

ATIVIDADES DIDÁTICAS PARA O ENSINO DO TEOREMA DE TALES E TRIGONOMETRIA USANDO A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Maria Alice de Vascoceles Feio Messias; Mônica Suelen Ferreira De Moraes; Vagner Viana Da Graça; Rosineide de Sousa Jucá

Universidade Federal do Pará

alice.messias@gmail.com; monicasuelen@yahoo.com.br; vagnergraca@yahoo.com.br;
rosejuca@yahoo.com.br

Resumo

O enfoque principal deste artigo é o uso da história da matemática em sala de aula e sua função no processo ensino – aprendizagem. O objetivo deste trabalho foi propor e discutir atividades didáticas com o uso da história da matemática para introduzir o conceito do teorema de Tales e de trigonometria. Para a realização desse trabalho foi feito uma pesquisa histórica para conhecermos a história do teorema de Tales e da trigonometria, buscando apoio nos estudos que incentivam o uso da história da matemática como atividade didática para que os alunos possam compreender melhor os conceitos matemáticos e conhecer a história da matemática. Procuramos uma maneira de aproximar a história da matemática do contexto de sala de aula, por acreditarmos que ao introduzir um conceito matemático por meio dela, podemos estar oferecendo um conhecimento mais significativo para o aluno. Esperamos assim, oferecer sugestões para o uso da história da matemática, colaborando assim com processo de ensino-aprendizagem.

Palavras-chave: Educação. Educação Matemática. História da Matemática. Teorema de Tales. Trigonometria.

1. Introdução

A História da Matemática serve para mostrar o aparecimento da matemática no desenvolvimento das sociedades, dessa forma, podemos ver que a história da matemática se mistura com o próprio desenvolvimento da humanidade, pois temos vestígios de matemática sendo realizada nas eras mais primitivas da humanidade. Documentos cuneiformes tinham grande durabilidade; por isso milhares de tabletas feitas de barro sobreviveram até os nossos dias, muitos datando de cerca de 4.000 anos. Apesar de somente uma fração dessas se referirem à matemática (BOYER, 1996).

Outro documento que vem mostrar o quanto a matemática é antiga, são os papiros, que chegam a datar mais de três e meio milênios, um dos papiros egípcios mais extensos de natureza matemática é o papiro de Ahmes, que recebe este nome em homenagem ao escriba que o copiou por volta de 1650 a.C. e depois passou a ser chamado de papiro de Rhind em homenagem ao escocês que o comprou em 1858 (BOYER, 1996).

Ao usar a história da matemática em sala de aula mostramos ao aluno seu caráter humano e que a mesma foi surgindo pela necessidade da sociedade fazendo com que o aluno compreenda como os conceitos matemáticos foram desenvolvidos. Varias razões para usar a história na educação matemática, dentre os que já expusemos. Acreditamos que uma das melhores razões é ajudar a explicar o papel da matemática na sociedade, pois muitas vezes os alunos não conseguem perceber a utilização da matemática no seu cotidiano (FAUVEL apud MENDES, 2006).

O papel pedagógico da história da matemática de acordo com o nível educacional dos estudantes, cabendo ao professor adequar o uso da história de acordo com as necessidades e possibilidades de aprendizagem dos alunos. Assim, a história poderá ser abordada em diferentes níveis, desde que, o professor seja preparado para utilizar a história da matemática imbricada na matemática ensinada (MENDES, 2006).

Dessa forma, procuramos uma maneira de aproximar a história da matemática do contexto de sala de aula, por acreditarmos que ao introduzir um conceito matemático por meio dela, podemos estar oferecendo um conhecimento mais significativo para o aluno. Sendo necessário conduzir o aluno a pensar como os conceitos matemáticos foram construídos. Para isso, é necessário reproduzir situações que levem o aluno a construir tais pensamentos.

Entretanto, usar a história da matemática em sala de aula não pressupõe que o professor tenha apenas que pedir aos alunos que refaçam os passos do descobrimento de um conceito matemático de acordo com a época que o conceito foi construído, mas partir da incorporação dos aspectos socioculturais que os alunos compreendem e explicam sua realidade (MENDES, 2006).

