

## COMPETENCIAS DIDÁCTICO-MATEMÁTICAS DE DOCENTES UNIVERSITARIOS PERUANOS EN LA ENSEÑANZA DE LAS FUNCIONES: UN ESTUDIO DE CASO

Teresa Sofía Oviedo Millones – Luis Roberto Pino-Fan

[sovmila@gmail.com](mailto:sovmila@gmail.com) – [luis.pino@ulagos.cl](mailto:luis.pino@ulagos.cl)

Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú - Universidad de Los Lagos, Chile

Núcleo temático: Formación del Profesorado en Matemática

Modalidad: CB

Nivel educativo: Universitario/Formación y actualización docente

Palabras clave: Enfoque Ontosemiótico, competencia docente, Modelo del conocimiento didáctico-matemático, Modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas.

### Resumen

*En esta investigación se presenta un caso, de un estudio múltiple, mediante el cual se ejemplifica la caracterización de las competencias didáctico-matemáticas de profesores universitarios peruanos en la enseñanza de la noción de función. Para este fin se toma como marco de referencia el modelo denominado Conocimiento y Competencias Didáctico Matemáticas (CCDM) del profesor de matemáticas (Godino, Batanero, Font y Giacomone, 2016; Breda, Pino-Fan y Font, en prensa), el cual se encuentra basado en el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática (Godino, Batanero y Font, 2007). Como resultado se muestran las características de la práctica del profesor bajo estudio, que es común en el resto de los profesores observados, en los cuales se priorizan conocimientos y competencias de tipo epistémico, por sobre otras competencias relevantes para la gestión de los aprendizajes de los estudiantes. Así mismo, a nivel teórico se corrobora que los criterios de idoneidad didáctica que propone el EOS son una herramienta analítica potente para el estudio tanto de las competencias didácticas de los profesores, como para la reflexión de los profesores sobre su propia práctica.*

### Introducción

Los docentes cumplen un papel de gran importancia en la enseñanza y aprendizaje de sus alumnos. El aprendizaje de la matemática en muchos casos se hace muy dificultoso para los estudiantes. Es por ello que, para que los alumnos desarrollen competencias (integración de conocimientos, habilidades y actitudes), el docente debe estar preparado no sólo en su conocimiento matemático, sino en la didáctica y todo lo que implica ello. Es decir, de acuerdo con Godino, Batanero y Font (2007), el docente debe ser capaz de analizar la actividad matemática al resolver los problemas, identificando las prácticas, objetos y procesos puestos

en juego, a fin de adaptar cada problema al contexto educativo y formular nuevos problemas. “El desarrollo de dicha competencia es un desafío para los formadores de profesores, debido a la diversidad de dimensiones y componentes a tener en cuenta” (Godino, Batanero, Font y Giacomone, 2016, p. 286).

Muchas son las investigaciones sobre el conocimiento matemático y didáctico, por ejemplo, Shulman (1987), Llinares y Kraimer (2006) Godino (2009). En Pino-Fan y Godino (2015) se propone un modelo teórico conocido como “el modelo del conocimiento didáctico-matemático” (CDM), el cual es un referente en esta investigación. Posterior a este modelo, Godino, Batanero, Font y Giacomone (2016) propusieron un modelo que trata de articular diversas categorías de conocimientos y competencias didácticas del profesor de matemáticas, denominado “modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas” (CCDM). De acuerdo a estos investigadores, en este modelo se toma como indicador de competencia a la acción eficaz realizada en un determinado contexto con una finalidad.

En esta investigación mostraremos algunos resultados de las competencias didáctico-matemáticas de docentes universitarios en la enseñanza de las funciones aplicando el modelo CCDM, previo al análisis usando el modelo CDM. Por razones de espacio y considerando que los resultados son análogos, mostraremos los análisis de las competencias para uno de los tres docentes participantes.

Resaltamos que son competencias que se pueden deducir porque, por el momento, no podemos afirmar las competencias exactas existentes de los docentes en estudio ya que para ello, se requerirá contar con la entrevista a este docente (que está en proceso de realizarse).

A continuación presentamos el marco teórico, metodología, resultados y conclusiones de la presente investigación.

