

Rodríguez-Domingo, Susana; Molina, Marta; Cañadas, María C.; Castro, Encarnación (2012). *Traducción de enunciados algebraicos en un torneo con un dominó algebraico*. Comunicación presentada en XVI SEIEM (20-21-22 septiembre 2012). Baeza, Jaén.

TRADUCCIÓN DE ENUNCIADOS ALGEBRAICOS EN UN TORNEO CON UN DOMINÓ ALGEBRAICO¹

Susana Rodríguez-Domingo (susanard@ugr.es), Marta Molina (martamg@ugr.es),
María C. Cañadas (mconsu@ugr.es), y Encarnación Castro (encastro@ugr.es)
Universidad de Granada

Presentamos parte de una investigación cuyo objetivo principal es indagar sobre la capacidad de estudiantes de educación secundaria para traducir e identificar equivalencias entre enunciados algebraicos presentados en dos sistemas de representación: simbólico y verbal. Realizamos la recogida de datos con 26 estudiantes de 4º de Educación Secundaria Obligatoria. Les propusimos la cumplimentación de las fichas de un dominó algebraico, diseñado para esta investigación. Posteriormente utilizaron esas fichas en un torneo. En este trabajo nos centramos en el torneo. Presentamos un análisis de las relaciones que manifiestan los estudiantes entre la representación verbal y la representación simbólica de un mismo enunciado algebraico, así como de las explicaciones que dan los estudiantes a la equivalencia de ambas.

Palabras clave: dominó algebraico, enunciados algebraicos, juego, representación simbólica y verbal, traducción entre sistemas de representación.

Abstract: *We present part of a research study whose main objective is to investigate the ability of high school students to translate and identify equivalences between algebraic statements presented in symbolic representation and verbal representation. Data collection was performed with 26 4th grade students who proposed the completion of a algebraic domino chips designed ad hoc, and use in a tournament organized in groups of three or four students. In this article we focus on the tournament, presents an analysis of the relationships between students manifesting the verbal and symbolic representation of the same algebraic statement and explanations that give students the equivalence of both.*

Keywords: *algebraic domino, algebraic statements, game, symbolic and verbal representation, translation between representation systems.*

¹ Esta investigación ha sido realizada en el seno del Grupo de Investigación FQM-193 del Plan Andaluz de Investigación, Desarrollo e Innovación de la Junta de Andalucía "Didáctica de la Matemática: Pensamiento Numérico" de la Universidad de Granada, y en el marco del proyecto de investigación EDU2009-11337 "Modelización y representaciones en educación matemática" del Plan Nacional de Investigación, Desarrollo e Innovación 2010-2012 del Ministerio de Ciencia e Innovación de España.

INTRODUCCIÓN

Las continuas y persistentes dificultades que evidencian los estudiantes en el aprendizaje del álgebra y la destacada presencia de contenidos algebraicos en el currículo de educación secundaria obligatoria (ESO) en España (Boletín Oficial del Estado, 2006), hacen que este campo sea de interés para la investigación en Educación Matemática. La relación y traducción entre lenguaje verbal y el simbolismo algebraico es uno de los componentes de la actividad algebraica que resulta problemático. Esto dificulta, entre otros aspectos, la resolución de problemas que requieren del uso del simbolismo algebraico. Investigadores como Arcavi (1994), Bednarz, Kieran y Lee (1996) o Kaput (2000) abordan la problemática existente en la adquisición del dominio y comprensión del simbolismo algebraico. Algunos trabajos realizados sobre este tema centran su atención en identificar los errores más frecuentes en los que incurren los estudiantes en el manejo de dicho simbolismo (Palarea, 1998; Ruano, Socas y Palarea, 2008; Socas, 1997). Otros estudios exploran el papel de la escritura verbal en el aprendizaje del álgebra (MacGregor, 1990; Wollman, 1983). Sin embargo existen escasas investigaciones que indaguen en los procesos de traducción de enunciados entre los sistemas de representación verbal y simbólico. Entendemos que el análisis de los procesos de traducción en los dos sentidos pueden ser de utilidad para: (a) profundizar en la comprensión que poseen los estudiantes del simbolismo simbólico e (b) indagar sobre las dificultades que tienen para escribir simbólicamente aquello que pueden encontrar enunciado de forma verbal. Estas consideraciones motivan el estudio que aquí presentamos.

