

**COMBINATÓRIA EM LIVROS BRASILEIROS NA ETAPA FINAL DA
EDUCAÇÃO BÁSICA: uma análise por meio de indicadores da faceta epistêmica do
Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática**

Cristiane de Arimatéa Rocha ³– Rute Elizabete de Souza Rosa Borba
tiane_rocha@yahoo.com.br – resrborba@gmail.com
Universidade Federal de Pernambuco, Brasil

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Terciario o Bachillerato (16 a 18 años)

Palavras chave: Combinatória, Livro, Ensino Médio, Enfoque Ontossemiótico.

Resumo

Este artigo visa analisar a Combinatória em livros didáticos brasileiros na última etapa da escolarização básica (15 a 17 anos). Para isso utilizou-se as ferramentas teóricas do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS), em particular, os componentes e indicadores da faceta epistêmica, especificamente, as situações problemas, como também linguagens (representações) relacionadas à Combinatória em duas coleções de livros. Foram eleitas como variáveis os tipos de problemas combinatórios e os procedimentos de resolução de problemas resolvidos. Identificou-se que os problemas mais frequentes são os de arranjo, combinação e permutação. Os problemas do tipo produto cartesiano são menos frequentes nos livros, o que pode se justificar pelo nível de escolarização e objetivos para o ensino médio. nota-se ainda o baixo índice de situações de permutação circular e combinação com repetição nas obras analisadas. Com relação à regra, observa-se que as obras analisadas apresentam uma variedade de estratégias de resolução para problemas combinatórios (Árvores de possibilidades, Enumeração, Princípio Fundamental da Contagem, Fórmulas), como também, promove por vezes as conversões entre os registros de representação semiótica. Em alguns tipos de problemas combinatórios são utilizadas fórmulas como única estratégia de resolução.

Introdução

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) brasileiro tem como função de avaliar as diversas coleções de livros, nos diferentes níveis de escolarização e modalidades de ensino, observando principalmente características conceituais e didáticas, além de fazer parte do processo de distribuição de livros didáticos para as escolas públicas brasileiras. A ênfase dada

³ Bolsista da Capes/Programa institucional de bolsas de doutorado sanduíche no exterior - PDSE/ Processo nº{88881.133051/2016-01};

ao livro didático por este programa corrobora sua importância no fazer docente, o que por sua vez é reforçado por meio do crescimento de pesquisas nacionais e internacionais direcionadas aos diferentes papéis atribuídos a esse recurso. Goded & Bayés (2006, p.343-344) afirmaram que existe “influência de livros didáticos e manuais escolares na atividade que se desenvolve na aula, já que grande parte da prática educativa que realizam os professores vem determinada por estes livros”.

Dentre as inúmeras pesquisas desenvolvidas sobre o livro didático, esse artigo se direciona ao estudo a analisar a Combinatória em livros de matemática brasileiros na última etapa da escolarização básica, especificamente com relação aos tipos de problemas combinatórios apresentados, e as estratégias e/ou procedimentos apresentados para esses problemas.

Algumas das justificativas para esses estudo se fundamentam que a Combinatória promove o desenvolvimento de um tipo de raciocínio aplicável em diferentes situações cotidianas e, também em diferentes áreas de conhecimento (Borba, Rocha & Azevedo, 2015), e ainda, que o desenvolvimento do raciocínio combinatório é um processo longo (Borba et al, 2015), que se faz necessário um processo de ensino para sua ampliação (Batanero, Godino & Navarro-Pelayo, 1996) e pode ser influenciado pelas escolhas de situações-problema propostas no livro e os procedimentos por ele priorizados.

Ademais, a Combinatória, apesar dos documentos curriculares brasileiros (Brasil, 1997) orientarem seu trabalho desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (etapa de 6 -10 anos), grande parte de seus conteúdos é desenvolvido no Ensino Médio (etapa entre os 15-17 anos), especificamente, no 2º ano (16 anos). Nessa etapa, a Combinatória desse ser formalizada, e para isso às orientações presentes dos textos curriculares oficiais sobre o ensino e aprendizagem de Combinatória, priorizam as diferentes técnicas de contagem em detrimento ao uso exacerbado de fórmulas combinatórias (Brasil, 2002). Lima e Rocha (2016, p.11) afirmaram que na etapa final de escolaridade os textos curriculares brasileiros promovem “a necessidade de articulações da Combinatória com a Probabilidade, e em alguns casos, com o eixo de Números e Operações”. Tais autoras comentaram que um dos objetivos para essa etapa é um trabalho voltado para “discussão com relação às variadas estratégias de resolução de problemas combinatórios, bem como às diferenças da natureza de situações combinatórias” (Lima & Rocha, 2016, p.12).