O uso da história pode possibilitar criar problemas que permitam levantar discussões sobre dúvidas que frequentemente os alunos apresentam sobre a matemática. Assim, a utilização da história na forma de problemas, mesmo que não sejam os mesmos que a história da matemática apresenta, mas que sejam recriações destes, pode responder aos questionamentos dos alunos sobre a origem dos conceitos matemáticos (BRITO e CARVALHO, 2009).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais colocam que a História da Matemática, pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem. Pois ao revelar a matemática como uma criação humana, de diferentes culturas e em diferentes momentos históricos, ao comparar o passado com o presente, o educador cria condição para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis acerca desse conhecimento. Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares defendem a história da matemática como instrumento de resgate da própria identidade cultural (BRASIL, 1998).

Dessa forma, temos por objetivo propor e discutir atividades didáticas com o uso da história da matemática para introduzir o teorema de Tales e a trigonometria por acreditarmos que usando a história da matemática, esses conteúdos passam a ter mais significado para o aluno.

2. A história e o teorema de tales

O que se sabe de fato sobre a vida e obra de Tales é realmente muito pouco. Seu nascimento e sua morte são estimados com base em um eclipse de 585 a. C. provavelmente ocorreu quando estava com 40 anos, e diz-se que ele tinha 78 anos quando morreu. Tales é considerado um homem de rara inteligência e como o primeiro filósofo. A proposição agora conhecida como teorema de Tales – que um ângulo inscrito num semicírculo é um ângulo reto – pode ter sido aprendida por Tales durante suas viagens à Babilônia. No entanto, a tradição vai mais longe e lhe atribuiu uma espécie de demonstração do teorema. Por isso Tales foi frequentemente saudado como o primeiro matemático verdadeiro, originador da organização dedutiva da geometria (BOYER, 1996).

Os resultados abaixo são atribuídos a ele (LINTZ, 1999):

1. Um círculo é bissectado por um diâmetro.

2. Os ângulos de base de um triângulo isósceles são iguais.
3. Os pares de ângulos opostos formados por suas retas que se cortam são iguais.
4. Se dois triângulos são tais que dois ângulos e um lado de um são iguais respectivamente a dois ângulos e um lado de outro, então os triângulos são congruentes.

Há algumas referências a Tales em fontes antigas, como Diógenes Laertius, seguido por Plínio e Plutarco, relata que ele mediu as alturas das pirâmides do Egito observando os comprimentos das sombras no momento em que a sombra de um bastão vertical é igual a sua altura. Heródoto, o historiador, conta a estória da predicação do eclipse solar; o filósofo Aristóteles relata que Tales fez uma fortuna monopolizando as prensas de azeite num ano em que a colheita de azeitonas prometia ser abundante. [...] Tais referências, no entanto, não trazem mais provas relativas a importante questão de saber se Tales arranjou de fato, ou não, um certo número de teoremas geométricos numa sequência dedutiva. (BOYER, 1996).

Independente da veracidade dessas histórias, elas mostram que na época de Tales, já eram bem conhecidas as principais propriedades da semelhança de triângulos, principalmente do triângulo retângulo. O que se usa para a solução dos problemas citados é o seguinte: sejam ABC e A'B'C' dos triângulos com dois ângulos α , β respectivamente iguais a α' , β' ,

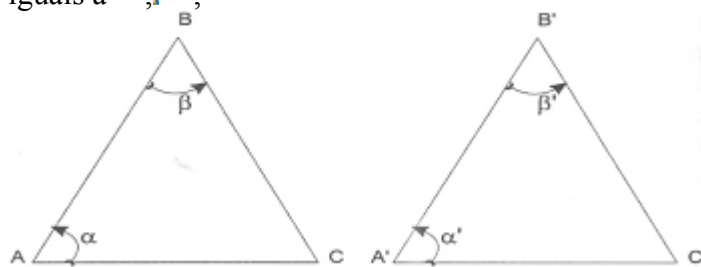


Figura 1

então vale a proporção

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$$

Consideremos então o problema da altura de uma pirâmide.