OBJETIVOS

Este documento recoge parte de una investigación más amplia (Rodríguez-Domingo, 2011) cuyo objetivo es *analizar el proceso de traducción que realizan estudiantes de educación secundaria entre los sistemas de representación verbal y simbólico, de enunciados generales de relaciones numéricas*. Concretamos este objetivo en tres objetivos específicos: (a) construir un instrumento que permita explorar el proceso de traducción entre los sistemas de representación simbólico y verbal; (b) analizar y clasificar los errores en los que incurren los estudiantes al realizar dichas traducciones; y (c) describir el trabajo de los estudiantes cuando se les pide que relacionen las representaciones simbólica y verbal de enunciados algebraicos. En este trabajo, nos centramos en este último objetivo específico.

MARCO TEÓRICO Y ANTECEDENTES

Los pilares sobre los que se basa el marco teórico de esta investigación vienen definidos por los términos: (a) enunciados algebraicos, (b) sistemas de representación y (c) errores y dificultades en el álgebra. Las relaciones entre estos elementos y su consideración en el contexto del juego fundamentan este trabajo.

A partir de una breve revisión bibliográfica en torno a la concepción del álgebra, hemos percibido la evolución de la misma a lo largo del tiempo, su consideración como lenguaje y su destacada utilidad para la resolución de problemas (Fernández, 2001; Kieran y Filloy, 1989). En este contexto nos centramos en los *enunciados algebraicos*, entendidos como *enunciados que establecen relaciones generales entre cantidades, algunas de ellas desconocidas*.

Principalmente hemos tomado como referencia los trabajos realizados en el seno del Grupo “Didáctica de la Matemática: Pensamiento Numérico” (FQM-193) para la profundización en relación con las nociones de representación y sistemas de representación. Centramos la atención en las representaciones externas, pues son las que muestran el trabajo de los estudiantes. Consideramos que un sistema de representación es el conjunto de símbolos, gráficos y reglas que permite representar una estructura matemática y que sigue cierta sistematización (Castro y Castro, 1997; Rico, 1997). Gómez (2007), con base en el trabajo de Kaput (1992), define la traducción entre sistemas de representación como un “procedimiento en virtud del cual se establece la relación entre dos signos que designan un mismo objeto pero que pertenecen a diferentes sistemas de representación” (p. 43).

En la revisión bibliográfica relacionada con las representaciones y los sistemas de representación, hemos encontrado escasos estudios donde se realiza un análisis de la traducción entre el sistema de representación verbal y el simbolismo algebraico, que es nuestro foco de atención; encontrando que la mayoría de ellos están centrados en la resolución de problemas. Entre estos últimos están Nathan y Koedinger (2000) quienes recomiendan que se provea a los estudiantes de mayor experiencia en la traducción entre el lenguaje verbal y el simbolismo algebraico en el contexto de la resolución de problemas antes de abordar la resolución de ecuaciones.

El contexto en el que se lleva a cabo esta investigación es el juego, que cobra especial relevancia por las características particulares de los estudiantes que participan en ella. Estos estudiantes tienen una falta de motivación considerable para trabajar y aprender. En la revisión de la literatura realizada, hemos observado que un material

presentado en forma de juego fomenta el aprendizaje y la motivación entre el alumnado. Algunos autores establecen que el juego se manifiesta como una forma natural de la actividad humana (Castro, Olmo y Castro, 2002; De Guzmán, 1984). Así mismo se destaca como excelente medio de aprendizaje (Moyses, 1990). En el contexto del álgebra, algunos autores han utilizado dominós algebraicos (Contreras, 2004) y el puzzle algebraico (Domínguez, Hernández, Muñoz, Palarea, Ruano y Socas, 2006) como mediadores del aprendizaje del simbolismo algebraico.

