DIVERSIDAD DE LÓGICAS EN EL AULA: UN MEDIO PARA LA CONSTRUCCIÓN DE UNA RACIONALIDAD MATEMÁTICA.

Cambriglia, Verónica
Universidad Nacional de General Sarmiento-Cefiec
vcambrig@ungs.edu.ar, cambriglia@gmail.com

Resumen
Esta comunicación se inscribe en una investigación que avanza en el análisis de la problemática de la generalización matemática como proceso de producción colectiva. Nos sumergimos en un episodio en el que cierta tarea en el aula habilita un espacio de interacción que da lugar al análisis de argumentos para asegurar que un número no es divisible por otro, cuestión que involucra el uso de ejemplos numéricos. El intercambio que se despliega nos inclina a considerar la convivencia en el espacio colectivo de otras lógicas que no se inscriben necesariamente en el terreno deductivo. Nuestro análisis permite reconstruir un ejemplo en el que lo colectivo actúa como un medio fértil para permitir el ingreso en el aula de la racionalidad matemática como objeto de estudio.

Palabras claves: generalización – procesos de interacción – procesos argumentativos

1. Introducción

Este trabajo se inscribe en una investigación que busca estudiar los procesos de generalización matemática en el contexto de entrada al trabajo algebraico de alumnos de primer año de escuela media. Entrada que se constituye con el soporte y la ruptura de prácticas aritméticas asentadas en la escuela primaria.

El análisis del intercambio que tiene lugar entre alumnos y docente -fundamentalmente al recuperarse ejercicios abordados inicialmente de manera individual o en pequeños grupos- nos ha permitido reconocer en el espacio de interacción un medio propicio para la elaboración de nuevos problemas en diferentes aspectos que involucran el tratamiento de lo general. Nos interesa avanzar en ese sentido, especificando el estudio de la generalización en el marco del análisis de los procesos colectivos de producción matemática.

Alrededor de un mismo problema, el entorno que se constituye a partir de las producciones que los partícipes de la interacción desarrollan, da lugar a producciones variadas alrededor de lo general, como ser la elaboración de un procedimiento general, la extensión de un proceso a un nuevo campo numérico o la constitución de un argumento general.

El interés por atrapar algunos aspectos de lo colectivo nos ha sumado en un diálogo continuo entre los hechos de la clase y diferentes perspectivas teóricas que nos brindan elementos para pensarlos. La teoría de Situaciones de Guy Brousseau nos permite pensar los procesos de producción matemática como procesos de adaptación cognitiva en el marco de dos tipos de interacciones básicas: la interacción alumno – medio modelizada a partir de la noción de *situación adidáctica* y la interacción alumno – docente que es modelizada por la teoría a través de la noción de *contrato didáctico*. Si bien el lugar de la interacción social con los compañeros, no aparece claramente diferenciado en el modelo de la teoría, Sadovsky & Sessa (2005) plantean una interpretación sumamente provechosa de la teoría en términos de la fertilidad atribuida al espacio colectivo. Las autoras señalan que la interacción con las producciones de los otros, incorporándolas como problemas a considerar, es generadora de un escenario que habilita nuevo trabajo adidáctico para los alumnos.

Otros autores - que aportaron al marco desde el cual miramos e interpretamos la clase- incorporan al plano de lo colectivo otros constructos teóricos que permiten pensar el funcionamiento de la clase en términos de cultura. Estos autores, que se ocupan de teorizar la producción de conocimientos, distinguen en su modelización el plano de los conceptos, teoremas, propiedades, leyes, problemas, de aquel de las *normas* que regulan el trabajo (qué es lo que está o no permitido hacer en matemática, qué se considera suficiente para dar por válido un enunciado o un procedimiento, cuáles son los criterios que permiten establecer que una estrategia es "*matemáticamente pertinente*", etc.). En particular, Yackel y Cobb (1996), plantean que el aprendizaje en matemática es tanto un proceso de construcción individual como un proceso de enculturación hacia las prácticas matemáticas de una sociedad más amplia. En el complejo proceso de la elaboración de normas intervienen: la experiencia de cada alumno como productor, la internalización de las cláusulas del contrato didáctico y los desequilibrios provocados por los otros cuando aparecen en el espacio colectivo diferentes puntos de vista con relación a una norma. Para dar cuenta del origen social de estas normas en el aula y de su especificidad con respecto al conocimiento matemático, Yackel y Cobb hablan de normas sociomatemáticas.