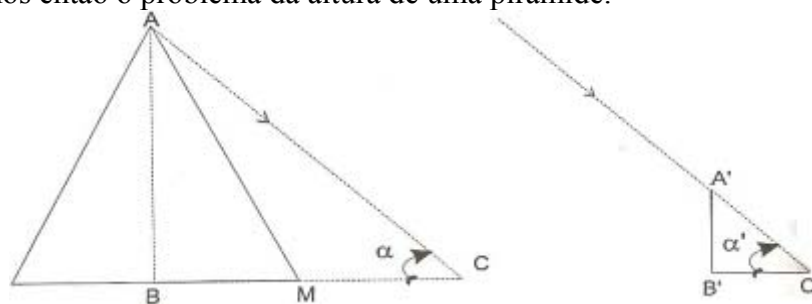


Figura 2

Conhecido MC determinou-se também BM por medida direta, pois tendo a pirâmide base quadrada, BM é a metade de um dos lados. Como os raios solares são supostamente paralelos, teremos, $\alpha = \alpha'$ e, como os triângulos ABC e A'B'C' são retângulos, vem

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BM + MC}{B'C'}$$

ou

$$AB = \frac{A'B'}{B'C'}(BM + MC) \quad (1)$$

e, portanto, é determinada a altura da pirâmide, pois todos os elementos do 2º membro de (1) são conhecidos por medida direta (LINTZ, 1999).

Sabemos que uma grande massa do material matemático era familiar aos babilônios um milênio antes do tempo de Tales, no entanto entre os gregos era aceito que Tales tinha feito progressos definidos. Parece razoável supor, a luz das afirmações de Proclus, que Tales deu uma contribuição à organização racional do assunto (BOYER, 1996).

3. A história e a trigonometria

Eratóstenes de Cirene viveu há mais de dois mil anos. Nasceu em 275 a.C. Seus pais eram gregos e moravam em Cirene, uma cidade grega situada em um ponto da costa da África onde hoje é a Líbia. Há mais de dois mil anos, Eratóstenes, bibliotecário na universidade de Alexandria, foi o primeiro homem a descobrir as dimensões da Terra, utilizando um método bem simples. No entanto, na época não se tinha noção exata do erro envolvido nas medidas por ele realizadas, conseqüentemente não foi possível avaliar a qualidade do resultado (GRAÇA, 2008).

Eratóstenes observou que em Siene ao meio dia, no dia mais longo do ano, ou seja, dia de solstício de verão, o sol lançava uma sombra que iluminava o fundo de um poço profundo, e uma estaca não projetava sombra (MONREY, 2001).

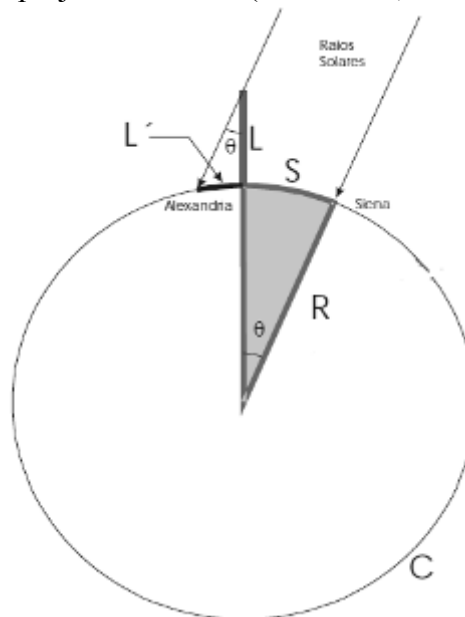


Figura 3

No entanto, em Alexandria, que ficava no mesmo meridiano a 5 mil estádios ao norte de Siene, o sol lançava uma sombra que indicava uma distância angular do zênite de $\frac{1}{50}$ do círculo, ou seja, $\alpha = 7^{\circ}12'$. Se 5 mil estádios correspondem $\frac{1}{50}$ da circunferência da Terra, a circunferência completa deveria medir 250 mil estádios, ou em medidas atuais, 25 mil milhas, ou ainda, 37 mil quilômetros aproximadamente (MOREY, 2001).

4. Atividades propostas

1ª Atividade: *Teorema de Tales*

O objetivo dessa atividade é o de compreender a construção do Teorema de Tales nos povos antigos, bem como sua origem, e ainda desenvolver a criatividade.

Os conceitos envolvidos nessa atividade são os de medidas, teorema de Tales e proporção. O material utilizado é: lápis, régua, ficha de anotações (ver apêndice), lanterna, isopor, cartolina, tesoura, lápis de cor, cola, entre outros subjetivos ao aluno.

