LA RESOLUCION DE PROBLEMAS Y LAS COMPETENCIAS MATEMATICAS

Mabel Susana Chrestia
Universidad Nacional de Río Negro
mabelchrestia@yahoo.com.ar

Resumen
En el siguiente trabajo se destaca la importancia de la inclusión de resolución de situaciones problemáticas en la clase de matemáticas. Se realiza una introducción al concepto de problema, diferenciándolo de ejercicio, y explicitando los pasos a seguir para su resolución. También se muestra cómo relacionar competencias matemáticas con resolución de problemas. Luego, se integran y ejemplifican estos temas en una experiencia en el aula en la asignatura Matemática 1 de primer año de la carrera de Licenciatura en Economía. Por último, se enumeran algunas conclusiones de la actividad.

Palabras clave: resolución de problemas, competencias matemáticas.

1. Introducción

La vida está llena de problemas. Desde que nacemos buscamos, consciente o inconscientemente, diferentes estrategias para hacer frente a los problemas que se nos presentan. Podemos decir que esta es una forma "natural" de movernos en la vida. ¿Por qué no entonces implementarla como método de aprendizaje en el aula?
Las matemáticas "deben permitir desarrollar en el alumno las siguientes actividades: a) analizar las diferentes componentes de una situación; b) reconocer situaciones análogas; c) elegir la estrategia adecuada a cada situación; d) tener una actitud crítica ; e) construir deducciones y cadenas de deducciones ; f) construir modelos." (Santaló, 1986)
La inclusión de resolución de problemas en la clase de matemáticas nos permite llegar a lograr estos objetivos de una manera dinámica y, por qué no, entretenida. El alumno mismo va descubriendo estrategias y desarrollando habilidades para hacerles frente y resolverlos con éxito.
Y ahí está lo más rico de esta forma de enseñanza-aprendizaje: el alumno desarrolla un pensamiento "práctico" que luego podrá aplicar en diferentes situaciones que se le presenten no sólo en el ámbito académico, sino también en cualquier otro momento de su vida. Es el modelo que Charnay (1994) llama *apropiativo* o *aproximativo*: "el maestro propone y organiza una serie de situaciones con distintos obstáculos (…), organiza las diferentes fases (investigación, formulación, validación, institucionalización), organiza la comunicación de la clase, propone en el momento adecuado los elementos convencionales del saber. El alumno ensaya, busca, propone soluciones, las confronta con las de sus compañeros, las defiende o las discute."

2. ¿Qué es un problema?

Todos tenemos la idea intuitiva de qué es un problema, ya que hemos tenido que resolver cientos de ellos, de diferentes tipos y dificultad. Podemos afirmar que, entre otros aspectos, un problema...

- *contiene parte de información conocida y otra parte de información por* *conocer*. En otras palabras, hay cosas que sabemos y cosas que no; hay datos y hay incógnitas.

– *esta información conocida, puede estar dada en forma explícita o implícita*. Los datos pueden estar ahí, escritos, al alcance de la mano. O bien, puede que tengamos que recurrir a "saberes previos", buscar, indagar, volver "unas páginas atrás", para encontrar lo que necesitamos.
– *esta información conocida puede ser útil a la hora de resolver el problema, o no*. Puede suceder que cierta información nos sirva para resolver un problema, y otra parte de ella la utilicemos luego, en la resolución de una cuestión posterior.

Siguiendo a Brun, un problema es… "*una situación inicial con un objetivo por alcanzar, que le pide al sujeto realizar una serie de acciones o de operaciones para alcanzar ese objetivo*."
Es decir, un problema "moviliza" al alumno, lo lleva a buscar diferentes estrategias, a recorrer diferentes caminos, para llegar a esa solución buscada.

3. Ejercicio versus Problema

Por supuesto que ejercicio y problema no se refieren al mismo concepto, aunque muchos profesores usan erróneamente uno u otro de manera indistinta. También en mucha bibliografía se comete esta equivocación.
Un ejercicio está referido a una o más acciones rutinarias, a la utilización de un algoritmo que el profesor ha explicado y el alumno simplemente debe repetir una y otra vez. El ejercicio conduce a aplicar de manera mecánica, operaciones y propiedades matemáticas.
Un problema en cambio, podemos decir que lleva o intenta llevar al alumno a ser creativo. Debe ingeniárselas para resolver una cuestión que le ha sido planteada. Implica encontrarse con una o más barreras que deberá superar, para lo cual deberá revisar el bagaje de conocimientos previos, nuevos o viejos, y relacionarlos entre sí.
Tradicionalmente las clases de matemática tienen una estructura armada, que resulta "cómoda" tanto para el docente como para el alumno. El docente explica el tema del día, volcando en el pizarrón definiciones, ejemplos, propiedades, algunos gráficos para aclarar el concepto, etc. Luego vienen los ejercicios resueltos y propuestos, quizás algún problema de aplicación. Este desarrollo "lineal" (explicación – ejemplos – ejercicios – problemas) implica que el alumno sólo debe revisar lo escrito algunos párrafos arriba en su cuaderno para lograr resolver el ejercicio o problema planteado.
El uso de problemas permite desestructurar la clase, rompiendo esa linealidad, para lo cual el profesor debe estar preparado. Es probable que deba improvisar ante preguntas "descontextualizadas" de los estudiantes, y buscar él también nuevas estrategias para lograr un aprendizaje efectivo en sus alumnos. Una clase puede desviarse de su curso original, y es deseable que el docente tome también este nuevo camino con los educandos, y lo recorran juntos.