Esse artigo encontra-se dividido em quatro seções. Na próxima seção apresenta-se uma discussão sobre o Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática e, em seguida, são discutidos alguns estudos anteriores. Na terceira seção explicita-se o desenvolvimento do método e, por fim, encontra-se a discussão dos resultados obtidos e as considerações finais do estudo.

Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS)

O Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS) desenvolvido por Godino (2002, 2011), se constituem como um aporte teórico à avaliação dos processos de instrução matemática, para qual foram elaboradas noções teóricas que auxiliam na descrição, explicação e avaliação das interações e práticas em sala de aula: Sistemas de práticas; Configuração de objetos e processos matemáticos, emergentes e participantes das práticas matemáticas; Configuração didática; Dimensão normativa e Idoneidade didática.

Tais noções permitem aproximações com investigações que versam sobre a identificação de conhecimentos explicitados por alunos na resolução de um problema; análises de processos de formação de professores de Matemática; proposições de processos de estudos de conteúdos matemáticos, além de categorização do objeto matemático em um texto, entre outros.

Godino (2011, p.5) comenta que a *idoneidade didática* é “uma ferramenta que permite o passo de uma didática descritiva-explicativa a uma didática normativa, isto é, uma didática que orienta a intervenção efetiva na aula”. Essa noção é subdividida em seis facetas: epistêmica, cognitiva, afetiva, interacional, mediacional e ecológica. Para cada uma das dimensões da adequação didática, foram elaborados por Godino, Batanero & Font (2007) indicadores para auxiliar na análise dos componentes apresentados.

O presente estudo se debruça especificamente na análise e caracterização do objeto matemático Combinatória no texto explicitado no livro didático do Ensino Médio. Para isso utilizou-se componentes e indicadores da faceta epistêmica da idoneidade didática para analisar e discutir os aspectos relativos à Combinatória no livro didático. Como indicadores da Faceta de Análise Epistêmica se fazem necessário iniciar da identificação e descrição dos objetos primários (situações-problemas, linguagens, regras, argumentos, relações) que se configuram por meio das práticas sobre as quais se apresentam o conceito em questão.

Breda, Font & Lima (2015, p.10) advogam que para a ampliação do grau da adequação epistêmica necessita-se apresentar “aos alunos uma mostra representativa, variada e articulada de situações-problema [...]; procurando explorar o uso dos modos de expressão verbal, gráfica, simbólica, etc., e as conversões que podem surgir entre eles;”.

Tais noções aplicadas a um livro didático de Matemática do Ensino Médio, pode constituir, especificamente em relação à Combinatória, uma sistematização das atividades com relação a esse conteúdo. Nesse artigo, centrou-se a discussão em dois componentes, a situação-problema e as regras adotadas e apresentadas nos capítulos referentes à Combinatória.

O componente da *situação problema* foi observado o tipo de problema combinatório abordado, fundamentadas nas classificações produzidas por Pessoa & Borba (2009), Batanero et al(1996), e a classificação disposta no livro didático utilizado. Com relação ao componente *Regra* foram observados os tipos de procedimentos de resolução de problemas combinatórios discutidos por Pessoa & Borba (2009) e apresentadas nos capítulos dos livros analisados.

Investigações anteriores

Os livros de matemática brasileiros já abordavam questões sobre Combinatória, desde a década de 1960. Por exemplo, no livro intitulado *Um curso Moderno de Análise Combinatória*, de Rui Madsen Barbosa, há um capítulo dedicado à utilização de árvores de possibilidades. Apesar disso, algumas mudanças são observadas entre a combinatória nos livros de matemática, como observado pelas investigações a seguir.

Navarro-Pelayo (1991) analisou treze livros publicados entre 1975 a 1989, sobre o conteúdo de combinatória. Alguns de seus resultados afirmaram que os livros priorizavam demasiadamente aspectos algorítmicos e exercícios de contexto algébrico, apresentavam poucos exercícios de enumeração e atividades manipulativas. A autora afirmou que as operações combinatórias mais frequentes versavam sobre combinações, arranjos, permutações.

Espinoza e Roa (2014), visaram à caracterização do significado institucional do objeto matemático Combinatória em livros didáticos. Nessa pesquisa, os autores apresentaram a abordagem teórica apresentada nos livros para esse conteúdo, e ainda categorizaram as tarefas propostas em um desses livros. Tais autores afirmaram que a Combinatória encontra-

se separado dos capítulos de Probabilidade e Estatística, não apresentando atividades no capítulo de Probabilidade que façam referências a Combinatória. Na análise realizada no livro, os autores constataram que os problemas combinatórios estão divididos pelo conteúdo combinatório que os estudantes devem utilizar na sua resolução. Tal explicitação do conteúdo limita a identificação do tipo de problema pelo aluno.