Descrição da Atividade:

1º passo: Dividir os alunos em grupos;

2º passo: Propor pesquisa relacionada ao Teorema de Tales, como foi construído e em que contexto;

Uma escola deve favorecer a formação de cidadãos conscientes e atuantes, possibilitar o desenvolvimento da capacidade de pensar, raciocinar, descobrir e resolver problemas, de forma envolvente através da realização de pesquisas para, estimulando o aluno a se tornar pesquisador (MOURA, 1993, p. 84).

3º passo: Propor a discussão dos resultados da pesquisa encontrados entre os grupos, mediante auxílio do professor;

4º passo: Propor aos grupos a construção de uma maquete que contenha uma pirâmide e outros elementos do contexto por eles pesquisado;

O trabalho em sala de aula com maquetes, nesse sentido, potencializa ao aluno uma geometria mais significativa, pois trabalha com situações mais próximas à realidade do educando. Além de despertar interesse, possibilita ao aluno aplicar os conceitos geométricos de forma dinâmica e significativa, no sentido de que o educando tem um contato com a geometria ao mesmo tempo na teoria e na prática (MOREIRA, 1982).

5º passo: Quando terminada a construção da maquete, afixar uma lanterna de modo a projetar sombra tanto da pirâmide quanto dos outros elementos contidos;

6º passo: Entregar as fichas de anotações e propor aos grupos a escolha de outro elemento contido na maquete para relacionar à pirâmide, anotar na ficha;

7º passo: Com o auxílio de uma régua, propor aos grupos que meçam a altura e a sombra do elemento escolhido, anotar na ficha;

8º passo: Em seguida, propor aos alunos que meçam a sombra da pirâmide, anotar na ficha;

9º passo: Propor o uso da relação estabelecida pelo Teorema de Tales, já visto na pesquisa realizada, mediada pelo professor, para descobrir a altura da pirâmide;

10º passo: Por fim, propor a medição da altura da pirâmide com a régua para ser comparada a medida encontrada pelos grupos.

2ª Atividade: *Medindo o Raio da Terra*

O objetivo dessa atividade é possibilitar ao aluno compreender o uso da trigonometria a partir do contexto histórico.

Os conceitos envolvidos são proporção, medidas, arredondamentos numéricos, relação seno. O material utilizado é: folha de problema, lápis, borracha, calculadora científica.

Descrição da atividade:

1º passo: Solicitar que os alunos formem grupos;

Em 1930, o psicólogo bielo-russo Lev Vygotsky (1896-1934) já chamava a atenção para a importância da interação entre a criança e o professor e entre a criança e os colegas em situações de aprendizagem. Em *A Formação Social da Mente*, ele afirma que o bom aprendiz é aquele que foca o potencial que o aluno pode desenvolver com a ajuda de outros. Trabalhar em grupo, então, não é apenas importante, mas fundamental para ele.

2º passo: Entregar uma calculadora científica para cada grupo;

“Ignorar a presença de computadores e calculadoras na educação matemática é condenar os estudantes a uma subordinação total a subempregos”, usando a calculadora

pode concentrar sua atenção no desenvolvimento de sua estratégia de resolução de um determinado problema (D'AMBRÓSIO, 1988, p.28).

3º passo: Explicar aos alunos como calcular seno de um ângulo utilizando a calculadora científica;

4º passo: Apresentar aos alunos o seguinte problema:

A bordo de um avião, num ponto A situado a três milhas acima do nível do mar, um observador olha o horizonte. Sua linha de visão, AC é tangente à superfície da Terra. O raio OC é perpendicular a essa reta tangente em C. De posse dessas informações e da figura abaixo, calcule o raio da Terra.