El episodio que seleccionamos y que abordaremos prontamente recorta un momento del aula en el que se está discutiendo la divisibilidad de un número -representado como producto de otros dos- por diferentes números. Nos sumergimos en la mirada del intercambio del aula que da lugar al análisis de las posibilidades de producir un argumento que asegure que un número no es divisible por otro, cuestión que involucra el uso de ejemplos numéricos.

En el plano de la interacción, los alumnos asumen diferentes posicionamientos respecto de las razones que aseguran la validez de lo general y respecto del juego de ejemplos sobre los que se soportan los diferentes argumentos. La distinción que establece Mabel Panizza (2005) entre razonamientos válidos desde el punto de vista de la lógica formal y razonamientos válidos desde el punto de vista de la construcción de conocimiento, nos resulta interesante ya que la construcción en el aula de un argumento general es un proceso complejo que involucra la tensión entre estas lógicas.

En el campo de lo deductivo, se acepta como razonamiento válido aquel que a partir de ciertos enunciados (las premisas) hace derivar otro enunciado (la conclusión) de manera tal que siempre que las premisas son verdaderas, la conclusión también es verdadera. En los procesos de construcción no siempre se ponen en juego razonamientos deductivos. La principal dificultad que experimentan los alumnos radica en la asociación de la validez de un razonamiento a la verdad ya que, desde la lógica formal, la validez se establece mediante la forma y no mediante el contenido de los enunciados considerados. Tal complejidad se manifiesta fundamentalmente en la aceptación por parte de una cierta comunidad –para nosotros los alumnos- de aquellos casos en los que la conclusión resulta verdadera aún con razonamiento inválido.

Consideraremos esta situación a partir de analizar el intercambio que tiene lugar en una clase en la que se está estudiando la divisibilidad por 9 de 2640 en el contexto de trabajo con el problema: ***Si 66 x 40=2640, ¿es posible decidir, sin hacer la cuenta, si 2640 es divisible por 40, 60, 33, 3, 4, 9 y 12?***

2. Lo colectivo: un medio para pensar lo deductivo.

Consideremos el fragmento de clase que se presenta como ANEXO I al final de este trabajo, la profesora toma como asunto para la clase el análisis de un razonamiento del tipo: “66 no es divisible por 9 y 40 no es divisible por 9, como 2640 es 66 x 40 **entonces** el 2640 tampoco es divisible por 9”[52]

En la clase el argumento funciona de modo medianamente implícito y es la profesora quien hace explícitos los enunciados y los articula en una estructura a los efectos de estudiar el funcionamiento del “entonces” que es utilizado para justificar la no divisibilidad por 9 en el producto 66 x 40.

Pensemos un momento en qué sería refutar la validez de un argumento de ese tipo y en el marco de qué lógica estamos analizando esa validez.

Como mencionan muchos investigadores, dicha validez se inscribe en la lógica que se tome en consideración. En esferas de la lógica formal, refutar correspondería a encontrar otros números que -sobre enunciados “análogos”- produzcan una conclusión falsa. Es eso lo que intenta hacer la profesora cuando incorpora un nuevo ejemplo en la clase, acto que la sumerge en un terreno fangoso ya que el análisis de la validez en el aula se enmarca en una yuxtaposición de lógicas -no necesariamente deductivas- que se despliegan en el proceso de construcción del argumento que se quiere producir.

