

EL LABORATORIO DE MATEMÁTICAS COMO ENTORNO DE APRENDIZAJE

Manel Martínez Pascual – Jordi Font González – Roger Grau Roca

mmart659@xtec.cat – jfont@iesbaixamar.com – rgrau@iesbaixamar.com

La Salle Bonanova, Barcelona – Institut Baix a Mar, Vilanova i la Geltrú – Institut Baix a Mar, Vilanova i la Geltrú

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Modalidad: CB

Nivel educativo: Secundario y bachillerato

Palabras clave: laboratorio, materiales, práctica_productiva

Resumen

Experimentación, descubrimiento, conceptualización y demostración o formalización. Estas son las cuatro etapas que un buen recurso didáctico debería tener. ¿Dónde lo realizamos? ¿Cómo lo hacemos? ¿Qué utilizamos? Estas preguntas, entre otras, son el punto de inicio del laboratorio Maria Antònia Canals del Institut Baix a Mar de Vilanova i la Geltrú (Barcelona) y del laboratorio de matemáticas de la Salle Bonanova de Barcelona.

Partiendo siempre de un ambiente de resolución de problemas y retos, el laboratorio es un espacio donde el alumnado tiene disponible material para experimentar. El laboratorio es un lugar que permite trabajar conjuntamente. El laboratorio es un espacio para crear nuevas matemáticas. Desde el laboratorio se irradia matemáticas a todo el centro y a su comunidad; es una auténtica sala de máquinas. El laboratorio es... ¡lo que haga falta! ¿Cómo hemos creado nuestros laboratorios? ¿Qué hemos necesitado? ¿Qué problemas hemos tenido? ¿Qué y cómo trabajamos en el laboratorio? ¿Cómo ha influido el laboratorio en la metodología de impartición de clases de matemáticas? ¡Os compartiremos nuestra receta!

1. Contextualización del laboratorio

La competencia matemática abarca una gran variedad de habilidades y conocimientos que se tienen que desarrollar en los centros educativos. En la educación secundaria en Catalunya se concretan en 12 competencias matemáticas agrupadas en 4 dimensiones (resolución de problemas, razonamiento y prueba, conexiones y, comunicación y representación).

Para poder cumplir los objetivos que determina el currículum, desde los departamentos de matemáticas de La Salle Bonanova y el Instituto Baix a Mar, se creyó que sería muy interesante disponer de un espacio adecuado para realizar unas matemáticas más ricas que fomentaran el logro de dichas competencias: un entorno basado en el aprendizaje compartido y el uso de materiales manipulativos matemáticos. Se podría resumir este propósito en los siguientes objetivos:

- Disponer ordenadamente de materiales del ámbito matemático en bloques de contenidos.
- Facilitar el acceso del profesorado y del alumnado a los materiales manipulativos matemáticos.
- Potenciar y facilitar la creación de materiales matemáticos.
- Fomentar la autonomía del alumno en la resolución de problemas.
- Disponer de un entorno adecuado de trabajo cooperativo y flexible.

Siguiendo las orientaciones del documento de desarrollo de “**Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic**” y también siguiendo la propuesta del maestro Anton Aubanell en el documento de “**Orientacions pràctiques per a la millora de la geometria a secundària**”, las matemáticas tiene que permitir vivir en primera persona la materia siguiendo, aproximadamente, las siguientes etapas:

- **Experimentación:** conjeturar, explorar, establecer contacto con las ideas que están en juego, tantear, hacer pruebas, tomar medidas, comparar, contrastar, manipular, construir, etc.
- **Descubrimiento:** observar una regularidad experimental, a menudo sorprendente, que aparece en pruebas sucesivas. No se trata de un conocimiento que viene de fuera sino de un descubrimiento personal, resultado de una experiencia.
- **Conceptuación:** poner en común todo aquello que se ha descubierto, perfilar bien la idea, sentirla como propia, esforzarse en expresarla correctamente para llegar a una formulación compartida.
- **Demostración o formalización:** pasar de la conjetura descubierta a la propiedad demostrada a partir de un razonamiento lógico. En algunos casos, la demostración no será necesaria o no será posible con las herramientas conceptuales de que se dispone o, dicha demostración, no mejora la comprensión de la idea y, en tal caso, es preferible quedarse con la constatación experimental.