### **Marco teórico**

Esta investigación se sustenta en el modelo teórico: “modelo de los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas” (CCDM) (Godino, Batanero, Font y Giacomone, 2016; Breda, Pino-Fan y Font, *en prensa*) que trata de articular diversas categorías de conocimientos y competencias didácticas del profesor de matemáticas. Este modelo proporciona herramientas que permiten distinguir cinco subcompetencias, dentro de la competencia general de análisis e intervención didáctica propia del profesor de matemáticas.

Este modelo está basado en las herramientas teórico-metodológicas del EOS, que

proporciona criterios para categorizar los conocimientos y las competencias, además que orienta a diseño de acciones para una mejora en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Las principales herramientas teóricas que, de acuerdo con Godino, Batanero, Font y Giacomone (2016) incluye el EOS: 1) sistema de prácticas (operativas y discursivas); 2) configuración de objetos y procesos; 3) configuración didáctica; 4) la dimensión normativa, o sistema de reglas y 5) la idoneidad didáctica. Esta última se refiere a la adecuación y pertinencia de los conocimientos, recursos, acciones dentro del proceso de estudio matemático.

Por otro lado, el modelo CCDM toma en cuenta las dimensiones del modelo CDM, éstas son: 1) la dimensión matemática, que propone dos categorías globales del conocimiento sobre el contenido matemático, conocimiento común y conocimiento ampliado del contenido; 2) la dimensión didáctica, que comprende seis facetas: epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional; y 3) la dimensión metadidáctico-matemática.

El modelo CCDM presenta la competencia general de diseño e intervención didáctica, propia del profesor de matemáticas que se compone de cinco sub-competencias, de acuerdo con Godino, Batanero, Font y Giacomones (2016). Mostraremos el análisis de tres de ellas que son: 1) competencia de análisis de significados globales, esta competencia se requiere cuando el profesor trata de dar respuesta a las cuestiones ¿cuáles son los significados del objeto matemático (por ejemplo, cuáles son los diferentes significados de función? ¿Cómo se articulan entre sí? 2) competencia de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas. El profesor debe ser capaz de responder a las cuestiones ¿cuáles son las configuraciones de objetos y procesos matemáticos implicados en la resolución que son característicos de los diversos significados de los contenidos pretendidos? (configuraciones epistémicas) y ¿cuáles son las configuraciones de objetos y procesos puestas en juego por los alumnos en la resolución de los problemas (que el docente propone en la fase de diseño de su clase) (configuraciones cognitivas); 3) competencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas, la cual se aprecia con las siguientes interrogantes: ¿qué tipos de interacciones entre personas y recursos se implementan en los procesos instruccionales y cuáles son sus consecuencias sobre el aprendizaje? y ¿cómo gestionar las interacciones para optimizar el aprendizaje?. Las otras dos competencias que sólo mencionamos son: 4) competencia de análisis normativo; y 5) competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica.

## **Metodología**

La metodología que se utilizó fue la metodología cualitativa correspondiente a un estudio de caso. Se realizó la transcripción y análisis de las dos primeras clases (220 minutos) de tres docentes universitarios en el tema de función correspondiente al primer semestre académico. Fueron 60, 58 y 60 alumnos respectivamente matriculados en este curso para cada uno de los profesores en estudio. La fuente de datos fueron las grabaciones de clase de los docentes en estudio, mediante la técnica de observación no participativa.

Los análisis de las transcripciones de clase se realizaron de acuerdo al modelo denominado: “modelo del conocimiento didáctico-matemático” que también se basa en las herramientas teórico-metodológicas del Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática, haciéndose así posible analizar, interpretar y caracterizar los conocimientos de los profesores de matemáticas, muestra de estudio.

La técnica de entrevista, es parte de una investigación en proceso. Sin embargo, se pueden deducir implícitamente, de los resultados de los análisis de las transcripciones de clase, las competencias de los docentes en estudio, que muestran en sus primeras clases respecto a la función.