Rocha e Borba (2017) analisaram mudanças presentes no capítulo de Combinatória presente em livros didáticos do Ensino Médio a partir da publicação do Guia do Programa Nacional de Livro Didático (PNLD) de 2012. As autoras utilizaram as ferramentas teóricas do EOS para discutir as diferenças apresentadas no objeto matemática da Combinatória em dois livros da mesma editora (uma antes e outra depois da publicação do guia do PNLD de 2012) e compararam variáveis como tipos de situações-problemas, tipo de problemas combinatórios e estratégias de resolução evidenciadas nos capítulos de Combinatória dos livros.

Com esse estudo, as autoras apresentaram a pouca variedade de tipos de situações-problemas envolvendo combinatória nos livros, sendo a mais frequente aquela que se propõe a identificar o tipo de problema combinatório a partir do enunciado, quantificando o número de possibilidades. Rocha e Borba (2017) identificaram que os tipos de problemas combinatórios mais frequentes são de permutação e combinação e as estratégias mais observadas foram respectivamente as fórmulas e o Princípio Fundamental da Contagem.

Método

Foram analisados os capítulos referentes à Combinatória em duas coleções de livros brasileiras aprovadas no PNLD 2015, categorizadas neste texto por Livro A e Livro B, respectivamente. O critério de seleção definiu-se no primeiro caso por ser o livro utilizado pelo professor, sujeito de outro estudo em andamento, e no segundo, por ser a coleção mais adotada no Brasil no período desse estudo.

As variáveis consideradas para a análise nesse artigo foram os tipos de problemas combinatórios, nos quais nos baseou-se na classificação de Pessoa e Borba (2009) para problemas combinatórios simples (produto cartesiano, arranjo, combinação e permutação) e adotou-se a nomenclatura presente nas subseções do livro didático (arranjo com repetição, combinação com repetição, permutação com elementos repetidos e permutação circular). Outra variável utilizada foram os procedimentos de resolução de problemas evidenciados nos

livros didáticos, para os quais se classificou em: Princípio Fundamental da Contagem (PFC), Fórmula; Tabela de dupla entrada; Árvore de possibilidades; Enumeração; outros. Para sistematização dos resultados foram confeccionadas tabelas comparativas que serão analisadas na próxima seção.

Discussão e apresentação dos Resultados

Nos capítulos analisados foram encontradas 353 atividades tipos de problemas combinatórios, nesse caso, os exercícios foram excluídos e cada item foi contado como uma atividade, já que alguns problemas apresentam diferentes operações combinatórias. Na tabela 1 apresenta-se a frequência por tipo de problema encontrado.

Tabela 1 - Estratégias de Resolução evidenciadas nos livros por tipo de problema combinatório

Tipos de Problemas Combinatórios	Livro A	Livro B	Total
Produto cartesiano	7 (4,5%)	9(4,5%)	16 (4,5%)
Combinação	36 (23,1%)	60(30,5%)	96(27,2%)
Arranjo	39(25%)	62(31,5%)	101(28,6%)
Permutação	40(25,6%)	39(19,8%)	79(22,4%)
Arranjo com Repetição	20(12,8%)	10(5,1%)	30(8,5%)
Permutação com elementos repetidos	13(8,4%)	17 (8,6%)	30(8,5%)
Permutação Circular	1(0,6%)	0	1(0,3%)
Combinação com repetição	0	0	0
Total	156	197	353

Observou-se que os tipos de problemas mais frequentes são os de arranjo e combinação. Poucos são os problemas de produto cartesiano. Esse tipo de problema se apresenta mais nos livros iniciais do Ensino Fundamental. Pessoa e Borba (2009) o definem como aquele que envolve dois ou mais conjuntos disjuntos que são combinados, a partir da seleção de um elemento de cada um dos conjuntos independentes, gerando um novo conjunto de elementos, de natureza distinta da dos conjuntos disjuntos dados. Apesar de sua pouca frequência nos dois capítulos analisados, problemas de produto cartesiano, são utilizados para exemplificar o Princípio Fundamental da Contagem e para discussão inicial dos problemas combinatórios. Para Navarro-Pelayo (1991, p.138) problemas de produto cartesiano, denominado por essa autora, de regra do produto é “uma das ideias fundamentais no raciocínio combinatório”. Também se verificou a pouca incidência de problemas de Permutação Circular, e a inexistência de problemas de Combinação com Repetição.

Na análise dos dois capítulos vê-se que os problemas mais frequentes são os de combinação, arranjo e permutação, que são para os documentos curriculares oficiais aqueles que são abordados nessa etapa.