Por todos los motivos expuestos anteriormente y de acuerdo con los objetivos fijados, el hecho de disponer de un espacio especializado de matemáticas nos permitirá caminar hacia unas actividades mucho más ricas y mucho más competenciales. Es necesario comentar que la materia de matemáticas en nuestros centros está enfocada hacia un aprendizaje basado en la resolución de problemas, huyendo de actividades más calculísticas y repetitivas, que fomenten la autonomía del alumno, la investigación y la cooperación entre compañeros (las clases de tipo magistral son minoritarias).

Este es el punto de partida inicial de nuestros laboratorios de matemáticas. El motivo de la denominación final de laboratorio la encontramos en la descripción que hace Anton Aubanell en su licencia de estudios:

“La mayor parte de las actividades prácticas mencionadas en nuestro trabajo pueden ser realizadas en la clase habitual pero, en muchos casos, parece más eficiente llevarlas a cabo en un entorno de laboratorio específico. Por esta razón creemos que el presente trabajo tiene que dedicarle una atención especial a este entorno. En primer lugar, quizás se debería

justificar la razón por la que hemos optado por utilizar la expresión laboratorio de matemáticas en lugar de las expresiones taller de matemáticas o aula de matemáticas. No parece que esta cuestión de nomenclatura sea esencial pero quizás el vocablo laboratorio – que entronca también con una rica tradición académica y que etimológicamente proviene del término latino “labor” que significa trabajo– sugiere un tipo de actividad más amplio que la palabra taller (muchas veces asociado a tareas de construcción con un fuerte acento tecnológico) y más concreto que el término aula (muy genérico y, por lo tanto, poco descriptivo). Naturalmente esta elección puede ser discutible pero lo que nos parece significativo no es tanto el nombre como el concepto que representa.”

2. Proceso de construcción

Para poder poner en marcha un laboratorio de matemáticas es necesario tener en cuenta las siguientes etapas:

2.1. Propuesta del proyecto al equipo directivo

Desde los respectivos departamentos de matemáticas presentamos un informe exponiendo las necesidades de creación del laboratorio. En el informe se detallaron las características que tenía que tener el espacio, los materiales iniciales necesarios para poner en marcha al proyecto y una justificación metodológica.

(1)

2.2. Diseño del espacio y propuesta de materiales a comprar y construir

Algunos elementos que se consideraron esenciales fueron la presencia de mesas grandes (para incentivar el trabajo en grupo), disponer de proyector y pizarra blanca, tener una pared con corcho y una zona de estanterías con la finalidad de que el alumno tuviera el material a su disposición para evitar que tuviera que ir abriendo y cerrando armarios.

a. El material inicial

Otra cuestión a tener en cuenta es pensar cuales deben ser los materiales con los que se tiene que dotar el laboratorio (hay que optimizar el espacio del laboratorio y los recursos

económicos de que se dispone). Para tomar estas decisiones, se deben tener en cuenta las distintas cuestiones:

- Precio: hay materiales que, por su propio precio, son difíciles de adquirir. Entonces... ¿es imprescindible comprarlos?
- Constructividad: ¿es difícil construirlo? ¿aporta algún aprendizaje al alumno? Puig Adam decía que la propia construcción de un material, a menudo, lleva asociada un elevado índice de aprendizaje.
- Precisión: en caso de ser construido, ¿el resultado final será suficientemente bueno para que resulte didáctico en un futuro? Existen materiales que tienen que ser precisos y que, en el caso de no ser así, pierden su valor didáctico (pensemos, por ejemplo, en un puzle que no encajaran sus piezas).

Partiendo de estas premisas, creemos que una primera lista básica de material a adquirir sería la siguiente:

- Numeración y cálculo: las regletas de M. Antònia Canals y los multilink.
- Cambio y relaciones: juego multibase y balanzas.
- Medida: cintas métricas, pesos, reglas, escuadras, cartabones y semicírculos graduados (pequeños y de pizarra).
- Espacio y forma: cuerpos geométricos transparentes que se pueden llenar, juegos de teselaciones y geoplanos (aunque los dos últimos también pueden ser construidos por nuestros alumnos).
- Estadística y azar: cartas, fichas de colores, canicas, dados variados y ruletas.
- Juegos de mesa comerciales “matemáticos”: SET, CUARTO, Tantrix, Pylos, ...
- Material fungible: tijeras, celo, cola, rotuladores, grapadora, ...