## **Resultados**

Hechos los análisis de las transcripciones de clase, utilizando las herramientas del EOS, y los instrumentos de valoración de la idoneidad didáctica, basados en los componentes e indicadores de la idoneidad didáctica dados en Breda, Pino-Fan y Font (*en prensa*), se procedió a caracterizar los conocimientos didácticos y matemáticos del docente en estudio, en dos de las tres dimensiones del modelo CDM: la dimensión matemática y la dimensión didáctica (aquí solo abordamos las facetas epistémica, mediacional e interaccional). Realizado esto, se procedió a deducir implícitamente las siguientes competencias: competencia de análisis de significados globales, competencias de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas y competencias de análisis y gestión de configuraciones didácticas. A continuación presentamos estos resultados:

**Competencia de análisis de significados globales:** los análisis respecto a la dimensión matemática en el sistema de prácticas matemáticas (primer nivel del EOS) muestra que el docente tiene competencia en los significados del objeto matemático función. Así, hicimos las dos preguntas a esta competencia en relación a los análisis de las transcripciones de clase.

155

Respondiendo a la pregunta: ¿cuáles son los significados del objeto matemático función? Observamos que el docente aplicó en sus clases cuatro de los seis significados histórico-epistemológicos de la función (Parra, 2015). Estos significados dados por el docente fueron: la función como correspondencia, la función como expresión analítica, la función como correspondencia arbitraria y la función a partir de la teoría de conjuntos. Respecto a la pregunta: ¿cómo se articulan entre sí (los significados del objeto matemático función)? Pudimos observar que el docente utilizó los registros de representación semiótica (Duval, 2004) articulando estos significados mediante tratamientos y conversiones del objeto función. Como la coordinación de varios registros semióticos ayuda a disminuir las dificultades y obstáculos en el aprendizaje, podemos considerar que el docente tiene competencia en la articulación de los significados de la función. En conclusión, al ser positivas las dos respuestas a las preguntas mencionadas anteriormente, podemos decir que el docente mostró competencia en los análisis de significados globales.

**Competencias de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas:** respecto al análisis de las transcripciones de clase, para responder a la pregunta: ¿cuáles son las configuraciones de objetos y procesos matemáticos implicados en la resolución que son característicos de los diversos significados de los contenidos pretendidos? (configuraciones epistémicas), presentamos la Tabla 1: componentes y descriptores de la idoneidad epistémica (matemática) que utilizamos como instrumento para el análisis de la transcripción de las clases del docente en estudio.

Tabla 1

*Componentes e indicadores de la faceta epistémica (matemática).*

Componentes	Indicadores
Situaciones-problemas	<p>Selección de una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación.</p> <p>¿Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)?</p> <p>¿La situación planteada corresponde al nivel educativo de los estudiantes?</p>

Elementos lingüísticos	<p>Uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), traducciones y conversiones entre los mismos.</p> <p>Nivel adecuado del lenguaje para el nivel a que se dirige.</p> <p>¿Se promueve la expresión e interpretación?</p>
Elementos regulativos (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	<p>Definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo a que se dirigen.</p> <p>¿Se presentan los enunciados y procedimientos básicos del tema?</p> <p>¿Se promueve la generación y negociación de las definiciones, procedimientos?</p>
Argumentos	<p>Adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen.</p> <p>¿Se promueven momentos de generación y negociación de argumentos, de validación?</p>
Relaciones (conexiones, significados)	<p>¿Se relacionan y articulan de manera significativa los objetos matemáticos puestos en juego (situaciones, lenguaje, reglas, argumentos) y las distintas configuraciones en que se organizan?</p>

---

*Fuente:* Godino (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Algunos de los resultados del análisis de las transcripciones de clase, muestra que sólo en la parte introductoria del tema de funciones, de la primera clase dada, explica considerando situaciones extramatemáticas, considerando los conocimientos previos de los alumnos: función, dominio, rango, función lineal, etc. A partir de estas situaciones extramatemáticas, el docente institucionaliza algunos conceptos relacionados al tema de función: función, relación, dominio y rango. Sus argumentos van de lo particular a lo general. Posterior a ello sólo se restringe a explicar ejercicios de funciones en términos algorítmicos-algebraicos, éstos son propios del nivel del currículo (sílabo) de enseñanza universitaria al que se dirige, manteniendo sus argumentos de lo general a lo particular. Los objetos matemáticos (situaciones, lenguajes, reglas, argumentos se relacionan de manera significativa, manteniendo el orden de explicación del libro de texto (dado a los alumnos por la institución

educativa) que es tradicional: se explica la definición, luego se dan ejemplos que se resuelven algorítmicamente en la que se manifiestan proposiciones y procedimientos). Las proposiciones y procedimientos se centran en lo algoritmo-algebraico. No se promueve a la interpretación.