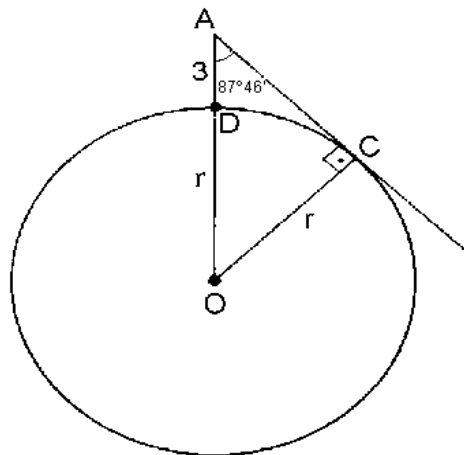


Figura 4

5º passo: Propor aos alunos que solucionem a situação-problema;

6º passo: Propor a alguns alunos que socializem suas soluções a turma;

O momento da correção de exercícios de Matemática é privilegiado, quanto às possibilidades de exploração de erros, pois é neste momento em que professor e alunos focam suas atenções nas estratégias usadas para resolução das atividades propostas, comparando seus resultados, expondo ideias e justificando caminhos escolhidos (BORASI, 1985).

7º passo: À medida que cada aluno termine de socializar a solução, comentar as dificuldades em Matemática observadas à turma;

8º passo: Comentar historicamente o cálculo feito por Eratóstenes de Cirene sobre o raio da Terra, destacando as dificuldades de ferramentas matemáticas na época.

5. Considerações

Este trabalho teve como finalidade propor e discutir atividades didáticas com o uso da história da matemática para introduzir o Teorema de Tales e a Trigonometria, através de uma pesquisa histórica, buscando apoio nos estudos que incentivam o uso da história da matemática como atividade didática.

A relevância desse trabalho encontra-se na possível contribuição para a área da Educação Matemática, oferecendo e discutindo sugestões de atividades para o uso da história da matemática, colaborando assim com processo de ensino-aprendizagem, pois acreditamos que usando a história da matemática, esses conteúdos passam a ter mais significado.

Quando se fala da dimensão lógico-cultural e se diz que o indivíduo necessita entendê-la para que faça uso da história como metodologia de ensino, pretende-se que através do entendimento sócio-cultural dele compreenda satisfatoriamente a dimensão lógico-histórica do outro. Com isso, o educador consegue trabalhar conceitos matemáticos,

mostrando como na época eram vistos e como atualmente ele também tem sua relevância.

6. Referências

- Borasi, Raffaella. *Using Errors as springboards for the learning of mathematics; an introduction. Focus on Learning Problems in Mathematics*, v.7, n-3-4, p.1-14, 1985.
- Boyer, Carl B. *História da matemática*. 2 Ed. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1996.
- Brasil. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Introdução aos parâmetros curriculares nacionais*: Brasília, 1998.
- Brito, A. De J.; Carvalho, D. L. De. Utilizando a história no ensino de geometria. In: Antonio Miguel et al. *História da matemática em atividades didáticas*. São Paulo: Editora livraria da física, 2009.
- D'ambrósio, Ubiratan; Barros, Jorge Pedro Dalledonne De. *Computadores, escola e sociedade*. São Paulo: Editora Scipione, 1988.
- Graça, Vagner Viana. *Tópicos sobre a história da trigonometria*. 2008. (Trabalho de Conclusão de Curso). Universidade do Estado do Pará. 2008.
- Lintz, Rubens G. *História da Matemática*. Vol 1. Blumenau: Editora da FURB, 1999.
- Mendes, I. A. *Ensino da matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática*. (Tese de doutoramento). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2001.
- Mendes, I. A. A investigação histórica como agente da cognição matemática em sala de aula. IN: MENDES, I. A. et al. *A história como um agente de cognição na educação matemática*. Porto alegre: Sulina, 2006.
- Morey, Bernadete Barbosa. *Tópicos de história da trigonometria*. Vol. V. Natal: Editora da SBHMat, 2001.
- Moreira, Marco; Masini, Elcie. F. S. A. *Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Moraes, 1982.
- Moura, Dácio Guimarães. *A dimensão lúdica no ensino de ciências: atividades práticas como elemento de realização lúdica*. (Tese de doutoramento). Universidade de São Paulo. 1993.

Apêndice A – Ficha de Anotações

FICHA DE ANOTAÇÕES

ELEMENTO ESCOLHIDO	
ALTURA DO ELEMENTO (cm)	
SOMBRA DO ELEMENTO (cm)	
SOMBRA DA PIRÂMIDE (cm)	
ALTURA DA PIRÂMIDE (cm – Teorema de Tales)	
ALTURA DA PIRÂMIDE (cm – Régua)	