Posteriormente, a medida que sea necesario, el alumnado podrá construir el resto de materiales. Con la irrupción de impresoras 3D en los centros educativos, se abre una gran puerta en esta dirección: diseño y construcción de elementos didácticos para nuestros laboratorios de alta precisión y calidad a un precio bajo.

2.3. Construcción del laboratorio

Durante la última semana de junio y todo el mes de julio del 2015, se construyó el laboratorio M. Antònia Canals del l’Institut Baix a Mar, gracias a la implicación del profesorado de matemáticas durante el mes de julio. Una de las propuestas que se realizó fue que, alumnos con las matemáticas pendientes para septiembre, vinieran a cocrear materiales con el profesorado del centro.

En el caso del laboratorio de matemáticas de La Salle Bonanova, se creó durante el verano del 2016 a partir de los planos y materiales presentados al equipo directivo por parte del departamento de matemáticas. Se estudió incluso su emplazamiento, ubicándose finalmente en la parte central del edificio.

2.4. Realización de actividades

Después de sendas inauguraciones (es importante celebrar los eventos positivos!), los laboratorios han sido el punto desde donde se irradian matemáticas a todo el centro: concursos matemáticos, exposiciones de fotografía matemática, talleres de anamorfismos, retos mensuales... sin olvidar el día a día en nuestras clases. En el Baix a Mar semanalmente, los alumnos pasan un mínimo de dos horas lectivas y, en el caso de La Salle Bonanova, es la sede de los grupos de razonamiento matemático (club extraescolar con una actividad de 10 horas semanales), del departamento de matemáticas y, el resto de los alumnos, divididos en 27 clases de secundaria, lo disfrutan, como mínimo, una hora lectiva a la semana.

3. Conclusiones finales

El camino por el que pasa el proceso de aprendizaje de un alumno se podría comparar con el de ir a comprar al mercado: uno sale de casa con el cesto vacío y, a medida que va pasando por los puestos del mercado, lo va rellenando con productos diferentes y variados. ¿Qué sucedería si al acudir a nuestro mercado habitual sólo hubiera carnicerías o fruterías? No nos hace falta ser dietistas para afirmar que nuestra dieta saldría pobre y desequilibrada. Pues podemos realizar un paralelismo con nuestras clases: si sólo contienen actividades y recursos poco variados, seremos incapaces de alimentar bien “el estómago” de nuestros alumnos. Así pues, el docente debe planificar secuencias de actividades bien conectadas y variadas para que “el cesto de la compra” de nuestros alumnos acabe lo más lleno posible.

El hecho de que los centros educativos dispongan de un laboratorio de matemáticas provoca que su gran mercado mejore la variedad del menú de sus alumnos. Estos entornos, con una buena elección de actividades cercanas y abiertas, harán que, muy probablemente, la **motivación** del alumno esté en constante tensión. Por parte de los equipos directivos, la inversión para poder poner en funcionamiento un espacio de estas características no es muy alta: sólo hace falta escoger un lugar con unas mínimas condiciones para crear un ambiente donde las matemáticas fluyan de forma natural. A partir de aquí, las necesidades y disponibilidad económica harán posible disponer de más o menos material manipulativo. No obstante, la creación propia de materiales tiene un gran valor educativo. Disponer de un amplio abanico de materiales de los dos tipos hará ganar muchos enteros a nuestro laboratorio.

Sin embargo, la puesta en marcha y el día a día del laboratorio no siempre es un camino de rosas. Mantener el orden en un laboratorio activo no es tarea fácil: es importante disponer de un responsable del laboratorio (de la misma manera que hay un responsable del laboratorio de ciencias o del taller de tecnología). Otro aspecto a destacar son los diferentes usos (o no usos) del espacio. Pudiera ser que en un centro educativo hubiera una diversidad muy amplia entre el profesorado (vaya, como la hay entre nuestros alumnos). Esta diversidad no ha de ser entendida como un obstáculo para el buen funcionamiento del laboratorio: es una oportunidad para fomentar el debate sobre la metodología del uso del espacio. Un buen debate hará que la didáctica en el aula sea más rica y variada. De esta manera, sería conveniente que aquel profesor que sea más reticente se contagie del entusiasmo y la energía de aquel que no lo es tanto. Asimismo, aquel docente que sea más animado tendrá que reflexionar sobre el cómo lo utiliza. La continua reflexión hará asentar unas bases más sólidas para nuestro proyecto.

