CB-1.282

DESARROLLO DEL CONCEPTO DE DIFERENCIA ALGEBRAICA A TRAVÉS DEL MOVIMIENTO

Natividad Adamuz-Povedano - Ricardo Nemirovsky
nadamuz@uco.es - R.Nemirovsky@mmu.ac.uk
Universidad de Córdoba, España – Manchester Metropolitan University, Reino Unido

Modalidad: CB
Nivel Educativo: Nivel educativo primario y Nivel educativo medio o secundario
Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos
Palabras clave: Cognición corporeizada, movimiento, diferencia

Resumen

En este trabajo presentamos un estudio de casos con niños de 11 años para explorar el concepto de diferencia algebraica. Este estudio forma parte de un trabajo más amplio realizado en el proyecto "Maths and Motion" en la Manchester Metropolitan University (UK), con el objetivo de incrementar nuestra comprensión sobre cómo los estudiantes usan las nuevas tecnologías para dar sentido a conceptos matemáticos. En trabajos previos se ha diseñado un software que permite la exploración de varios conceptos matemáticos a través del uso de sensores de movimiento basados en la tecnología de Nintendo Wii, esta tecnología nos permite registrar los movimientos de los participantes.
De acuerdo con numerosos autores (Arzarello, Paola, Robutti, & Sabena, 2009; Elia, Gagatsis, & van den Heuvel-Panhuizen, 2014; Nemirovsky & Ferrara, 2009; Nemirovsky, Rasmussen, Sweeney, & Wawro, 2012) consideramos que el conocimiento matemático está corporeizado, en el sentido de que el movimiento del cuerpo juega un papel central. Esta idea está sustentada en una serie de hallazgos empíricos que relacionan cuerpo, conceptos y cognición en un amplio rango de disciplinas.

Introducción

Tradicionalmente, en la literatura podemos encontrar numerosos estudios relacionados con la enseñanza y aprendizaje de los gráficos, centrados la mayoría de ellos en las dificultades que presentan los aprendices (Clement, 1989; Janvier, 1978). Más cercanos en el tiempo, también encontramos trabajos que siguen analizando el estudio de las gráficas, pero en muchos de ellos en relación al uso con nuevas tecnologías (Mitnik, Recabarren, Nussbaum, & Soto, 2009; Mumba, Wilson, Chabalengula, Mejia, & Mbewe, 2009; Pierce, Stacey, Wander, & Ball, 2011; Rule & Meyer, 2009; Tomlinson, Batterman, Chew, Henry, & Walker, 2016).
Desde finales de los 80, principio de los 90, se han realizado numerosos hallazgos en distintas disciplinas que nos permiten afirmar que la cognición está corporeizada, esta

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

afirmación rompe con la idea tradicional de que el pensamiento matemático es algo puramente intelectual. Si bien pueden centrarse o fundamentarse en ideas distintas, estas teorías coinciden en dar al cuerpo un papel protagonista en el aprendizaje de las matemáticas.

Centrándonos en la comprensión matemática como un proceso de cognición corporeizada también encontramos que ha sido ampliamente desarrollada (de Freitas & Ferrara, 2014; Ferrara, 2014; Gallese & Lakoff, 2005; Lakoff & Nuñez, 2000; Nemirovsky, Tierney, & Wright, 1998). De acuerdo con esta idea, el análisis realizado en este estudio se basa en la convicción de que el significado de los símbolos no se encuentra ni en los pensamientos específicos que expresan, ni en los objetos o conceptos a los que se refieren sino en el uso que se haga de ellos (Nemirovsky et al., 1998), en particular su incorporación física.

Objetivos

El objetivo de este estudio es analizar el concepto de diferencia algebraica en relación con el movimiento.

Metodología

Las sesiones de actividades han consistido en un diálogo abierto entre los participantes y los investigadores entorno al uso de un software creado por un equipo de investigación liderado por Nemirovsky en San Diego State University, denominado WiiMotion, que permite la exploración de conceptos matemáticos usando sensores de movimiento basados en la tecnología de Nintendo Wii. El programa nos permite mostrar en pantalla la localización de los participantes y su movimiento a través de distintos tipos de gráficos.

En esta sesión nos centramos en explorar diferencia algebraica a través del movimiento de los participantes. Para ello, comenzamos la sesión ofreciendo la posibilidad de exploración libre de la operación a-b (ilustración 1), por parte de los chicos.