4. ¿Cómo resolvemos un problema?

Mucho se ha escrito sobre "enseñar a estudiar a los alumnos", brindarles "técnicas de estudio", para que por ejemplo frente a un texto, puedan lograr comprenderlo, interpretarlo, extraer la información relevante, etc. También necesitamos de ciertas "técnicas" para enfrentar un problema y resolverlo.

Siguiendo a Polya (1989), para resolver un problema es necesario:

I) Comprender el problema
II) Concebir un plan
   - Determinar la relación entre los datos y la incógnita
   - De no encontrarse una relación inmediata, puede considerar problemas auxiliares
   - Obtener finalmente un plan de solución
III) Ejecución del plan
IV) Examinar la solución obtenida

Estas etapas resumen de manera clara los pasos a seguir, los cuales conviene que se le señalen al alumno de manera explícita. Polya detalla cada uno de estos pasos, formulando preguntas que ayudan a guiar al estudiante en la búsqueda exitosa de la solución.
Estas etapas implican, entre otros aspectos, aceptar, desde el inicio, todos los intentos que un alumno puede llevar a cabo por llegar a la solución. No podemos a priori "decidir" si un procedimiento utilizado en la resolución es válido o no, o si uno es "más válido" que otro. El papel del docente aparece aquí como un guía, cuya tarea más importante es la de "ayudar al alumno" (Polya, 1989).

5. Competencias matemáticas y resolución de problemas

Ante las preguntas: ¿qué buscamos con el problema que hemos entregado a los alumnos?, ¿qué queremos que aprenda?, ¿qué habilidades esperamos que sepa desarrollar? surgen de manera inmediata las *competencias matemáticas* que deseamos visualizar.
Entre las muchas definiciones de competencia, una de las más claras es la de Lasnier (2000) que la define como: "*Un saber hacer complejo resultado de la integración, movilización y adecuación de capacidades, habilidades y conocimientos utilizados eficazmente en situaciones que tengan un carácter común*"
Niss (1999) identifica ocho competencias matemáticas específicas, entre las cuales se encuentran:
Comunicar. *Involucra la capacidad de expresarse, tanto en forma oral como escrita, sobre asuntos con contenido matemático y de entender las aseveraciones, orales y escritas, de los demás sobre los mismos temas.*
Plantear y resolver problemas. *Comprende plantear, formular, y definir diferentes tipos de problemas matemáticos y resolver diversos tipos de problemas utilizando una variedad de métodos.*
Representar. *Incluye codificar y decodificar, traducir, interpretar y distinguir entre diferentes tipos de representaciones de objetos y situaciones matemáticas, y las interrelaciones entre diversas representaciones; escoger entre diferentes formas de representación, de acuerdo con la situación y el propósito particulares.*
Utilizar lenguaje y operaciones simbólicas, formales y técnicas. *Comprende decodificar e interpretar lenguaje formal y simbólico, y entender su relación con el lenguaje natural; traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico / formal, manipular proposiciones y expresiones que contengan símbolos y fórmulas; utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos.*

Para la actividad realizada a continuación, se realizó una adaptación de la lista propuesta por Niss, llegando a las siguientes competencias específicas e indicadores de logro:
Utilizar lenguaje simbólico*: consiste en plantear ecuaciones, en resumir en una expresión matemática la situación planteada por el problema. Es decir, poder decodificar, pasar del lenguaje coloquial al lenguaje simbólico.*
Operar algebraicamente*: comprende utilizar las propiedades y operaciones de los distintos conjuntos numéricos para operar de manera correcta.*
Graficar*: se refiere a realizar figuras, dibujos o diagramas para representar y/o sintetizar la situación planteada, como ayuda para su comprensión y análisis.*
Comunicar*: consiste en explicar, justificar, fundamentar todo el proceso llevado a cabo en la resolución del problema, desde el inicio hasta la respuesta misma.*

6. Ejemplo de una experiencia en clase

Una compañía de dulces fabrica una barrita. La golosina de forma rectangular tiene 10 cm de largo, 5 cm de ancho y 2 cm de grosor. Debido a un incremento en los costos, el fabricante ha decidido disminuir el volumen de la barra en un 28 %. El grosor será el mismo, pero el largo y el ancho se reducirán en la misma cantidad. ¿Cuál será el largo y el ancho de la nueva barra?