La comunicación que en estos momentos concluye, pretende recoger la experiencia de los departamentos de matemáticas de los centros Institut Baix a Mar y La Salle Bonanova, en lo que se refiere a la puesta en marcha y el día a día de los respectivos laboratorios. Esperemos que este documento sirva para que otros centros se propongan y construyan sus propios

laboratorios. Será necesario pues, que se contagien de la ilusión que hemos puesto en nuestros centros y que, en el supuesto de que aparezcan obstáculos en el camino, se vayan superando. Es muy importante no perder de vista las últimas frases de Anton Aubanell en su licencia de estudios: “[...] *Pero nadie tiene que temer por su manera de andar! Lo que nos tiene que preocupar es estar parados!*”

4. Bibliografía

ARC [en línea]. <http://apliense.xtec.cat/arc/> [Consultado: mayo, 2017]

Aubanell i Pou, Anton. *Recursos materials i activitats experimentals en l'educació matemàtica a secundària*. Supervisor: Alsina Català, Claudi. Memòria de la llicència d'estudi retribuïda corresponent al curs 2005-2006 en l'especialitat de Matemàtiques. Departament d'Ensenyament, Generalitat de Catalunya.

Aubanell i Pou, Anton. *Orientacions pràctiques per a la millora de la geometria*. Direcció General d'Educació Secundària Obligatoria i Batxillerat. Departament d'Ensenyament, Generalitat de Catalunya. Abril 2015.

Barba Uriach, David, Calvo Pesce, Cecilia y Cerezo, Ana. *PuntMat* [en línia]. <http://puntmat.blogspot.com.es/> [Consultado: abril, 2017]

Calvo Pesce, Cecilia, Deulofeu Piquet, Jordi, Jareño Ruiz, Joan y Morera Úbeda, Laura. *Aprender a enseñar matemáticas en la educación secundaria obligatoria*. Editorial Síntesis.

Canals i Tolosa, M. Antònia. *GAMAR* [en línia]. <http://www.udg.edu/tabid/17145/language/ca-ES/Default.aspx> [Consultado: mayo, 2016]

del Moral Carmona, Sergi. *Jo aprenc, tu aprens, nosaltres aprenem*. <http://www.sergidelmoral.net/> [Consultado: mayo, 2016]

Generalitat de Catalunya. *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic*. Elaboració: Direcció General d'Educació Secundària Obligatòria i Batxillerat. Edició: Servei de Comunicació i Publicacions. 2a edició actualitzada: noviembre de 2015

Institut Baix a Mar. *Matemàtiques a l'INS Baix a mar* [en línia]. <http://matematiquesmarines.blogspot.com.es/> [Consultado: mayo, 2016].

López Beltran, Mireia i Riquelme Carvallo, Cyntia. *Banc de recursos del Fem Matemàtiques* [en línia]. <http://bancofm.blogspot.com.es/> [Consultado: abril, 2016]

Jareño Ruiz, Joan. *Calaix +ie* [en línia]. <http://www.xtec.cat/~jjareno/> [Consultado: abril, 2016]

NRICH [en línia]. <http://nrich.maths.org/frontpage> [Consultado: abril, 2016]

Pólya, George (1945). *How to Solve It*. Princeton University Press

Puig Adam, Pere (1952). *Didáctica matemática eurística*. Instituto de formación del profesorado de enseñanza laboral.

ANEXOS - EL LABORATORIO DE MATEMÁTICAS COMO ENTORNO DE APRENDIZAJE

Manel Martínez Pascual – Jordi Font González – Roger Grau Roca

mmart659@xtec.cat – jfont@iesbaixamar.com – rgrau@iesbaixamar.com

La Salle Bonanova, Barcelona – Institut Baix a Mar, Vilanova i la Geltrú – Institut Baix a Mar, Vilanova i la Geltrú

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Modalidad: CB

Nivel educativo: Secundario y bachillerato

Palabras clave: laboratorio, materiales, práctica_productiva

Propuestas didácticas

La idea es que el laboratorio de matemáticas sea una extensión del aula ordinaria y que, de esta forma, no se realicen actividades diferenciadas en ambos espacios. La secuencia

247

didáctica está pensada como una unidad y, si es necesario, los materiales del laboratorio salen de sus cuatro paredes para entrar en el aula. Sin embargo, hay determinadas actividades que son más convenientes para ser realizadas en el laboratorio.