Ya en los años 60 en Estados Unidos y Canadá numerosas investigaciones comenzaron a rechazar la tesis de que la aceptabilidad de un argumento formulado en lenguaje natural dependa de la forma lógica de ese argumento en un lenguaje lógico. El movimiento académico que da lugar a esos desarrollos es el de la lógica informal. Los lógicos informales cuestionan que todo argumento sea o bien deductivo o bien defectuoso y cuestionan la validez de la lógica formal deductiva como teoría para analizar y evaluar los argumentos del lenguaje natural[53]. Los lógicos informales cuestionan ciertas etapas que involucran los métodos de la lógica formal deductiva para analizar los argumentos del lenguaje natural; entre ellos a)La eliminación de elementos supuestamente accesorios del argumento natural y b)La traducción del argumento a un lenguaje formal y la determinación de su forma lógica en ese lenguaje formal.

La estructura que produce la profesora es del tipo A no cumple la propiedad P y B no cumple la propiedad P. Si C es A x B entonces C no cumple la propiedad P (*). En los términos de la crítica recién mencionada podríamos decir que esta estructura “elimina” la particularidad de los números 66, 40 y 9 y los hace variables. Esta particularidad se vuelve accesoria para la profesora que anticipa un argumento general que puede **refutarse** desde la lógica deductiva, pero no lo es necesariamente para los chicos que sólo cuentan con las acciones efectuadas sobre esos números particulares y probablemente no con una proyección de generalidad. La eliminación de lo particular le permite a la profesora darle estatuto en el aula a esa “estructura/forma” de razonar, llamarlo razonamiento erróneo y aplicarlo a un nuevo grupo de números, 12, 3 y 9 para producir enunciados equivalentes a los generados con el 66, el 40 y el 9 y dar lugar a una **contradicción.**

---

[52] La redacción y explicitación que hacemos es nuestra a partir de considerar las formulaciones orales que se establecen en el registro de aula en diferentes intervenciones

[53] Ampliamos nuestra consideración del “lenguaje natural” a los argumentos de los alumnos que aún no se inscriben en el marco del lenguaje formal de la matemática.

Como mencionamos ya, "refutar" o "contradecir" son acciones que adquieren significación relativa a la lógica que se tome en cuenta[54] y, en tal sentido, plantean la dificultad inherente de la convivencia en el espacio colectivo de lógicas de diferente orden. Las intervenciones de varios alumnos muestran la complejidad de entender este juego de ejemplos que refutan la validez de **un** modo de razonar. Estas intervenciones fuerzan a que la profesora explicite el modo en que se juegan esos ejemplos y cómo la contradicción alcanzada con el número 36 refutaría la validez matemática del argumento original [por ejemplo la intervención 43 de Denisse "*este 36 ¿tiene que ver con la lección anterior?*" o la intervención 55 "*pero ahí dice que 36 no es divisible por 9, ahí pusiste que 36 no es divisible por 9*"]

Pero volvamos un poco más pausadamente sobre algunas intervenciones del registro:

En el inicio Nadia no hace explícito su razonamiento, menciona sólo los números implicados y es la profesora quien hace una interpretación -seguramente anclada en su experiencia con este tipo de tareas en el aula- de una manera de razonar en la que la conclusión, aún siendo verdadera, no se podría desprender de la verdad de las premisas consideradas. Rumbea -como mencionamos previamente- el asunto de la clase hacia ese lugar. En ese sentido explicita ciertos enunciados acerca de los números que Nadia menciona en la intervención 11 ["como este (66) no es divisible y este (40) no es divisible"] y los articula en una "estructura" (razonamiento) que produce un nuevo enunciado en la intervención 13 ["conclusión: 2640 no es divisible"]