En el pasado simposio de la SEIEM, presentamos los resultados de la primera parte de este estudio (Rodríguez-Domingo, Molina, Cañadas y Castro, 2011). Analizamos y clasificamos los errores en los que incurren los estudiantes al realizar dichas traducciones al completar las fichas del dominó propuesto. En este trabajo nos centramos en la segunda parte de dicho trabajo, que persigue describir las relaciones que los estudiantes ponen de manifiesto entre representaciones verbales y representaciones simbólicas de un mismo enunciado algebraico, así como las explicaciones que dan a las mismas.

MARCO METODOLÓGICO

En este apartado, vamos a explicar las características del alumnado que participa en el estudio y del instrumento utilizado para la recogida de datos, precisando el diseño del mismo.

Sujetos participantes en el estudio

Teniendo en cuenta el objetivo general de este trabajo, trabajamos con una muestra intencional de 26 estudiantes de 4º de ESO matriculados en matemáticas opción A, procedentes de tres grupos-clase. En el curso académico en que se realiza la recogida de datos, 2010-2011 la primera autora de esta comunicación, en adelante la profesora-investigadora, impartía clase a dichos estudiantes. Nombramos a cada uno de los sujetos por un número y la letra del grupo-clase al que pertenecían (A, B o C). El nivel socio-cultural y académico de estos sujetos era bajo, el lugar donde se encuentra el centro educativo es conflictivo y los estudiantes mostraban poco interés tanto por ir a clase como por aprender. De los 26 estudiantes, 6 estaban repitiendo 4º curso y de los 20 restantes, la mayoría tenían aún la asignatura de matemáticas de cursos anteriores sin aprobar. Antes de la aplicación del instrumento estos estudiantes ya habían trabajado en clase el bloque de aritmética y parte del bloque de álgebra, en concreto el tema de enunciados algebraicos y de ecuaciones e inecuaciones.

Instrumento de recogida de datos

Para la recogida de datos diseñamos un pseudo-dominó algebraico compuesto por fichas con expresiones algebraicas expresadas utilizando tanto el lenguaje verbal como el simbolismo algebraico. Las características del alumnado motivaron el empleo de un instrumento de recogida de datos que despertase su interés. Por este motivo diseñamos un instrumento en forma de juego.

La profesora-investigadora aplicó el instrumento en dos fases: (a) construcción del dominó y (b) torneo. La primera fase fue individual. En ella, los estudiantes tenían que cumplimentar fichas incompletas del dominó, presentadas en una simulación de una partida acabada, traduciendo por escrito enunciados algebraicos entre el sistema de representación verbal y el sistema de representación simbólico. La segunda fase fue realizada en grupos de tres o cuatro estudiantes. En ella pretendíamos observar las relaciones que establecían los estudiantes al emparejar distintas representaciones de un mismo enunciado algebraico en el contexto del juego con el dominó. Para ello se les facilitó a los estudiantes fichas con el mismo contenido que las incluidas en la ficha de la primera fase, pero en este caso completas, junto con doce fichas dobles formadas por la expresión verbal y simbólica de los diferentes enunciados considerados en las fichas simples.

La competición entre los estudiantes por ganar el juego provocó un alto grado de implicación en ambas fases.

En este artículo nos centramos en la segunda fase (la primera parte se puede ver en Rodríguez-Domingo et al., 2011), que tiene las características de una entrevista clínica no estructurada: se plantea a los estudiantes una situación (juego con el dominó) y se les deja actuar bajo unas reglas establecidas, interviniendo únicamente si alguna regla es incumplida o se requiere que repitan alguna idea.

Diseño del dominó

Para diseñar las fichas de dominó, realizamos una revisión del libro de texto y de los enunciados algebraicos descontextualizados que los estudiantes habían trabajado previamente en el aula. Con la intención de tener un equilibrio en los enunciados propuestos, acordamos proponer doce enunciados, la mitad en representación verbal y la otra mitad usando simbolismo algebraico, de modo que, en cada caso, hubiera un enunciado aditivo, uno multiplicativo, uno de potencia, y un enunciado para cada combinación de dos en dos de estos tres tipos de relaciones. Entre las variables de tarea consideradas, decidimos trabajar sólo con números naturales, que la mitad de los

enunciados fuesen abiertos y la otra mitad cerrados², que la mitad tuvieran solo una variable y la otra mitad dos variables, y que la mitad de los enunciados verbales fuesen secuenciales y la otra mitad no. En la Tabla 1 presentamos los doce enunciados diseñados.