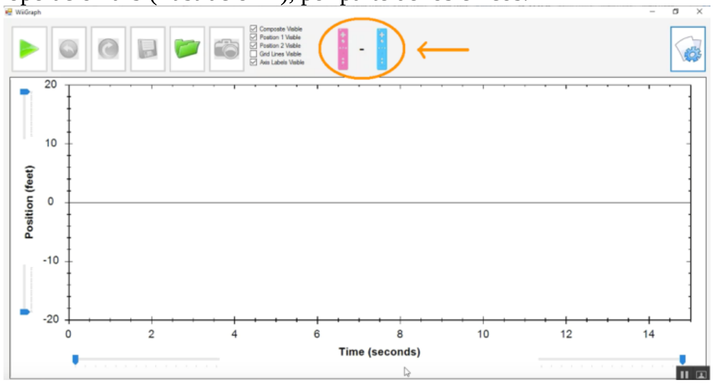

ilustración 1. Pantalla del programa WiiGraph en la modalidad a-b

En todo momento, los participantes llevaban una cámara GoPro para grabar lo que ellos veían, además, se grabó la sesión con dos cámaras externas para tener una visión amplia de lo que acontecía en la actividad.

Posteriormente se han transcrito estas grabaciones y se han analizado los vídeos de acuerdo a un enfoque micro-etnográfico (Nemirovsky et al., 1998).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Resultados y conclusiones

El estudiante D ha generado una gráfica portando ambos mandos (ilustración 2), uno en cada mano, Ricardo le pregunta:
R: ¿Cuándo consigues separarlas? (…) Aquí las separas (ilustración 3) ¿Qué hiciste para separarlas?

ilustración 2. Participante D

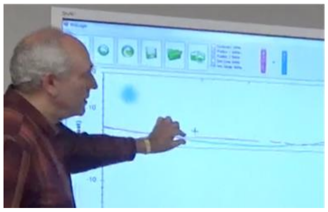

ilustración 3.

A lo que D responde: "Poniendo uno (mueve su mano izquierda con el mando azul hacia delante) delante del otro.
Aunque D camina levemente, el se centró en mover sus brazos de forma paralela, manteniendo ambas manos próxima una a otra, acercando y alejándolas de forma alterna al sensor, manteniendo su mirada fija en la pantalla. Lejos de ser una acción física externa a su pensamiento y a su mirada, ese movimiento corporal era su pensamiento y su visión. En palabra de Sheets-Johnstone (1999), estaba "pensando en movimiento". Este pensamiento en movimiento se hizo evidente cuando respondió a la pregunta del investigador colocando el mando azul delante mientras describía la acción en palabras.
A continuación de la experimentación libre con el dispositivo, mostramos la gráfica resultante de a-b, es decir, el resultado de restar la posición del mando azul a la posición del mando rosa, y preguntamos a los participantes sobre su significado. Rápidamente uno de los participantes, C, responde que es la resta:
C: Se llama, se llama resta porque la línea azul oscura es la rosa menos la azul (…) Es bastante obvio porque en la parte superior de la pantalla (señalando la zona resaltada de la ilustración 1) dice rosa menos azul.
Nótese que el símbolo "rosa menos azul" había estado en la parte superior de la pantalla desde que empezó la sesión. De modo que para C había sido una respuesta a una pregunta aún no formulada. Cuando el investigador le pregunta ¿Qué está mostrando? Provocó una respuesta inmediata en C "se llama menos". Es sugerente que, aunque pronto aclaró "es rosa menos azul", la primera respuesta de C fue llamarla "menos". La figura a la que C hace referencia (rodeada con la línea naranja en la ilustración 1) consta de un mando rosa y otro azul, que corresponden a los gráficos rosa y azul respectivamente, dejando el tercer símbolo "-" para la nueva gráfica azul marino.
En otro momento de la actividad se les pide que traten de moverse con la condición de mantener la diferencia a-b=0. Así, C para generar la gráfica mostrada en la ilustración 4 mantuvo el mando rosa fijo durante los 13 primeros segundos, mientras movía el mando azul continuamente hacia delante. Para nosotros es difícil entender qué llevó a C a promulgar este patrón kinestésico. En cualquier caso, resaltamos el hecho de que haber notado que el gráfico azul marino se llama "menos" o que era "rosa menos azul", no fue suficiente para determinar el movimiento necesario para mantener la línea azul marino en el

ISBN 978-84-945722-3-4

cero. Esto es una muestra de que a pesar de que C está familiarizado con la notación simbólica de la aritmética del “menos”, ello no se traduce necesariamente en una expresión kinestésica.

