

CB-1.279

**CONOCIMIENTO GEOMÉTRICO ESPECIALIZADO DE ESTUDIANTES PARA
PROFESOR DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA AL CURSAR LA
ASIGNATURA PRÁCTICA PROFESIONAL.
UNA REFLEXIÓN SOBRE EL PLAN DE CLASE Y SU DESARROLLO**

Emma Carreño– Nuria Climent– Eric Flores-Medrano
emma.carreno@udep.pe – climent@uhu.es – eflores@fcfm.buap.mx
Universidad de Piura (Perú), Universidad de Huelva (España), Benemérita Universidad
Autónoma de Puebla (México)

Núcleo temático: VII. Investigación en Educación Matemática.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Palabras clave: Estudiantes para profesor, Conocimiento especializado del profesor de matemáticas, plan de clase, práctica de aula

Resumen

En este reporte mostramos la potencialidad del plan de clase y del desarrollo del mismo (registrado en video), para recoger evidencias del conocimiento especializado de estudiantes para profesor de matemáticas de secundaria (EPP), de una universidad privada de Perú, cuando abordan el contenido cuadriláteros, en el marco de la asignatura Práctica Profesional A. Dichas evidencias se identifican y analizan mediante el modelo Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) con el objetivo de indagar qué aportan estos instrumentos de recogida de información, a la caracterización del conocimiento del profesor de matemáticas. Para tal fin, comparamos los subdominios y categorías del MTSK identificados en cada instrumento de tal forma que, por un lado, pueda establecerse la riqueza y limitación de estos, así como la necesidad de complementariedad metodológica, y por otro lado, se proponga algunas características que ha de poseer un plan de clase, de cara a ser utilizado en la realización de investigaciones sobre el conocimiento profesional o de proyectos relativos al desarrollo profesional, incluyendo la formación inicial.

Introducción

La investigación sobre el conocimiento del profesor es un foco de interés desde hace décadas, tal como se evidencia en el trabajo de Shulman (1986). Este marcó un hito al definir componentes de conocimiento imprescindibles para el profesor, de las cuales destaca el Conocimiento Didáctico del Contenido, por resaltar la especificidad del conocimiento del profesor, respecto de la materia a enseñar. El trabajo de Shulman ha sido aplicado a diversas áreas de conocimiento y ha servido de base para la elaboración de distintos modelos de

274

conocimiento, como por ejemplo: Mathematics Teachers' Specialized Knowledge-MTSK (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013), modelo específico de análisis del conocimiento del profesor de matemáticas que sustenta nuestra investigación.

El trabajo que presentamos forma parte de una investigación más amplia, situada en el paradigma interpretativo, en la que indagamos el conocimiento especializado de estudiantes para profesor de matemáticas de secundaria, en torno a los polígonos. En este documento, abordamos las evidencias de dicho conocimiento, extraídas de un plan de clase y su desarrollo, con el propósito de mostrar la potencialidad de ambos como instrumentos para recoger información al respecto. El método empleado es cualitativo, conformado por la observación como técnica para recoger información y asociado a los instrumentos plan de clase y desarrollo del mismo. Estos son analizados a través de la interpretación directa (Stake, 2007), considerando las categorías propuestas en el MTSK.

En este estudio contemplamos el modelo MTSK como sustento teórico. También lo empleamos como herramienta de análisis de las evidencias y en la descripción de los resultados. En estos se incluye lo que aporta cada instrumento por sí mismo y la necesidad de complementarse entre sí y con otros instrumentos, debido a las limitaciones identificadas. Finalmente, se proponen conclusiones a modo de síntesis, incluyendo algunas sugerencias respecto de las características que ha de tener un plan de clases de cara a la investigación.

El modelo *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK)*

El modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas, en adelante MTSK, es una herramienta teórica y metodológica que permite describir y analizar el conocimiento matemático del profesor de matemáticas (Escudero-Ávila, et al., 2015). Ha sido construido por el grupo SIDM de la Universidad de Huelva (Carrillo, et al., 2013), a partir del análisis de las dificultades y potencialidades de otros modelos de conocimiento entre los que destaca el Mathematical Knowledge for Teaching-MKT (Ball, Thames y Phelps, 2008).