La formulación de la intervención 11 de la profesora comienza una primera descontextualización -a pesar de estar acompañada del gesto de indicar los números particulares- al utilizar el pronombre "este" y señalar un lugar en el producto más allá de mencionar específicamente el valor del número ocupando ese lugar. La alumna, que completa su frase en la intervención 12, parece interpretar la generalidad que propone la profesora, mencionando la palabra "resultado" en vez de especificar el valor 2640. Este intercambio que parece fluir con cierto grado de continuidad entre la profesora y esta alumna, no fluye del mismo modo para otros integrantes del aula. La descontextualización que en el intercambio se sostiene desde el registro de la oralidad no es tal desde el registro escrito ya que -como vemos en las notas del fragmento- las notaciones del pizarrón permanecen ancladas en los números 66, 40, 9 y 2640. Por ello, si bien las acciones de la profesora contienen la intención de organizar el caso de análisis en una "estructura" que articule los enunciados independientemente de los números 66 y 40 - a la manera en que lo mencionamos previamente en (*)- para luego poder refutar la validez de su generalidad[55], la coexistencia de registros y las distintas formas de percibir a los números 66 y 40[56], hace resonar la complejidad del asunto que la profesora quiere instalar.

La intervención de Manu en 30) ["En este caso está bien"] es desde nuestra interpretación un ejemplo de ello. Observemos que es cierto que 2640 no es divisible por 9, aunque lo que no es cierto es que ello sea consecuencia de que 66 y 40 no sean múltiplos de 9. La frase de Manu es un ejemplo de la concepción de ciertos alumnos de que un razonamiento se vuelve válido en la medida que es comprobable la verdad del enunciado "supuestamente" deducido mediante él de las premisas.

La profesora intenta separar la validez del razonamiento de la verdad de los enunciados considerados, es decir pretende considerar el modo de acceso a la conclusión más que la

[54] Para el caso de la profesora la lógica deductiva
[55] Desde una racionalidad deductiva
[56] Como particular o como totalidad

verdad de la respuesta final que se desprende. La pregunta de Valentina por la verdad de la afirmación de "si 2640 es divisible por 9"(34), le permite a la profesora retomar que, más allá de la respuesta correcta, el resultado no podría establecerse a partir de ese razonamiento. Valentina concluye en la intervención 38 que "…hay casos en que sí es divisible". Aún así, si bien Valentina parece haberse desplazado desde su primer interés por conocer la respuesta de si 2640 es o no divisible por 9 hacia el análisis de la validez del razonamiento utilizado, otros alumnos vuelven posteriormente a indagar respecto de las posibilidades de responder si 2640 es o no divisible a partir del análisis que está teniendo lugar en el aula [Tomás intervención 47].

Estas intervenciones tensan el intercambio haciendo que la profesora reitere su intención y explicite qué lugar ocupan –desde la lógica que intenta hacer aparecer en el aula- los números 12, 3 y 36. En este conjunto de afirmaciones, reiteraciones, aprobaciones y rechazos se genera un espacio propicio para la emergencia de la necesidad de construir un nuevo argumento, como lo reclama la alumna de la intervención 59: *hay algo que aún no están abordando en el aula, un razonamiento correcto que permita decidir respecto de la divisibilidad de 66 x 40 por 9.*

Queremos recuperar las intervenciones 39 y 41 de Agostina pues se dirigen expresamente a tratar de entender cómo juegan los ejemplos que va cambiando la profesora a la hora de rechazar la validez de un razonamiento[57].

Sus intervenciones son ricas desde el punto de vista del análisis de la constitución de una racionalidad en el terreno de lo deductivo. Agostina manifiesta su ansiedad por conocer la tarea que deberán resolver en el examen ["…cómo nos vas a tomar…"], pero pregunta explícitamente por los modos de argumentar en la disciplina [intervención 41:"¿se puede poner acá por ejemplo con otro número?"].

La trama que se constituye entre la lógica que promueve la profesora -y que comparten en mayor medida algunos alumnos- y las lógicas de aquellos estudiantes aún no inmersas completamente en el terreno deductivo, va comunicando un modo de análisis de lo general en la disciplina, bien complejo, ya que lo que se refuta es la posibilidad de considerar esa acción, ese modo de articular los enunciados, por no permitir asegurar una conclusión verdadera en **todos** los casos. Se instala en el aula el análisis de la validez de un argumento dentro de la disciplina, argumento que es necesariamente deductivo y que –como mencionamos- no es forzosamente el tipo de argumento al que los alumnos recurren durante sus procesos de producción de conocimiento.