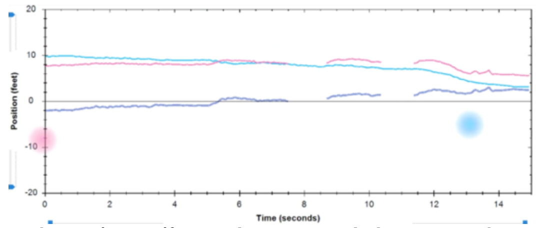

ilustración 4. Gráfico creado por C tratando de conseguir a-b=0

Otro de los participantes consigue la gráfica pedida manteniendo los dos mandos uno junto al otro, sin moverse de su posición. Cuando termina, sonríe diciendo “cero perfecto”. Cuando uno de los investigadores le invita a tratar de conseguir que la diferencia sea cero con otro movimiento, D camina hacia delante y hacia atrás, pero manteniendo los dos mandos fijos, uno junto al otro. Es decir, ha encontrado una combinación postural de su cuerpo que le permite mantener la gráfica azul marino en el cero. Concluye que una forma de conseguir que la diferencia sea cero es manteniendo ambos mandos al “mismo nivel”, poniendo ambos mandos juntos a la misma altura con respecto al suelo, al mismo tiempo que lo dice. Esta es una notable fusión de significados y significantes.

El tercer participante, E, genera una gráfica sosteniendo ambos mandos cerca uno del otro, caminando sin movimiento relativo de los mandos con respecto a su cuerpo (ver ilustración 5). Aunque en algún momento deja de mantener esa posición fija entre los mandos. El investigador le pide explicar qué ha pasado:

E: Bien, cada paso, he comprobado que em…que tiene un número que es la distancia de cada mando al sensor y se restan. Por tanto, si ambos son el mismo, uno menos uno es cero y lo mismo con dos menos dos es cero, así que cuando los movemos los dos hacia delante y a hacia atrás al mismo tiempo permanece en cero (región 1 de la ilustración 5), pero no cuando solo movemos uno (región 2 ilustración 5).

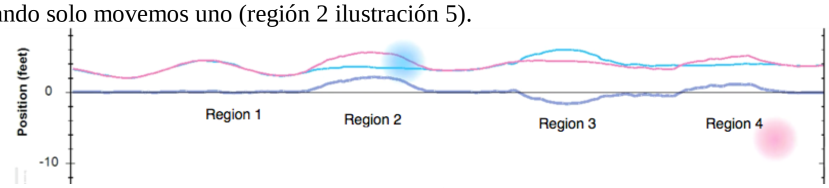

ilustración 5.

Incluso en ausencia de números en la pantalla, E introdujo una forma numérica de entender la diferencia: “uno menos uno es cero y lo mismo con dos menos dos”. Él articuló cómo el rosa y el azul tenían que tener el mismo número o valor para obtener la línea azul oscura en el cero. Su familiaridad con la diferencia entre números enteros se convirtió en un aspecto integral de cómo entendía la necesidad de que los gráficos rosa y azul estuvieran uno sobre el otro.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

De la misma forma, se les pidió que generaran una gráfica con la condición a-b>0. El participante C agarra los mandos para empezar con la gráfica que mostramos en la ilustración 6.

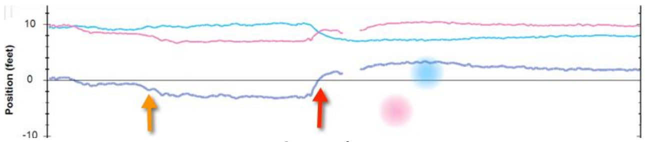

ilustración 6

Se observa que la línea azul oscura empieza muy cerca del cero, pero después (marcamos la posición con la línea naranja), él adopta la posición que mostramos en la ilustración 7 izquierda, maximizando la distancia entre sus manos, tras eso, hace un rápido movimiento con su cuerpo (momento marcado con la flecha roja en la ilustración 6) para colocarse en la posición que vemos en la ilustración 7 derecha.