En el MTSK se diferencian dos dominios: Conocimiento Matemático (MK¹²) y Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK). Presentamos brevemente el modelo, puede consultarse de manera más extensa en Escudero-Ávila, et al., (2015). El Conocimiento Matemático se refiere al conocimiento disciplinar en un contexto escolar y se diferencian tres subdominios: Conocimiento de los Temas –KoT- (supone el conocimiento profundo de los

¹² Las siglas tanto de los dominios como de los subdominios se refieren a los términos que corresponden en inglés.

conceptos, propiedades y procedimientos con sus respectivos significados, representaciones y demostraciones), Conocimiento de la Estructura de la Matemática –KSM- (son las principales ideas y conexiones de la matemática que permiten, entre otras cuestiones, transitar de los conocimientos más avanzados a los más elementales y viceversa) y Conocimiento de la Práctica Matemática –KPM- (referido a las reglas del quehacer matemático; por ejemplo, cómo se define en matemáticas). Por su parte, el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK) aborda el conocimiento matemático como objeto de enseñanza y aprendizaje, ligado a unas metas de aprendizaje establecidas por un país u institución competente (Flores-Medrano, Escudero-Ávila, Montes, Aguilar y Carrillo, 2014). Así pues, contempla tres subdominios: el Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas –KFLM- (que incluye las teorías de aprendizaje, las dificultades y fortalezas de los estudiantes en relación con un contenido matemático, las formas de interacción con un contenido matemático y las creencias y expectativas que tienen respecto de las matemáticas), Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas –KMT- (involucra el conocimiento de teorías de enseñanza de contenidos matemáticos, de recursos materiales y virtuales, y de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos para enseñar dichos contenidos) y Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas –KMLS- (se relaciona con el conocimiento de los temas a enseñar, las metas de aprendizaje en relación con estos y su secuenciación temporal).

Decisiones metodológicas y contexto del estudio

Este reporte de investigación se extrae de un estudio más amplio sobre el conocimiento especializado de estudiantes para profesor, en torno a los polígonos, cuando cursaban la asignatura Práctica Profesional A. Dicho estudio se sitúa en el paradigma interpretativo (Pérez, 2008) y se desarrolla a través del estudio de casos (Stake, 2007). En el documento que presentamos nos ocupamos de dos de los instrumentos de recogida de información empleados: el plan de clase y la observación de la sesión correspondiente a dicho plan de clase (registrada en video). Hemos de decir que la sesión se implementa en el grupo conformado por los EPP de Práctica Profesional A y la docente-formadora de dicho grupo. Se trata, por tanto, de una simulación del desarrollo de la sesión en Educación Secundaria.

Los informantes de este reporte son estudiantes para profesor de matemática de secundaria (en adelante EPP) que cursaban la asignatura Práctica Profesional A, en el penúltimo año de la carrera. Dicha asignatura tiene una naturaleza teórico-práctico y comparte algunas actividades de las etapas diferenciadas en el modelo didáctico Estudio de Clases (Zanocco y Ripamonti, 2013), ya que se propone la planificación de una clase, su implementación y la retroalimentación en grupo de EPP mediante la autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación.

La elaboración del plan de clase, y su posterior ejecución, se ve influida por la información recogida en un cuestionario, completado previamente por los EPP. Dicha información orienta la asignación de temas y consignas para planificar la enseñanza (Anexo A), determinándose que de los once informantes de la investigación general, cinco (César, Samuel, Lucas, Laura y Sandra) planifiquen y ejecuten una sesión para abordar la clasificación de los cuadriláteros y sus respectivas características.

Analizamos el contenido del plan de clase elaborado por cada EPP y de su desarrollo registrado en video (posteriormente transcrito), a la luz del modelo MTSK. Dicho análisis se sistematiza en una tabla comparativa en la que se indica con “1” la presencia de las categorías del MTSK (Anexo B) que se describen cualitativamente haciendo uso de ejemplos de unidades de análisis.

Resultados

La potencialidad metodológica del plan de clase y de su desarrollo, para indagar las características del conocimiento del profesor de matemáticas, queda evidenciada cuantitativamente en la tabla del anexo B. En ella se observa que los instrumentos mencionados permiten obtener información sobre el conocimiento especializado de los EPP en relación con todos los subdominios del MTSK, aunque solo se identifican 14 de las 22 categorías definidas. De estas, dos se visualizan solo en el desarrollo de la sesión (en adelante SC), lo que haría pensar que este instrumento tiene mayor potencialidad para estudiar el conocimiento del profesor. Sin embargo, es necesario hacer un análisis cualitativo de los datos anteriores.

Las dos categorías que solo se visualizan en la SC (*Fortalezas y dificultades y Secuenciación con temas anteriores y posteriores*) corresponden al dominio de conocimiento didáctico del contenido (PCK). Según la definición de este, podría decirse que su estudio requiere de instrumentos que impliquen no solo la interacción del EPP con su conocimiento, sino también con los estudiantes u otro interlocutor. Si bien los EPP en sus planificaciones podrían reflexionar o introducir comentarios sobre posibles dificultades o fortalezas de los estudiantes en relación con el contenido en cuestión, no ha sido el caso en las planificaciones de nuestros informantes. En este sentido, el registro (transcrito) de la SC desarrollada constituye un instrumento adecuado, tal como se muestra en los ejemplos para las categorías

Fortalezas y Dificultades (KFLM-2) y secuenciación de los temas anteriores y posteriores (KMLS-3), respectivamente:

Estudiante para Profesor (EPP) (Samuel): (...) Por lo tanto establezco que todos los lados del rombo ¿son?