Respecto a la competencia que observamos, volvemos a la pregunta ¿cuáles son las configuraciones de objetos y procesos matemáticos implicados en la resolución que son característicos de los diversos significados de los contenidos pretendidos? Podemos decir que, según lo descrito anteriormente, el docente tiene que adecuar su enseñanza en cuanto a las proposiciones y procedimientos, en la que haya también otros tipos de representación. También el docente tiene que promover momentos de negociación de significados, que los estudiante lleguen, por ellos mismos a la interpretación de los procesos y/o definiciones. Respecto a la otra pregunta ¿cuáles son las configuraciones de objetos y procesos puestas en juego por los alumnos en la resolución de los problemas (que el docente propone en la fase de diseño de su clase) (configuraciones cognitivas) en las clases dadas por el docente en estudio dieron tareas o problemas a los estudiantes, por tanto, no podríamos responder a esta pregunta respecto del docente.

Por lo tanto, este tipo de competencia: competencias de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas, de lo mencionado anteriormente -considerando la primera pregunta- es baja.

**Competencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas:** en la que se consideró el análisis de la faceta interaccional y mediacional del modelo CDM.

Pudimos observar, mediante el instrumento, componentes e indicadores de la idoneidad mediacional, que las interacciones docente-discente y discente-discente están, en general, ausentes. El docente logra hacer participar a los estudiantes con preguntas dirigidas, es él el resolutor y expositor en toda la clase. Por lo que a las preguntas: ¿qué tipos de interacciones entre personas y recursos se implementan en los procesos instruccionales y cuáles son sus consecuencias sobre el aprendizaje? Y ¿cómo gestionar las interacciones para optimizar el aprendizaje? consideramos que el docente tiene una competencia muy baja.

En relación a estos tres tipos de competencias, análogo, se hizo el análisis de las transcripciones de clase de los otros docentes de estudio. Por razones de espacio no mostramos estos análisis. Los resultados fueron parecidos para los tres docentes en estudio y mostraron, tal como los resultados que se muestran aquí, que los docentes tienen mayor

conocimiento y competencias de tipo epistémico en relación a los conocimientos y competencias de tipo interaccional y mediacional.

### **Conclusiones**

Conociendo las competencias de los docentes y que los propios docentes conozcan sus competencias es un gran avance en el desarrollo de la gestión de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, en particular de las funciones, que es uno de los temas fundamentales de la Matemática en el cual los estudiantes tienen mucha dificultad en su aprendizaje.

En el Perú se está innovando y poniendo principal atención en la formación por competencias de los estudiantes, tanto en el nivel básico regular como en el universitario. Con esta investigación tratamos de contribuir en la investigación educativa peruana en el campo de formación de profesores, en la que todavía no se han considerado investigaciones con el modelo CCDM en el Perú (como lo constatamos mediante los repositorios de tesis de universidades peruanas de los programas de Maestría y Doctorado en Educación o afines; en revistas académicas indexadas peruanas o en actas de congresos). Con ello, ponemos énfasis en la necesidad de contribuir en el campo de formación de profesores en el Perú mediante investigaciones respecto a las competencias de los docentes en los diversos temas de matemática.

### **Referencias bibliográficas**

- Breda, A., Pino-Fan, L., & Font, V. (In press). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*
- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Universidad del Valle, Colombia.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1), 127-135
- Godino, J. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Iberoamericana de educación matemática*, 20, 3-31.
- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V., y Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. *Investigación en Educación Matemática XX*, 288-297.



- Pino-Fan, L., & Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *PARADIGMA*, 36(1), 87-109.
- Llinares, S. y Krainer, K. (2006) Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. In: Gutierrez, A.; Boero, P. (Ed.). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. Rotherdam: Sense Publishers, p. 429-459.
- Parra, Y. (2015). *Significados pretendidos por el currículo de matemáticas chileno sobre la noción de función* (tesis de Maestría). Recuperado de [https://dl.dropboxusercontent.com/u/3280703/TESIS%20MAG%C3%8DSTER\\_YOCELYN%20PARRA.pdf](https://dl.dropboxusercontent.com/u/3280703/TESIS%20MAG%C3%8DSTER_YOCELYN%20PARRA.pdf)
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of new reform. *Harvard Educational Review*, 57 (1), 1-22.