Na análise das *regras* fez-se uma leitura nos capítulos e manuais do professor, posto que nestes, constam os procedimentos/resoluções comentadas dos problemas combinatórios. Constatou-se que em algumas situações, os problemas combinatórios foram resolvidos de diferentes maneiras. Cada resolução foi considerada como um tipo de procedimento diferente, os problemas que não apresentaram a resolução foram excluídos dessa contagem. Dessa forma, contabilizou-se 387 procedimentos utilizados para resolver os problemas combinatórios dos dois capítulos analisados, que se distribuíram em: fórmula (65,1 %), princípio fundamental da contagem (25,3%), enumeração (4,4%), Árvore de Possibilidades (2,6%), Tabelas de dupla entrada (1,3%), Diagramas(0,8%), multiplicação(0,5%)

O tipo de problema que apresenta maior variação entre os procedimentos de resolução é o produto cartesiano, isso pode se justificar pelo número total de possibilidades que é reduzido. Os procedimentos de resolução dos problemas de permutação com elementos repetidos e de combinação mais frequentemente utilizados é o uso de fórmulas, o que pode ser devido ao maior número de possibilidades, no entanto, esse fato contrapõe o indicado pelos textos curriculares oficiais.

Nos dois capítulos de livro foram observados exemplos nos quais os problemas combinatórios são resolvidos por meio de fórmulas e do princípio fundamental da contagem realizando uma comparação entre as estratégias, ou uma conversão entre registros de representação semiótica.

Considerações

Esse estudo possibilitou a análise parcial de livros didáticos brasileiros na apresentação do objeto matemático Combinatória. Verificou-se que os problemas mais frequentes são os de arranjo, combinação, permutação. Os problemas do tipo produto cartesiano são menos frequentes nos livros, o que pode se justificar pelo nível de escolarização e objetivos para o Ensino Médio. Nota-se ainda o baixo índice de situações de permutação circular e combinação com repetição nas obras analisadas. Com relação à regra, observa-se que as obras analisadas apresentam uma variedade de estratégias de resolução para problemas

combinatórios (Árvores de possibilidades, Enumeração, Princípio Fundamental da Contagem, Fórmulas), como também, promove por vezes as conversões entre os registros de representação semiótica. Em alguns tipos de problemas combinatórios são utilizadas fórmulas como única estratégia de resolução

Outros estudos focalizando os demais elementos lingüísticos, os conceitos-definições, Procedimentos e Argumentos com relação ao EOS e a Combinatória estão em desenvolvimento.

Referencias

Batanero, C., Godino, J. D. & Navarro-Pelayo, V. (1996). *Razonamiento combinatorio*. Madrid: Síntesis.

Brasil. (2014) FNDE, SEB. *Guia de livros didáticos: PNLD 2015 Matemática / Brasília: MEC.*

_____. (2002) Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais+ (PCN+)* Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC.

_____. (1997) SEB. *Parâmetros Curriculares Nacionais* Brasília: MEC

Borba, R., Rocha, C. & Azevedo, J. (2015). Estudos em Raciocínio Combinatório: investigações e práticas de ensino na Educação Básica. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 29(53), 1348-1368. <https://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a27>

Breda, A., Font, V. & Lima, V.M.R (2015). A Noção de Idoneidade Didática e seu uso na Formação de Professores de Matemática. In: *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*. São Paulo, 8(2), 1-41.

Espinoza, J. & Roa, G. R. (2014). La combinatoria en libros de texto de matemática de educación secundaria en España. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII*. 277-286. Salamanca: SEIEM.

Goded, P.A. & Bayés, A.S. (2006). Tendencias didácticas en los libros de texto de matemática para la ESO. *Revista de Educación*, 349.(2). 341-378.

Godino, J.D. (2002) Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches em Didactiques des Mathematiques*. 22(2/3) 237-284.

_____. (2011) Indicadores de la idoneidade didáctica de processos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Anais XIII CIAEM – IACME*, Recife, 13.

Godino, J.D., Batanero, C. & Font, V. (2007) The ontosemiotic approach to research in

mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*. 39 (1-2), 127-135.

Lima, A.P.B. & Rocha, C.A.(2016). O que diz o currículo prescrito para combinatória no Brasil? Reflexões sobre o desenvolvimento do conhecimento do horizonte e conhecimento curricular de professores. *Anais XII ENEM*, São Paulo, 1-12.

Navarro-Pelayo, V. (1991). La Enseñanza de la combinatoria en Bachillerato. Memoria do tercer ciclo. Universidad de Granada.

Pessoa, C. & Borba, R. (2009). Resolução de problemas de raciocínio combinatório por alunos do 6º ao 9º ano. *Anais do 19º Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste*, João Pessoa.

Rocha, C, & Borba, R. (2017). Combinatória no Ensino Médio: influências do guia do Programa Nacional do Livro Didático brasileiro. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html