| Enunciados en representación verbal | Enunciados en representación simbólica |
|--|--|
| 1: El producto de la mitad de un número por el triple de otro número | 2: $4 \cdot \left(\frac{x}{2}\right) = 2x$ |
| 3: Un número más su consecutivo es igual a otro número menos dos | 5: $x \cdot (x+1) = 7x$ |
| 4: Un número, por ese número al cuadrado, es igual al mismo número al cubo | 6: $(x \cdot y)^3$ |
| 7: El cuadrado de la suma de dos números consecutivos | 9: $(\sqrt{x})^y$ |
| 8: Un número par menos la cuarta parte de otro número | 10: $x^2 - y^2 = 11$ |
| 11: El cuadrado de la raíz cuadrada de un número es igual a ese número | 12: $x + (x+1) - 4$ |

Tabla 1. Enunciados para traducir en la primera fase

La figura 1 presenta las primeras doce fichas que los alumnos formaron en la primera fase de la recogida de datos y la figura 2 muestra las doce fichas dobles que se añadieron el juego durante el torneo. Las fichas eran de un tamaño 5.9cm x 10.8cm y fueron plastificadas para su mejor conservación.

| | | | | | |
|--|---|---|--|------------------------|---|
| $x \cdot x^2 = x^3$ | El producto de dos números consecutivos es igual a siete veces el primer número | $(x \cdot y)^3$ | La suma de dos números consecutivos menos cuatro | $(\sqrt{x})^2 = x$ | Un número más su consecutivo es igual a otro número menos dos |
| $x \cdot (x+1) = 7x$ | El cubo del producto de dos números | El cuadrado de la suma de dos números consecutivos | El cuadrado de la raíz cuadrada de un número es igual a ese número | $x^2 - y^2 = 11$ | Un número, por ese número al cuadrado, es igual al mismo número al cubo |
| $(x + (x+1))^2$ | La raíz cuadrada de un número elevada a otro número | $(\sqrt{x})^y$ | El producto de la mitad de un número por el triple de otro número | $x + (x+1) - 4$ | El producto de cuatro por la mitad de un número es igual al doble de dicho número |
| Un número par menos la cuarta parte de otro número | $2x - \frac{y}{4}$ | El cuadrado de un número, menos el cuadrado de otro número, es igual a once | $4 \cdot \left(\frac{x}{2}\right) = 2x$ | $\frac{x}{2} \cdot 3y$ | $x + (x+1) = y - 2$ |

Figura 1. Fichas simples del juego

² Entendemos por “enunciado cerrado” aquel que establece una igualdad entre enunciados, es decir, que equivale a una ecuación.

| | | | | | |
|---|--|---|---|---|--|
| Un número, por ese número al cuadrado, es igual al mismo número al cubo | $(x \cdot y)^3$ | El producto de dos números consecutivos es igual a siete veces el primer número | $x + (x + 1) - 4$ | Un número más su consecutivo es igual a otro número menos dos | $(\sqrt{x})^2 = x$ |
| $x \cdot x^2 = x^3$ | El cubo del producto de dos números | $x \cdot (x + 1) = 7x$ | La suma de dos números consecutivos menos cuatro | $x + (x + 1) = y - 2$ | El cuadrado de la raíz cuadrada de un número es igual a ese número |
| La raíz cuadrada de un número elevada a otro número | $(x + (x + 1))^2$ | El cuadrado de un número menos el cuadrado de otro número es igual a once | $\frac{x}{2} \cdot 3y$ | El producto de cuatro por la mitad de un número es igual al doble de dicho número | $2x - \frac{y}{4}$ |
| $(\sqrt{x})^y$ | El cuadrado de la suma de dos números consecutivos | $x^2 - y^2 = 11$ | El producto de la mitad de un número por el triple de otro número | $4 \cdot \left(\frac{x}{2}\right) = 2x$ | Un número par menos la cuarta parte de otro número |