Este problema se propuso a un grupo de 36 alumnos de primer año de la carrera de Licenciatura en Economía, en su segundo día de clase de la materia Matemática 1. El problema no presenta gran dificultad para su resolución. Fue elegido como "experiencia piloto", es decir, como primera situación de trabajo grupal de la materia con los siguientes propósitos generales: a) observar el desenvolvimiento del alumno en un grupo b) observar si hay división de tareas y c) lograr la integración entre ellos.
Se describen a continuación los momentos de la clase, los obstáculos detectados y las competencias matemáticas analizadas. Por último, se sintetizan algunas conclusiones.

Momentos de la actividad

En la actividad se notaron tres momentos:

Primer momento
Profesor
- Entrega una hoja por grupo, en la cual se enuncia el problema a resolver. Les informa las consignas del trabajo: leer el problema y volcar en la hoja la resolución del mismo.

Alumnos
- Reciben la hoja y en primer lugar lo leen y comentan. Se observa que entre ellos se hacen preguntas acerca del mismo ("¿qué hay que hacer?", "¿qué nos pide?", "¿cuál es la incógnita?").

Segundo momento
Profesor
- Recorre los grupos ante el llamado de los mismos, para responder preguntas, evacuar dudas. El profesor debe tener en cuenta aquí su rol: ayudar al alumno. En palabras de G. Polya (1989): "*Una de las tareas más importantes del maestro es ayudar a sus alumnos. Tarea nada fácil. Requiere tiempo, práctica, dedicación y buenos principios. (...) Lo mejor es, sin embargo, ayudar al alumno en forma natural. El maestro deberá ponerse*

en su lugar, ver desde el punto de vista del alumno, tratar de comprender lo que le pasa por la mente, y plantear una pregunta o indicar algún camino que pudiese ocurrírsele al propio alumno."
Alumnos
- Los alumnos reunidos en grupos se abocan a la resolución del problema. Se consultan entre ellos y al profesor. Se observan distintos funcionamientos en los grupos. La mayoría muy dinámicos, unos pocos prácticamente estáticos, casi sin diálogo. Algunos trabajando juntos, otros intentando resoluciones en forma individual. En algunos grupos surgieron "lideres" que condujeron el trabajo del grupo. En la mayoría hay un intercambio de información entre los miembros, explicando unos a otros sus ideas.

El profesor luego retira las hojas de los alumnos.

Tercer momento
En esta etapa se lleva a cabo una puesta en común. Se puede hacer la resolución en el pizarrón por parte de los mismos alumnos, del profesor o ambos. En esta actividad, debido a que ya había finalizado el horario de clase, se debió realizar el cierre en la clase siguiente.
El profesor primero devuelve la hoja a cada grupo y pasan al pizarrón dos grupos que muestran cómo lo resolvieron. Se produce un rico intercambio entre el grupo del pizarrón y el resto de la clase.

Obstáculos
Las dificultades que los alumnos encontraron en el camino por resolver el problema fueron:
1) **Cálculo del volumen de la barrita**. Algunos pocos alumnos no recordaban cómo calcular el volumen de la barrita, por lo cual el profesor optó por escribir en el pizarrón la fórmula de cálculo de volumen de un paralelepípedo para todos.
2) **Comprensión del enunciado del problema**. La parte del problema que dice "*El grosor será el mismo, pero el largo y el ancho se reducirán en la misma cantidad*" no fue comprendida por dos grupos, quienes entendieron que había que reducir en un 28 % el largo y ancho, por lo cual calcularon el 28 % de 10 cm y de 5 cm, y con estos nuevos valores, dejando constante el espesor en 2 cm, hallaron el volumen de la "nueva barrita".
3) **Graficar la "nueva barrita**". Algunos grupos no pudieron realizar el gráfico con las nuevas medidas de la barrita usando variables. Dos grupos sí lo hicieron utilizando dos variables, una para el largo y otra para el ancho, lo cual se transformó en un nuevo obstáculo, ya que no supieron cómo continuar.
4) **Planteo de la ecuación**. No todos los grupos lograron llegar a plantear la ecuación donde se relaciona el valor del nuevo volumen de la barrita (72 cm^3) con las nuevas medidas del largo y ancho, y el espesor.
5) **Resolución de la ecuación**. En la aplicación de la fórmula de resolución de una ecuación cuadrática (conocida también como fórmula de Baskara) se visualizaron algunas dificultades de los alumnos en el reemplazo y cálculo de valores.
6) **Justificación**. La obtención de dos raíces hace necesaria la explicación de por qué se elige una de ellas como solución y se descarta la otra. Fundamentar las decisiones tomadas en ciertos momentos es uno de los obstáculos más comunes.