3. En busca de un argumento perdido…buscando encontrar un 9 que no va a estar.

A partir de aquí la clase se instala en la búsqueda de cómo -utilizando el dato de que 66 x 40 es 2640- se puede argumentar que dicho número resulta o no divisible por 9.

Encontrar un argumento que se apoye en la escritura 66 x 40 exige un corrimiento de los alumnos desde argumentos de orden más aritmético - asentados en sus prácticas de la escuela primaria- hacia argumentos de orden más algebraico apoyados en la lectura de la traza de una operación. Es así que los alumnos comienzan apelando a la aplicación de

[57] Las intervenciones que siguen a las de Agostina, nos muestran que para algunos alumnos esta cuestión permanece borrosa y como mencionamos, serán las intervenciones de estos alumnos las que darán lugar a nuevas explicitaciones de la profesora.

los criterios tradicionales de división sobre el número 2640 o a la división de este número mediante distintas estrategias. La profesora necesita sostener una y otra vez la condición de utilizar el producto 66 x 40 y sentencia que la cuestión es mostrar si se encuentra o no un factor 9 en el producto 66 x 40. Establece una analogía con lo que han hecho para argumentar la divisibilidad por otros números para este nuevo caso en que el argumento es respecto del no ser divisible.

Prof.: ah, qué viva, pero la consigna dice que no hay que hacer la división, piola. Les hago una pregunta, para ver si era divisible por 11 o por 3 buscamos un 11 ¿o no?, buscamos un 3, para ver si era divisible por 3, ¿qué otro usamos?
Alumna: 33.
Prof.: buscamos el 33 y … para ver si es divisible por 9 ¿qué hay que buscar?
Alumna: un 9.
Prof.: un 9, vamos a ver si lo encontramos, si lo encontramos es que es divisible, si no lo encontramos no va a ser divisible, ¿entienden todos lo que estoy diciendo?

El intercambio que transcurre a continuación en el aula muestra la dificultad que trae para los alumnos interpretar lo que en la oralidad se enuncia como "encontrar un 9". Dos estrategias argumentativas de los alumnos que tienen lugar y que serían ejemplo en ese sentido son: buscar transformar el 2640 quitando múltiplos de 9, como novecientos o noventas; o descomponer alguno de los factores, como el 66 en 9 x 7 + 3. En el primer caso, la profesora orienta la discusión hacia el análisis de si hallar novecientos en 2640 respeta o no la condición del enunciado de utilizar el producto 66 x 40 para contestar. En el segundo caso, la profesora responde "*Está bueno lo que está diciendo porque estaría bueno que sea 9 x 7…Bien, pero vuelvo a insistir, fijate, este no es divisible por 9, este no es divisible por 9, sin embargo esto sí es divisible*"(se refiere al ejemplo anterior del 12 x 3 y el 36).
Observemos que la primera parte de esta intervención ["*…estaría bueno que sea 9 x 7…*"]. está probablemente asociada a una intención que subyace en la profesora de encontrar un factor nueve en alguno de los dos factores presentes (66 ó 40) y la segunda parte, a una interpretación de que las transformaciones que la alumna lleva adelante sobre el 66 y sobre el 40 están orientadas a demostrar la no divisibilidad de los factores. No sabemos qué razones llevan a la alumna a transformar los factores del producto; pero aún siendo acciones que la conduzcan a evidenciar –o a evidenciarse- que esos factores no son divisibles por 9, desde nuestro punto de vista, el contra-argumento que recupera el *razonamiento erróneo* de Nadia lo hace desde otro tipo de representación, lo que probablemente no le permita a la alumna reconocer el vínculo con el análisis anterior de la clase. El razonamiento de Nadia fue analizado desde un tipo de representación fundamentalmente oral -"que A no sea divisible por C y que B no sea divisible por C no permite asegurar que AxB no sea divisible por C"- y el análisis que la profesora aporta para contradecir a la alumna introduce el razonamiento de Nadia asociado a otro tipo de representación, que un número no divisible por 9 se expresa como un múltiplo de 9 más un resto no nulo.
Vemos entonces, que resulta costoso para los alumnos interpretar lo que en la oralidad se enuncia como "encontrar un 9". Las intervenciones del fragmento que sigue[58]se