Figura 2. Fichas dobles del juego

Recogida de datos (segunda fase)

Atendiendo a la disponibilidad, características académicas y actitudinales de los sujetos, los organizamos en seis grupos heterogéneos de cuatro sujetos para la realización del torneo (dos alumnos del grupo abandonaron los estudios en este tiempo por lo que el grupo en esta segunda fase quedó reducido a veinticuatro). Establecimos los grupos como recogemos a continuación:

Grupo 1: 3A, 5A, 7A, 1C

Grupo 3: 3B, 4B, 6B, 7B

Grupo 5: 7C, 5C, 6C, 3C

Grupo 2: 2A, 4A, 6A, 8A

Grupo 4: 2B, 5B, 8B, 9B

Grupo 6: 2C, 4C, 8C, 9C

Llevamos a cabo el desarrollo del juego con estos grupos, por separado, en un aula ante la presencia de la profesora-investigadora. Tuvo una duración de 30 minutos cada uno. Una vez realizada una primera ronda, los ganadores de las primeras partidas jugaron dos semifinales, cada una con tres jugadores. Los dos jugadores con mayor puntuación de cada semifinal fueron seleccionados para una cita final que permitió obtener un único ganador del torneo. En la tabla 2 recogemos la disposición general del torneo.

| | Sujetos | Nº partidas en 30 min | Ganador/es |
|---------------|----------------|------------------------------|-------------------|
| Primera ronda | Grupo 4 | 3 | 9B |
| | Grupo 3 | 4 | 3B |
| | Grupo 6 | 4 | 2C |
| | Grupo 5 | 3 | 6C |
| | Grupo 1 | 3 | 3A |
| | Grupo 2 | 4 | 2A |
| Semifinales | 3B, 9B, 2C | 3 | 9B, 2C |
| | 2A, 3A, 6C | 4 | 2A, 3A |
| Final | 2A, 3A, 9B, 2C | 4 | 3A |

Tabla 2. Organización del torneo

La profesora-investigadora planteó a los estudiantes las normas del juego, aclarando la existencia de fichas dobles para aquellos sujetos que no conocieran el dominó. Las reglas que establecimos fueron las siguientes:

1. El número de jugadores de cada partida debe ser de tres o cuatro personas.
2. Se reparten todas las fichas entre los jugadores, existiendo un total de 24 fichas.
3. Se debe estar atento a las propias fichas y a los movimientos de los compañeros.
4. Se irán sumando puntos en las siguientes situaciones:
 - un punto por cada ficha bien colocada si además se explica de manera justificada el porqué está correctamente situada
 - dos puntos si corrige de manera correcta y justificada a algún compañero/a que coloque de manera errónea una ficha
 - un punto al primer participante que se quede sin fichas en una partida
5. Ganará la persona que lleve más puntos en todas las partidas jugadas tras pasar treinta minutos de juego.
6. De cada treinta minutos jugados, sale un jugador ganador, que jugará en una semifinal. Los dos primeros de cada semifinal jugarán una gran final con el resto de ganadores de los otros grupos. Al final, habrá un único ganador entre todos los alumnos/as participantes que se llevará un premio.

El papel de la profesora-investigadora durante el juego consistió en grabar en audio las explicaciones que daban los estudiantes al colocar una ficha en el juego. También realizó algunas intervenciones con el objetivo de que los estudiantes se explicasen con mayor claridad, pues en ocasiones se limitaban a leer los enunciados verbales de las fichas o no precisaban la relación entre el simbolismo y parte de la expresión verbal (por ejemplo, no indicaban cómo se representa un número cualquiera o su consecutivo). Otras dos intervenciones puntuales fueron dirigidas a explicar cómo se unían las fichas,

dado que no estaba permitido unir dos enunciados representados con el mismo sistema de representación, y a dar indicaciones para que observasen cuando una partida estaba terminada por no poder colocarse ninguna ficha más³.