ilustración 7

A la pregunta de los investigadores sobre cómo conseguir que a-b esté por encima de cero, C responde:
C: Bien, haces el rosa más grande que el azul (ilustración 8 izquierda) de modo que … que la mantienes arriba, … pero si la quisieras debajo tienes que tener la azul (ilustración 8 derecha) más grande que la rosa.

ilustración 8

Se percibe que después de comenzar su gráfico, en el momento que marcamos con la flecha naranja, C parecía seguro de que para mantener la línea azul marino por encima de cero, los mandos tenían que estar uno lejos del otro. Separándolos lo máximo posible manteniendo el rosa más cerca del sensor. En ese momento el gráfico mostraba la línea azul oscura por debajo de cero. Reaccionó alternando su posición, ahora el azul estaba más cerca del sensor. Sin embargo, cuando le pedimos que nos explicara cómo conseguir que a-b>0, explicó que el rosa tenía que ser “más grande” mientras que gesticulaba con el mando rosa hacia delante, lo que se registraría en la pantalla como “más pequeño” puesto que la

ISBN 978-84-945722-3-4

distancia con el sensor es menor. Quizás este error tenga que ver con su sentido kinestésico de que la dirección hacia delante se corresponde con el estatus de ser "mayor".
En definitiva, creemos que los episodios recogidos en este trabajo muestran evidencias de un pensamiento algebraico en movimiento.

Referencias

Arzarello, F., Paola, D., Robutti, O., & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, *70*(2), 97–109.

Clement, J. (1989). The concept of variation and misconceptions in Cartesian graphing. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *11*(1–2), 77–87.

de Freitas, E., & Ferrara, F. (2014). Movement, Memory and Mathematics: Henri Bergson and the Ontology of Learning. *Studies in Philosophy and Education*, *34*(6), 565–585.

Elia, I., Gagatsis, A., & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). The role of gestures in making connections between space and shape aspects and their verbal representations in the early years: findings from a case study. *Mathematics Education Research Journal*, *26*(4), 735–761.

Ferrara, F. (2014). How Multimodality Works in Mathematical Activity: Young Children Graphing Motion. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *12*(4), 917–939.

Gallese, V., & Lakoff, G. (2005). The Brain's concepts: the role of the Sensory-motor system in conceptual knowledge. *Cognitive Neuropsychology*, *22*(3–4), 455–479.

Janvier, C. (1978). *The interpretation of complex Cartesian Graphs representing situations*. University of Nottingham.

Lakoff, G., & Nuñez, R. (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings matehmatics into being*. New York: Basic Books.

Mitnik, R., Recabarren, M., Nussbaum, M., & Soto, A. (2009). Collaborative robotic instruction: A graph teaching experience. *Computers and Education*, *53*(2), 330–342.

Mumba, F., Wilson, E., Chabalengula, V. M., Mejia, W., & Mbewe, S. (2009). Elementary education pre-service teachers' attitude towards graphs. *Journal of Baltic Science Education*, *8*(3), 172–181.

Nemirovsky, R., & Ferrara, F. (2009). Mathematical imagination and embodied cognition. *Educational Studies in Mathematics*, *70*(2), 159–174.

Nemirovsky, R., Rasmussen, C., Sweeney, G., & Wawro, M. (2012). When the classroom floor becomes the complex plane: Addition and multiplication as ways of bodily navigation. *Journal of the Learning Sciences*, *21*(2), 287–323.

Nemirovsky, R., Tierney, C., & Wright, T. (1998). Body Motion and Graphing. *Cognition and Instruction*, *16*(2), 119–172.

Pierce, R., Stacey, K., Wander, R., & Ball, L. (2011). The design of lessons using mathematics analysis software to support multiple representations in secondary school mathematics. *Technology, Pedagogy and Education*, *20*(1), 95–112.

Rule, A. C., & Meyer, M. A. (2009). Teaching urban high school students global climate change information and graph interpretation skills using evidence from the scientific literature. *Journal of Geoscience Education*, *57*(5), 335–347.

Sheets-Johnston, M. (1999). *The Primacy of Movement*. Amsterdam: John Benjamin Publishing Company.

Tomlinson, B. J., Batterman, J., Chew, Y. C., Henry, A., & Walker, B. N. (2016).

ISBN 978-84-945722-3-4

Exploring auditory graphing software in the classroom: The effect of auditory graphs on the classroom environment. *ACM Transactions on Accessible Computing*, *9*(1).

ISBN 978-84-945722-3-4