Esto pone en evidencia la falta de vocabulario para explicar sus acciones, más allá de que las mismas hayan sido o no correctas.

Competencias
En cuanto a las competencias matemáticas analizadas, se obtuvieron los siguientes porcentajes:

Competencias	Utilizar lenguaje simbólico	Operar algebraicamente	Graficar	Comunicar
Porcentaje de logro	63,6 %	72,7 %	91 %	9 %

7. Conclusiones finales

Es casi imposible formular conclusiones con un cierto grado de validez y generalización a partir de una sola actividad en clase. Esta experiencia forma parte de una propuesta de trabajo que, además de la actividad relatada, incluyó otras similares en cuanto a que fueron tareas grupales y se basaron en la resolución de problemas, pero diferentes en la dificultad y en los contenidos.
Respecto a la actividad relatada, el alto porcentaje de logro en la competencia *Operar algebraicamente* era esperable, ya que los alumnos que se encuentran cursando esta asignatura han aprobado un curso de nivelación en matemática, en el cual prepondera este tipo de ejercitación, por lo que han reforzado la práctica de esta operatoria. Conocen las propiedades de las operaciones de los conjuntos numéricos, pueden aplicarlas en la resolución de ejercicios, conocen las fórmulas (por ejemplo la de resolución de ecuación cuadrática), saben realizar cálculos sencillos (por ejemplo cálculo de un volumen de un paralelepípedo).
También fue elevado el porcentaje de logro de *Utilizar lenguaje simbólico*, ya que la mayoría logró plantear la ecuación correspondiente, aunque en dos grupos utilizaron dos variables, y eso se convirtió en un obstáculo que no pudieron superar, abandonando la tarea.
En el caso de *Graficar* el porcentaje fue muy alto. En algunos grupos la primera acción fue dibujar la barrita original y luego la nueva barrita. En otros primero hicieron cálculos de los volúmenes, y luego graficaron. Probablemente esto sea producto de la insistencia del docente que hizo a los alumnos en que busquen distintas formas de representación de la situación.
Por último, el porcentaje de logro de *Comunicar* fue muy bajo, menor al diez por ciento. Esto refleja que los alumnos no pueden relatar lo que están haciendo, aunque sea correcto. Les cuesta explicar el camino que siguieron para llegar al resultado.
Los porcentajes obtenidos fueron aproximadamente los esperados. En actividades posteriores se analizaron más competencias matemáticas específicas. La intención también es hacer un seguimiento para observar si los porcentajes de logros de las diferentes competencias evolucionan o no favorablemente.
Respecto a los propósitos generales se observó que:

- En la mayoría se generaron debates acerca de los diferentes aspectos del problema. En tres grupos no hubo casi diálogo, y se observó que los integrantes intentaban la resolución en forma individual, cada uno en su hoja.
- En la mayoría de los grupos hubo una división de tareas explícita: un integrante del grupo era quien sacaba las cuentas en calculadora, otro el que "pasaba en limpio" en la hoja a entregar, otro le dictaba leyendo desde el borrador, etc.
- Al finalizar la tarea, y en la clase siguiente, se notó que algunos que no se

conocían se saludaban y sentaban juntos.

Por último, y a modo de conclusión, la resolución de problemas y el trabajo grupal permiten una interacción entre pares que posibilita, entre otros aspectos, el diálogo e intercambio de ideas, fomentando la ayuda mutua, la explicación de uno hacia otro, la organización, la división de tareas y la corrección mutua. Se logra un trabajo cooperativo, que favorece la integración de los miembros. La inclusión de un análisis de la actividad planteada mediante competencias permite realizar una nueva mirada, evaluando a los alumnos en base a sus logros, y detectando sus dificultades.

Referencias

Brun, J. (1990). *La résolution de problemes arithmétiques – Bilan et perpectives*. Math-Ecole, Neufchatel, num. 141.

Charnay, R. (1994). *Aprender (por medio de) la resolución de problemas*. En C. Parra e I. Saiz (Comps.), Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones (pp. 51-64). Barcelona: Paidos.

Lasnier, F. (2000). *Réussir la formation par competences.* Guérin. Montreal.

Niss, M. (1999). *Competencies and Subject Description*. Uddanneise, 9, pp. 21-29.

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas. México.

Santaló, L. (1986). *La matemática en la educación*. Editorial Docencia. Buenos Aires.