ANÁLISIS DE DATOS DE LA SEGUNDA FASE: TORNEO CON EL DOMINÓ ALGEBRAICO

El análisis de datos de la segunda fase se realizó atendiendo a cómo los sujetos leían los enunciados simbólicos y verbales y los relacionan al hacer los emparejamientos de las fichas del dominó algebraico, además de a cómo se corrigen a sí mismos o entre ellos⁴. En este trabajo vamos a analizar (a) las dificultades encontradas por los estudiantes, (b) la forma en que leen y relacionan los enunciados, análisis que realizamos por grupos.

Dificultades encontradas por los estudiantes

Durante el torneo, hubo que insistirles en que especificaran cuando se referían a “un número” en una representación simbólica, si éste estaba representado por la letra x o la letra y , para que precisaran si estaban hablando de una sola variable o de dos variables distintas.

Al tener que colocar fichas dobles, en la primera partida del grupo 4 surgió una dificultad debida a la similitud de enunciados, algo que superaron fácilmente al recordar las similitud con las fichas del dominó tradicional y al indicarles que debían explicar por qué un enunciado escrito simbólicamente es igual a otro escrito verbalmente o viceversa.

En esta partida mencionada, los sujetos optaron por no colocar fichas cuando no estaban seguros, dejando pasar la oportunidad de sumar puntos y dando lugar a que el juego no avanzara durante un tiempo mientras cada uno analizaba sus fichas y cómo colocarlas. Esto quedó superado en las partidas sucesivas debido al aprendizaje cooperativo producido en las partidas previas.

Lectura y relación de enunciados

Al analizar las interacciones de los estudiantes durante las partidas jugadas y las grabaciones realizadas, pudimos distinguir dos lecturas diferentes de los enunciados. En algunas ocasiones leían primero el enunciado en forma verbal y después su representación simbólica, lo que llamamos *lectura lineal*; mientras que en otras

³ En los Anexos de Rodríguez-Domingo (2011) pueden consultarse las transcripciones de las grabaciones del torneo.

⁴ En Rodríguez-Domingo (2011) presentamos el análisis detallado realizado en tres procesos: (a) las primeras partidas de los seis grupos, (b) las partidas jugadas en las dos semifinales y (c) las partidas de la final, donde juegan los cuatro sujetos finalistas.

ocasiones realizan una lectura relacionando ambas representaciones, lo que llamamos *lectura relacional*. No consideramos, por tanto, que estas categorías que utilizamos sean excluyentes.

Obtuvimos como resultado que algunos sujetos realizan únicamente lecturas lineales, otros realizan una lectura relacional, y algunos utilizan manera indistinta las dos maneras de lectura de enunciados algebraicos. A modo de ejemplo, mencionamos al sujeto 7B, perteneciente al grupo 3, quien expresó con claridad la relación entre la expresión verbal y simbólica de un mismo enunciado algebraico desde el principio, como pone de manifiesto el siguiente ejemplo: “Un número par, dos x , menos la cuarta parte de otro número, menos y partido de cuatro”.

La tabla 4 recoge los tipos de lecturas realizadas por cada estudiante.

| | Lectura lineal | Lectura relacional |
|-------------|----------------|--------------------|
| Grupo 1 | 3A, 5A, 7A, 1C | - |
| Grupo 2 | 2A, 6A, 8A | 4A |
| Grupo 3 | 3B, 4B, 6B, 7B | 7B |
| Grupo 4 | 2B, 5B, 8B, 9B | 2B, 5B, 8B |
| Grupo 5 | 3C, 5C, 6C, 7C | - |
| Grupo 6 | 2C, 4C, 8C, 9C | 9C |
| Semifinal 1 | 3B | 9B, 2C |
| Semifinal 2 | 2A, 3A, 6C | - |
| Final | 2A, 3A, 9B, 2C | 2C |

Tabla 4. Lectura y relación de enunciados

Como puede observarse en la tabla anterior, en la mayoría de los casos los estudiantes leían primero el enunciado en su representación verbal y posteriormente explicaban la relación de éste con su representación simbólica. En la primera partida de cada ronda, las lecturas se realizaban en la mayoría de los casos de manera lineal. En aquellos sujetos que realizaron ambos tipos de lecturas, el cambio de forma de lectura se producía de manera espontánea al realizar las partidas sucesivas. Esto se puede deber tanto a un proceso de aprendizaje durante el desarrollo de la aplicación del instrumento como al tipo de estudiantes que participaron en estas partidas. De los cuatro sujetos que llegan a la final, dos habían realizado una lectura relacional durante las partidas anteriores, los sujetos 9B y 2C, mientras que los otros dos, los estudiantes 2A y 3A, realizaron en todo momento una lectura lineal de los enunciados.