[58] Si bien en la clase en la que se discutió el razonamiento de Nadia, se aborda un primer argumento de que no se encuentra un nueve como factor, muchos alumnos quedan fuera de la discusión y solicitan

inscriben en el sentido de establecer un acuerdo de qué tipo de presencia del número 9 se está buscando y -al mismo tiempo- resaltan esta complejidad.

1. Alumno: una cosa que no entendí de eso, cuando dice que no hay un 9.
2. Prof.: a ver, claro, lo dijo Jose también, qué es que no hay un 9?, porque para mí en el 40 sí hay un 9.
3. Alumna: sí.
4. Prof.: en el 66 también. ¿qué es que no hay un 9?
5. Alumna: claro, que no hay ningún número que sea multiplicado por 9 que dé 66.
6. Alumna: x 40.
7. Alumno: o sea que si a 66 lo dividís por 9 no te daría.
8. Alumno: y 40 dividido 9 tampoco.
9. Prof.: pero ojo porque hay otra forma de encontrar el 9 ¿cómo es? por 3 x 3 ¿está?
10. Alumna: podemos descomponer los números.
11. Prof.: descomponiendo, claro, es lo que aparentemente hicimos la clase pasada. A ver… las chicas, Agost lo que está diciendo y Denisse, es acá hay un 9 y acá también pero sumando y a nosotros lo que nos interesa para ver la consigna son multiplicaciones, no son sumas ¿se entiende cómo es?, o sea tenemos que obtener un 9 multiplicando, no sumando ¿sí? Bien, nada, eso… uno puede descomponer,… no me acuerdo, yo pensé que no lo habíamos hecho este, no me acuerdo qué descomposición habíamos hecho.

A la complejidad señalada se agrega que una vez acordado en la clase que se busca un 9 como factor, la profesora monitorea la estructuración de un procedimiento para argumentar que no se lo puede encontrar. Procedimiento que podríamos enunciar del siguiente modo: *descomponer "al máximo"*[59] *los factores y asegurar que ninguna combinación de los factores hallados permitirá rearmar el número 9*

4. A modo de cierre

El intercambio de la clase nos inclina a considerar la existencia en el espacio colectivo de lógicas que no se inscriben necesariamente en el terreno deductivo. El análisis nos permite reconstruir un ejemplo en el que el intercambio colectivo actúa como un medio fértil para dar lugar a la consideración en el aula de la racionalidad en el plano deductivo. El docente tracciona y tensiona el diálogo impulsando la entrada de la argumentación matemática como asunto a enseñar y aprender en el aula en un contexto complejo en el que conviven interpretaciones, registros y posicionamientos diversos de los alumnos respecto del papel que juegan los ejemplo numéricos o las estrategias que podrían conducir a un argumento aceptable para esa clase.

Rescatamos a su vez ciertos gestos de los alumnos que, si bien están inicialmente motivados por el deseo de conocer cómo se espera que respondan a la tarea, aportan al aula cuestionamientos en torno a los modos de argumentar en la disciplina.

retomarlo en la siguiente clase. El fragmento que se considera a continuación corresponde a este segundo momento, en él se retoman y sintetizan algunas cuestiones de la clase anterior.

[59] Hasta llegar a una descomposición en factores primos. Los alumnos hablaban de llegar a la descomposición "más chiquita".

5. Referencias

Brousseau, G. (1986); Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. Córdoba, Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, *Trabajos de Matemática*, No. 19, 1986, (versión castellana 1993).