Los alumnos pueden agruparse de diferentes maneras para trabajar. En su concepción, siempre se ha pretendido fomentar el trabajo cooperativo sin dejar de lado la posibilidad de que el alumno también realice trabajos de forma individual. Es necesario tener un espacio para poder comunicar, compartir y expresar matemáticas, y a su vez, poder transformarlo en un lugar donde poder reflexionar y pensar de forma individual.



Alumnos experimentando, conjeturando y, sobretodo, compartiendo conocimiento en el laboratorio.

Así pues, podemos dividir las actividades que se realizan en el laboratorio en cinco grandes grupos:

1. **Actividades/problemas que se realizan en la “libreta”:** actividades de un perfil más clásico, a menudo de carácter individual, pero que siempre parten de algún problema o situación de reto. El aprendizaje siempre se realiza a partir del problema y de que sea el propio alumno quien busca o investiga la mejor manera de resolverlo. Una vez resuelto, el mismo alumno puede formular y explorar generalizaciones del problema o propiedades matemáticas generales.
Ejemplos: Sumas con gomets, Ecuaciones de 2º grado, Hagamos limonada, ¿Donde invertiremos?, Embaldosemos el suelo de la habitación,...

2. **Juegos:** actividades de carácter más lúdico donde se trabaja a partir del juego. A menudo se utilizan para introducir y familiarizarse con conceptos matemáticos nuevos. De forma natural, en algunos casos, paralelamente al conjunto de conceptos trabajados, el alumnado busca estrategias ganadoras (actividad de un alto nivel didáctico).

Ejemplos: Tres en raya con números enteros, Hundir la flota en forma polar, Cuatro en cuadrado, CUARTO, ...

3. **Propuestas de investigación con materiales:** actividades de investigación con presencia de materiales manipulativos. Este perfil de actividades intenta buscar el conflicto matemático y obtener generalizaciones del problema. Las actividades de esta tipología, a menudo, se realizan en grupo y tienen una duración de más de una sesión. Sin embargo, después de trabajar con los materiales, es muy importante que el alumno traslade las conclusiones a la libreta, tablet, blog, ... Es necesario que el alumno deje rastro de aquello que ha realizado y aprendido.

Ejemplos: Balanzas con multilinks, Un tangram distinto, Espejito espejito, ¿Cuánto mide el gimnasio?, Experimentos probabilísticos, El triángulo de Pascal con números enteros, Prismas con policubos, ...

4. **Proyectos:** o los también denominados trabajos. Son actividades con una temporización de varios días y que casi siempre se realizan en grupo. Se les pide a los alumnos la creación de alguna producción en concreto y un dossier con todo el trabajo realizado, incluyendo cálculos, bocetos, metodología, conclusiones,.. A menudo estos proyectos pueden llegar a constituir una unidad didáctica completa.
- Ejemplos: Rosetones a partir de funciones, Big data con Quality Time, Diseño de un logotipo, Eje de historia de las matemáticas, La maqueta del instituto, ...

5. **Construcción de materiales:** actividades que tienen como objetivo la construcción de un material matemático. Esta tipología de actividades es interesante si la propia construcción incorpora un proceso matemático interesante.

Ejemplos: Máquina de Galton, Puzzles geométricos, Geoplanos, Poliedros con bricks, Demostraciones visuales, ...

Además, también tienen cabida los problemas de los diferentes concursos propuestos por la FEEMCAT y la SCM.

Atención a la diversidad

Tal y como se ha comentado anteriormente, el laboratorio es una extensión del aula ordinaria. Como consecuencia, las actividades que se realizan acaban siendo un todo en la programación. La manera de tratar de atender la diversidad de los alumnos es la de diseñar actividades en las que todos los alumnos tengan acceso. De esta manera, no se realizan, en general, actividades diferentes para aquellos alumnos con dificultades de aprendizaje: la idea es que cada alumno “estire” al máximo la actividad en función de sus capacidades o intereses. En este sentido es fundamental el acompañamiento del profesor para poder conseguir el objetivo.