En el desarrollo de las partidas, algunos sujetos (ver Tabla 5) se autocorregían en la manera de leer los enunciados, tanto los enunciados el lenguaje verbal como aquellos que estaban expresados usando el simbolismo algebraico. Otros corrigieron a sus compañeros como se les indicaba en las normas del juego.

| | Autocorrección | Corrección entre sujetos |
|-------------|----------------|--------------------------|
| Grupo 1 | 3A, 1C | 3A, 5A, 1C |
| Grupo 2 | 4A | 4A, 6A |
| Grupo 3 | 3B, 7B | 4B, 6B |
| Grupo 4 | - | 2B |
| Grupo 5 | - | 3C, 5C, 6C |
| Grupo 6 | - | 2C, 9C |
| Semifinal 1 | - | 9B |
| Semifinal 2 | - | 3A |
| Final | 2A, 2C | - |

Tabla 5. Corrección de enunciados

Mostramos algunos ejemplos de cómo los sujetos se corregían los unos a los otros durante las mismas. En el enunciado 7, el sujeto 7C puso en juego una ficha con dudas sobre la corrección de la jugada, provocando que sus compañeros interviniesen y argumentaran si el emparejamiento realizado era o no correcto, como se muestra en la tabla 6:

| Sujeto | Transcripción: |
|--------|--|
| 7C: | <i>Creo que esto está mal, no lo sé...</i> |
| 6C: | <i>Está mal... porque no corresponde... pone el cuadrado de la suma de dos números consecutivos...</i> |
| P: | <i>¿Y ahí qué pone?</i> |
| 6C: | <i>Un número más su consecutivo es igual a ese número siete veces mayor</i> |
| 3C: | <i>No, eso está mal explicado</i> |
| 6C: | <i>He dicho un número por su consecutivo...</i> |
| 7C: | <i>Has dicho "más"</i> |
| 3C: | <i>Esto es un número por su consecutivo es igual a siete ... siete veces el primer número</i> |

Tabla 6. Parte de una transcripción de las partidas del grupo 6

El análisis de las grabaciones de audio realizado, resultó de gran utilidad para conocer la manera los estudiantes leen los enunciados algebraicos y cómo relacionan el simbolismo algebraico con su escritura verbal.

CONCLUSIONES

El instrumento utilizado en esta investigación nos ha permitido realizar un primer análisis del trabajo de los estudiantes cuando se les propone que relacionen las representaciones verbales y simbólicas de un mismo enunciado algebraico. Este proceso de análisis nos ha valido como primer paso para indagar sobre la capacidad de los estudiantes al realizar traducciones y en su comprensión de enunciados en cada uno de los sistemas de representación mencionados. El hecho de que durante la segunda parte de la aplicación del instrumento los estudiantes trabajaran en grupo, discutiendo la manera de leer los enunciados, tanto simbólicos como verbales, hizo que hubiera

comunicación entre ellos y que aprendieran los unos de los otros la manera correcta de leer enunciados simbólicos que, en general, era donde más dificultad manifestaron.

Como resultado del análisis realizado, obtenemos que del total de los veinticuatro sujetos que participan en el estudio, solamente ocho son capaces de relacionar las dos representaciones al realizar la lectura de un enunciado, mientras que los demás realizan una lectura lineal fijándose siempre en primer lugar en la representación verbal y después en la representación simbólica. Este hecho nos resultó llamativo pues esta segunda manera de realizar la lectura es lo que hacía que algunos cometiesen equivocaciones al realizar la lectura de las fichas y provocase que los sujetos se corrigieran los unos a los otros. En el estudio realizado sobre las correcciones, sólo siete de los estudiantes fueron capaces de autocorregir sus lecturas, siendo mayor el número de los que realizaban corrección a los compañeros, algo debido, en parte, a la manera de sumar puntos durante el torneo.