Oller, C. (2011) Lógica formal, teoría de la argumentación y filosofía. *Pensar, decir argumentar. Lógica y argumentación desde diferentes perspectivas disciplinares.* Arroyo G y Matienzo T. comp. Prometeo libros y Universidad Nac.de Gral Sarmiento.

Panizza, M. (2005) *Razonar y Conocer. Aportes a la Comprensión de la Racionalidad Matemática de los Alumnos*. Libros del Zorzal

Sadovsky, P. y Sessa, C. (2005); The adidactical interaction with the procedures of peers in the transition from arithmetic to algebra: a milieu for the emergence of new questions. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 59. 1-3 Kluwer Academic Publishers.

Yackel, E.; Cobb, P. (1996) Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *JRME*, Vol 27.

ANEXO I

1. P: qué pasó con el 9? dale Nadia.
2. Nadia: Yo lo que puse no sé si está bien… 66, 40 y 2640.
3. P: 66, 40 ¿y?
4. Nadia: 66, 40 y 2640.
5. P: A ver….
6. Nadia: Está mal.
7. P: Pero quiero tomar el razonamiento. Sí, hubo un error en el razonamiento de Nadia, lo más probable es que varios hayan hecho lo mismo. Nadia dice, a ver, lo que voy a escribir es un razonamiento. Lo único que vamos a tratar de ver es el porqué ¿sí?
   ¿66 es divisible por 9?
8. Alumno: ¿Por cuál?
9. P: No es divisible por 9 ¿sí?, ¿está?, ¿40 es divisible por 9?
10. Varios: No.
11. P: No es divisible por 9, ¿vamos bien? El razonamiento que usa Nadia que, por experiencia lo digo, siempre lo corrijo, Es un error muy muy muy frecuente el que está proponiendo Nadia. Por eso lo vamos a escribir y lo vamos a estudiar, si? Es el siguiente: como este no es divisible y este no es divisible(señalando los números 66 y 40) ¿cuál sería la conclusión más lógica?
12. Alumna: que el resultado no es divisible.
13. P: Va, conclusión: 2640 no es divisible, vamos a poner así, no es divisible por 9. (Escribe) Este razonamiento es erróneo y les voy a mostrar un ejemplo muy sencillo y nos vamos a dar cuenta por qué es erróneo, sí?, o les muestro que es erróneo, esto es un razonamiento.

   66 x 40 = 2640
   div x 9 | div x 9 | Conclusión 2640 --- ~~div 9~~
   Razonamiento muy común pero erróneo

14. Alumna: Se llama así o le está poniendo nombre?

15. P: No, se lo pusimos, razonamiento muy común, vamos a ponerle así, razonamiento muy común pero erróneo, esperame un segundo. Fíjense, les voy a hacer algo sencillito, 12 x 3, ¿cuánto es 12 x 3?, Julia, en qué andamos?
16. Julia: 36.
17. P: Vení un poquitito, dale, 36. Les hago una pregunta ¿este es divisible por 9? (la profesora completa a continuación de la escri

12 x 3 = 36

div x | div x | Conclusión 36 --- ~~div 9~~

18. Alumna: No.
19. P: ¿Este es divisible por 9?
20. Alumna: no.
21. P: Siguiendo el razonamiento que proponía Nadia ¿a qué conclusión llegaríamos?
22. Alumna: Ahhhhh que no es divisible.
23. P: A que este no es divisible por 9, pero ahora, pregunta: ¿este es divisible por 9?
24. Varios: Sí.
25. P: O sea el razonamiento de Nadia acá no sirve, de Nadia y de varios, perdoname que ponga tu nombre pero, es un razonamiento, quiero que lo escriban y lo van a estudiar esto, o sea, si seguimos el razonamiento anterior sería, conclusión: 36 no es divisible por 9.
26. Alumno: Pero yo usé otro múltiplo….
27. P: Claro, estamos en otra cosa, estamos haciendo otra cosa, estamos viendo un razonamiento por qué está mal y lo tienen que copiar y lo tienen que estudiar, sí? Este es un razonamiento anterior, sí?, vamos a escribir según el razonamiento anterior, según el razonamiento anterior 36 no es divisible por 9, según el razonamiento anterior, pero ahora 36 ¿es divisible por 9? La profesora continúa sobre la última escritura

12 x 3 = 36

div x 9 | div x 9 | Conclusión 36 --- ~~div 9~~

Según el razonamiento anterior 36 no es divisible por 9 pero 36 ¿es divisible por 9?

