean para tener un referente teórico que permita contrastar con la información que se obtuvo en la investigación. Sin embargo, estas figuras pueden tener otras definiciones y desde otras perspectivas, por ejemplo, las mismas se pueden plantear desde la concepción de un lugar geométrico.

5.- Obtención, análisis de la información y hallazgos.

Bajo este marco referencial teórico se planteó la necesidad de analizar el papel que están jugando las teorías sobre el aprendizaje de la geometría en la construcción del conocimiento didáctico del contenido del docente de matemáticas.

Para cubrir este propósito se conversó con docentes de matemáticas profesionales y con docentes en formación de matemáticas que estén próximos a graduarse, sin embargo, sólo se pudo contar con la participación de cinco docentes informantes, los cuales estaban cursando el último semestre de la Licenciatura en Educación, mención Matemática y física (no quiso participar ningún graduado).

Se trabajaron los contenidos de geometría que deben enseñarse en el séptimo grado de Educación Básica, por lo tanto se realizaron reuniones con los docentes informantes para explicarles las actividades que se realizarían durante la ejecución de la investigación y como sería su participación.

En primer lugar se solicitó a cada docente que facilitara los planes de las clases de geometría que proyectaba realizar en el séptimo grado, a los mismo se le aplico un análisis de documentos.

La segunda acción consistió en grabar las clases de geometría de cada uno de los informantes en un registro audio visual bajo la técnica de la observación de clases.

Finalmente a cada docente en formación de matemática se le aplicaron dos entrevistas que se construyeron considerando el propósito, las teorías de referencia y la información obtenida en las dos primeras acciones.

El proceso de triangulación de la información obtenida se evidenció la presencia de diversas situaciones entre las cuales se pueden destacar:

- Los informantes no conocían la existencia de modelos que presenten, de forma estructurada, el proceso de construcción del conocimiento geométrico y por tanto, trabajaron los contenidos de geometría sin considerar modelos alguno y asumiendo como prioridad las estrategias presentadas por el libro de texto. Esta situación mostró que los docentes en formación de matemática desconocen la existencia de condiciones específicas, en la evolución cognitiva del sujeto que aprende geometría.
- Para presentar los contenidos de geometría se utilizaron varias estrategias, las cuales respondían a las concepciones de cada uno de los docentes participantes, sin embargo, todos ellos le dieron poco valor a los conocimientos previos de los estudiantes y, en mayor o menor medida, terminaron imponiendo las definiciones presentadas en el libro de texto, sin detenerse a contrastarlas con las concepciones de los educandos. De esta forma los docentes fueron presentando los contenidos de geometría.
- Las clases de geometría fueron presentadas en un formato que considera las etapas de inicio, desarrollo y cierre, tal cual se puede hacer con cualquier contenido de otra área del conocimiento y en ningún momento, los docentes participantes, mostraron conocer la existencia de modelos que presentan fases particulares para la enseñanza de la geometría.
- El término punto fue considerado, por todos los docentes participantes, como parte de los conocimientos que tenían bien consolidados los estudiantes.
- Los conceptos de línea recta y línea curva fueron utilizados como parte de los contenidos geométricos enseñados por los docentes en formación de matemática, sobre todo en la presentación de contenidos referidos a la circunferencia, los cuales desarrollaron todos los participantes. La presentación de contenidos de geometría no implicó, que los docentes se detuvieran a verificar que las concepciones de línea, recta y curva, que los estudiantes poseían, fueran compatibles con la definiciones presentadas en los libros de texto, todo lo contrario, se observo que uno de los informantes utilizó erróneamente estas definiciones.
- Como figuras geométricas planas se estudió la circunferencia, en las clases de todos los docentes participantes y en sólo dos de los casos considerados, se estudiaron los ángulos relacionados con la circunferencia.
- Ninguno de los docentes observados trabajo los contenidos referidos a polígonos, aunque en el programa oficial se consideran previo al estudio de la circunferencia,

sin embargo, el libro de texto utilizado presenta primero el tema referido a la circunferencia.

- Los informantes no mostraron elementos que permitan considerar que durante su formación profesional estudiaron teorías referidas a la enseñanza y al aprendizaje específico de la geometría.

6.- Referencias bibliográficas.

- Alsina, C.; Bugués, C. y Fortuny, J. (1997) Invitación a la didáctica de la geometría. Matemática, Cultura y Aprendizaje. Cuarta edición. Editorial Síntesis. Madrid. España.
- Alsina, C.; Fortuny, J. y Pérez, R. (1997) ¿Por qué geometría? Propuestas Didácticas para la ESO. Editorial Síntesis. Madrid. España.
- Duval, R. (1998) Geometry from a cognitive point of view. En Mammana C. y Villani V. (editores). Perspectives on the teaching of Geometry for the 21st Century. Kluwer Academic Publishers. Netherlands.
- Duval, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano. Registros Semióticos y aprendizajes intelectuales. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía. 2da edición. Santiago de Calí. Colombia.
- Estepa, J. (2000) La investigación sobre el conocimiento profesional de los profesores para enseñar ciencias sociales. Universidad de Huelva. España. Disponible en: www.ua.es/didáctica/número8/symposiumhtml. Recuperado el 15 de junio de 2007.
- Gómez, P. (2007) Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Universidad de Granada. Departamento de didáctica de la matemática. Granada. España. Tesis Doctoral.
- Marcelo, C. (1993) Cómo conocen los profesores la materia que enseñan. Algunas contribuciones de la investigación sobre el conocimiento didáctico del contenido, en Montero, L y Vez, J.M. (Eds). *Las didácticas específicas en la formación del profesorado*. Santiago de Compostela, Tórculo.
- Marcelo, C. (2005) “La investigación sobre el conocimiento de los profesores y el proceso de aprender a enseñar”. En: Pensamiento y Conocimiento de los profesores. Debate y perspectivas internacionales. Gerardo Perafán y Agustín Adúriz - Bravo. Compiladores. 2da edición. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá D.C.
- Nemiña, R.; García, H. y Montero, L. (2005) La investigación sobre el conocimiento didáctico del contenido en la educación física. Universidad de Santiago de Compostela. www.feadef.iespana.es/valladolid/pdf Recuperado el 15 de junio de 2007.
- Organisation for economic co-operation and development (2006) Programme for International Student Assessment. Disponible en www.institutodeevaluaciones.mec.es/contenidos/noticias/marcosteóricos.pdf Recuperado el 04 de febrero de 2009.
- Pérez, R. (2002) “Construir la geometría”. En: En: La geometría de las ideas del espacio al espacio de las ideas en el aula. Antonia Dornés (compilador). Editorial Laboratorio Educativo. Claves para la innovación Educativa. Grao. España.

- Shulman, L. (1986) Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. Educational Researcher. 15(2), pp 4-14.
- Shulman, L. (2005) Conocimiento y enseñanza. Fundamentos de la nueva reforma. Revista de currículum y formación del profesorado, 9, (2.) Disponible en: www.ugr.es/local/recfpro/Rev_92ART2.pdf. Recuperado el 15 de junio del 2007.
- Tamir, P. (2005) Conocimiento profesional y personal de los profesores y de los formadores de profesores. Profesorado. Revista de currículo y formación del profesorado, 9,2. Disponible en: www.ugr.es/local/recfpro/Rev_92ART2.pdf. Recuperado el 15 de junio del 2007.
- Tonucci, F. (1995) Con ojos de maestro. Editorial Troquel S.A. Buenos aires, Argentina.