Los resultados obtenidos en este trabajo aportan información útil para el desarrollo de investigaciones centradas en la resolución de problemas dados verbalmente, donde es necesario realizar, previamente a su resolución, una traducción del enunciado entre distintos sistemas de representación. Desde el punto de vista de la docencia, puede ser interesante para la elaboración de propuestas didácticas teniendo en cuenta, por ejemplo, la metodología empleada para la recogida de información o los errores en que los estudiantes incurren, con vistas al planteamiento de determinadas tareas que constituyan oportunidades de aprendizaje para dichos estudiantes.

REFERENCIAS

- Arcavi, A. (1994). Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 1(3), 24-35.
- Bednarz, N., Kieran, C. y Lee, L. (1996). *Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching*. Londres: Kluwer Academic Publishers.
- Boletín Oficial del Estado (2006). *Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria*. (Vol. BOE Nº 5, pp. 677-773). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia. Consultado el 27 de octubre de 2010 en <http://www.adideandalucia.es/disposicion.php?cat=85>
- Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. En L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 95-124). Barcelona: Horsori.

- Castro, E., Olmo, M^a. A. y Castro, E. (2002). *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*. Dto. Didáctica de la Matemática. Granada: Universidad de Granada
- Contreras, M. (2004). *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Colección Matemáticas: cultura y aprendizaje. Madrid: Editorial Síntesis.
- De Guzmán, M. (1984). Juegos matemáticos en la enseñanza. En Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas “Isaac Newton” (Ed.). *Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas (JAEM)* (pp. 49-85). Tenerife: Editor.
- Domínguez, E., Hernández, J., Muñoz, M., Palarea, M. M., Ruano, R. y Socas, M. (2006). Investigación e innovación matemática. Un ejemplo: puzle algebraico. *Indivisa. Boletín de Estudios e Investigación. Monografía IV*, 59-77.
- Fernández, F. (2001). El problema de los “problemas algebraicos”. En P. Gómez y L. Rico (Eds.). *Iniciación a la investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (pp. 137-147). Granada: Editorial Universidad de Granada.
- Kaput, J. (1992). Technology and mathematics education. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (p. 515-556). New York, NY: MacMillan Publishing Company.
- Kaput, J. (2000). *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by “algebrafying” the K-12 curriculum*. Dartmouth, Massachusetts: National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science.
- Kieran, C. y Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*, 7(3), 229-240.
- MacGregor, M. (1990). Writing in natural language helps students construct algebraic equations. *Mathematics Education Research Journal*, 2(2), 1-11.
- Moyles, J. (1990). *El juego en la educación infantil y primaria*. Morata. Madrid.
- Nathan, M. J. y Koedinger, K. R. (2000). Teachers' and researchers' beliefs about the development of algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(2), 168-190
- Palarea, M^a. M. (1998). *La adquisición del lenguaje algebraico y la detención de errores comunes cometidos en álgebra por los alumnos de 12 a 14 años*. Tesis doctoral. Tenerife: Universidad de la Laguna. Consultado el 10 de febrero de 2011 en http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-106509_archivo.pdf

- Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Coord.), *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 39-60). Barcelona: Horsori.
- Rodríguez-Domingo, S. (2011). *Traducción de enunciados algebraicos entre los sistemas de representación verbal y simbólico por estudiantes de secundaria*. Trabajo de Fin de Máster. Granada: Universidad de Granada. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1751/>
- Rodríguez-Domingo, S., Molina, M., Cañadas, M. C., y Castro, E. (2012). Errores en la traducción de enunciados algebraicos en la construcción de un dominó algebraico. En M. Marín-Rodríguez; N. Climent-Rodríguez (eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 379- 391). Ciudad Real: SEIEM.
- Ruano, R. M., Socas, M. y Palarea, M. M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *PNA*, 2(2), 61-74.
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En L. Rico (Ed.), *La Educación Matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: Horsori.
- Wollman, W. (1983). Determining the sources of error in a translation from sentence to equation. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14, 169-181.