28. Alumna: sí
29. P: Sí, o sea que hay algo mal en nuestro razonamiento, sí? Es más 36 es divisible por 9, o sea que este razonamiento nos falla, que este no sea divisible por 9 y este no sea divisible por 9 no significa que este no lo vaya a ser, sí?, Se entiende?
30. Manu: En este caso, está bien.
31. P: En este caso no, no, no, es un razonamiento erróneo.
32. Manu: O sea, NO.
33. P: ¿Vos tenés otro razonamiento por el cual decís que no es divisible por 9? Bien, hay que buscarlo porque este es un razonamiento que no nos sirve, ¿se entiende?
34. Valentina: Yo lo que quería preguntar es si 2640 es divisible por 9 o…
35. P: No va a ser divisible por 9… sí?, pero qué pasa, Valen?, no puedo usar este razonamiento para decir que no.
36. Valentina: Claro, hay que buscar otra manera.
37. P: Hay que buscar otra vuelta, sí?...con esta vuelta no sirve.
38. Valentina: Porque hay casos en que sí es divisible.
39. Agostina: cómo?, no entiendo cómo nos vas a tomar si es que nos lo vas a tomar.
40. P: te puedo agarrar y decir el siguiente razonamiento es cierto?, no por tal y tal razón, sí?
41. Agostina: ¿se puede poner acá por ejemplo con otro número?
42. P: mirá, el razonamiento no es válido porque en este ejemplo no funciona.

Los alumnos preguntan por la prueba

43. Denisse: este 36 …..¿tiene que ver con la lección anterior?
44. P: no, no tiene que ver con nada, lo que estoy mostrando este es otro ejemplo, es otro ejemplo, o sea mostré este ejemplo, Denisse, para mostrar que en algo sencillito el razonamiento de…..
45. Denisse: ah ok, estás diciendo que no se sabe si es pero puede ser…
46. P: puede ser o no pero este razonamiento no lo pueden usar para saber si es o no, se entiende?, si querés escribilo con tus palabras para que te quede más claro. ¿Tomás?.
47. Tomás: pero yo pregunto si se puede saber …
48. P: sí, pero vos preguntás si se puede saber o no, yo digo que se puede saber pero podría ser mirá no lo puedo saber con esta consigna, sí?, sería una posible respuesta esta.
49. Joaco: y además porque 9 x 4 es 36.
50. P: y?
51. Alumna: de 9.
52. P: claro, por eso mismo, con el razonamiento que nos propuso Nadia llegamos a algo erróneo pero bien sabemos que 36 es múltiplo de 9. ¿Estamos hasta acá?
53. Alumna: sí.
54. P: estudien este razonamiento, eh?, estúdienlo para no cometerlo precisamente.
55. Alumno: pero ahí dice que 36 no es divisible por 9, ahí pusiste que 36 no es divisible por 9.
56. P: a ver… ¿sí? esteeeeehh la conclusión es con el razonamiento anterior que era erróneo, ustedes saben que nos lleva a una conclusión falsa ¿se entiende? A ver…es divisible por 9 o no?
57. Alumna: pero..
58. P: sí es divisible por 9, y por qué escribí esto?, porque según el razonamiento de Nadia yo llego a esa conclusión y está mal ¿se entiende?
59. Alumna: Vale, pero vos nos estás diciendo que no podemos usar eso en la prueba…. pero no estamos viendo qué razonamiento es correcto.
60. P: no, todavía no, claro, todavía no llegamos a eso, claro, va? Bien. ¿Alguien sacó si es divisible por 9 o no usando este dato?, está difícil, no? Vamos a ver, vamos a verlo…..