Alumno: iguales.

EPP (Samuel): iguales (asiente con la cabeza). Y ustedes a ver algo que les quería decir es que, ustedes o todos nosotros siempre... la imagen que hemos visto es de esta forma (señalando el rombo que dibujó en la pizarra, el cual está apoyado sobre uno de sus vértices). O sea, tal como está ¿sí? Donde, digamos, este piquito está sobre esta base (refiriéndose al eje horizontal). Ustedes creen que ¿si yo a esta figura la giro y la pongo de tal manera que AD quede sobre la base horizontal seguirá siendo rombo o no? **(SC-Samuel, 352-360).**

EPP (Laura): (...) Entonces una clasificación, vamos a decir así, común que se ve durante los cursos de matemática de primaria es esta: los cuadriláteros se clasifican según el criterio que es el paralelismo de los lados, en cuántos lados paralelos tiene, si tiene uno se llama trapecio, si tienen dos se llaman paralelogramos y si no tienen ningún lado se llaman trapecoide, pero dentro de los trapecoides (...).

EPP (Laura): Por eso es que partí de la clasificación que suele haber en un texto de quinto para a partir de las características que conocía que eran las básicas pudiéramos hacer la clasificación inclusiva.

Docente formadora¹³: ¿Entonces ha revisado libros de texto de quinto y sexto?

EPP (Laura): sí [...] De quinto y sexto de primaria. En el de sexto se ve más lo de las características de los ángulos, ¿no?, y quinto es como más de lados y ver si son paralelos o no, bueno y todas las figuras se ponen con la base horizontal. **(SC-Laura, 78-82, 480-490).**

En el primer ejemplo, Samuel propone una interrogante que permite abordar las dificultades de aprendizaje que se generan en torno a la imagen mental de un concepto, la posición de sus representaciones gráficas y los ejemplos prototípicos (Hershkowitz, 1990). En el segundo ejemplo, Laura hace referencia al tratamiento curricular de la clasificación de los cuadriláteros, extraído de los libros de texto, lo cual le sirve de punto de partida para el desarrollo de su clase.

Otra evidencia de la potencialidad del uso del desarrollo de una clase (SC) en la investigación, es que en cuatro de los cinco casos estudiados, las categorías identificadas son más que en el plan correspondiente. Sin embargo, es necesario detenernos en Lucas, el único

¹³ Recordamos que la Docente-formadora de la materia Práctica Profesional A forma parte del grupo en el que se simula la implementación de la sesión e interviene en la misma.

caso en el que la mayor cantidad de categorías se ha identificado en el PC. De hecho, en este se identifican evidencias de todos los subdominios, mientras que en la SC solo hay registro de tres: conocimiento de los temas (KoT), conocimiento de la práctica matemática (KPM) y conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT). El hecho de que solo uno (KMT) corresponda al PCK, se justifica en que, dada la poca profundidad de su conocimiento matemático (evidenciado en su discurso y en la realización de demostraciones intuitivas, apoyadas en material concreto y representaciones gráficas), la docente formadora se ve obligada a intervenir con frecuencia en el desarrollo de la sesión, para cuestionar a Lucas sobre su conocimiento de los temas, limitando el tiempo para abordar otras dimensiones correspondientes al PCK.

Docente formadora: ¿Qué define a un lado?

EPP (Lucas): este... una unión entre... entre los vértices consecutivos de, de una figura, en ese caso de un cuadrilátero.

Docente formadora: ¿Cómo unión entre vértices consecutivos?

(El profesor va a la pizarra y dibuja un cuadrilátero)

EPP (Lucas): los lados son este, son estos segmentos que unen los vértices A, B, C y D. Una, este... unen a los vértices mediante unos segmentos digamos, ¿no? (SC-Lucas, 75-81)

En el caso de las categorías identificadas en ambos instrumentos, se observa un incremento de evidencias en la SC para las categorías: registros de representación (KoT), conexiones auxiliares (KSM), demostrar (KPM) y definir (KPM) (sin considerar aquellas categorías de las que solo hay evidencias en SC, de las que ya hemos hablado). Esto hace pensar en la posibilidad de indagar, con mayor amplitud y profundidad el conocimiento del profesor, sobre todo en el dominio matemático (MK). Así por ejemplo, el registro gráfico empleado por Sandra en el PC se observa únicamente en una ficha de trabajo. En esta, se consigna un ejemplo para cada cuadrilátero, a diferencia de lo que ocurre en la SC en la que se hacen múltiples representaciones, según es requerido.

Finalmente, se hace necesario analizar la estructura general propuesta para la elaboración del PC (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**), de tal forma que determinemos su potencialidad para la investigación.

ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE N°

I. DATOS INFORMATIVOS

II. APRENDIZAJE ESPERADO

CONCEPTOS O PROCEDIMIENTOS	CAPACIDADES
ACTITUD	

KoT
KMLS

III. SECUENCIA DIDÁCTICA

FASE	ESTRATEGIAS/ACTIVIDADES	TIEMPO	RECURSOS	INDICADORES

MTSK

IV. MATRIZ DE EVALUACIÓN

CRITERIO	INDICADOR	TÉCNICA	INSTRUMENTO

KoT
KMT
KFLM
KMLS

V. BIBLIOGRAFÍA

VI. ANEXOS

KoT
KMT
KFLM

Figura 1. Esquema sugerido para la elaboración del plan de clase

Como puede observarse de la figura anterior, el PC posibilita evidenciar todos los subdominios del MTSK, aunque esto no asegura la consideración de todas las categorías definidas en cada uno. De hecho, esto depende del grado de detalle con que se explicite o describa cada parte del PC. Algo que debemos resaltar es que, a diferencia de la SC, el PC obliga que todos los informantes hagan referencia a su conocimiento de los estándares de aprendizaje, al determinar los aprendizajes esperados. Así pues, los conceptos o procedimientos están ligados a las expectativas de aprendizaje y las capacidades al nivel de desarrollo conceptual y procedimental.

Conclusiones a modo de síntesis

Como colofón de los resultados anteriores, se observa la necesidad de elaborar planes de clase detallados y sometidos, previo a su desarrollo, a la retroalimentación grupal o a una entrevista con el formador que permita al EPP reflexionar sobre el conocimiento matemático requerido, las trayectorias (hipotéticas) de aprendizaje a partir de las cuales se propone la secuencia didáctica y la coherencia de todo lo anterior con una matriz de evaluación. A este proceso podría suceder la reestructuración de la planificación, la ejecución de la misma y la elaboración de un informe del estudio de la clase (Zanocco y Ripamonti, 2013).

De lo anterior, se observa la necesidad de una complementariedad metodológica (Pérez, 2008) que involucre la utilización de métodos cualitativos, interactivos y no interactivos. En el primer grupo, incluimos instrumentos como el cuestionario o plan de clase que permiten que el estudiante para profesor reflexione “a solas” sobre su propio conocimiento matemático y didáctico del contenido. En el segundo grupo incluimos instrumentos, como el desarrollo de una clase o una entrevista, que posibilitan la operativización explícita de dicho conocimiento, a partir de las interacciones con otros interlocutores (estudiantes, formadores, compañeros de formación).

Los instrumentos de este segundo grupo permiten ampliar y profundizar sobre el conocimiento matemático que posee cada EPP puesto que, en la medida que dominan este, en el desarrollo de la sesión se evidencian aspectos vinculados al conocimiento didáctico del contenido, en mayor medida que en un plan de clase. Sin embargo, dotar al EPP con una estructura concreta para su plan de clase, como la que aquí se muestra, obliga de alguna manera a que este reflexione sobre algunos aspectos del aprendizaje esperado, lo que posibilita que se evidencie aspectos del PCK que pueden ser más difíciles de observar en el desarrollo de una sesión de clase.

Referencias bibliográficas

- Ball, D. L., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*(59), 389-407.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., & Muñoz-Catalán, M. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, C. HaseR, & M. Mariotti (Ed.), *Proceedings of the CERME 8* (págs. 2985-2994). Antalya, Turquía: ERME.
- Escudero-Ávila, D., Carrillo, J., Flores-Medrano, E., Climent, N., Contreras, L., & Montes, M. (2015). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas detectado en la resolución del problema de las cuerdas. *PNA*, 10(1), 53-77.
- Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Montes, M., Aguilar, A., & Carrillo, J. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. En J. Carrillo, L. Contreras, N. Climent, D. Escudero-Ávila, E. Flores-Medrano, & M. Montes, *Un marco para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (págs. 57-72). Huelva: Universidad de Huelva.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological Aspects of Learning of Geometry. En P. Nesher, & J. Kilpatrick (Edits.), *Mathematics and Cognition* (págs. 70-95). Cambridge: Cambridge University Press.
- Pérez, G. (2008). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes* (Vol. I Métodos). Madrid: La Muralla, S.A.

- Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *American Educational Research Association*, 15(2), 4-14.
- Stake, R. E. (2007). *Investigación con estudio de casos* (Cuarta edición ed.). (R. Filella, Trad.) Madrid: Morata.
- Zanocco, P., & Ripamonti, C. (2013). Estudio de clases en didáctica de la matemática: Proceso reflexivo de los estudiantes de pedagogía en educación básica en la Universidad Santo Tomás. En S. d. Uruguaya (Ed.), *Actas de VII CIBEM, 1*, págs. 4403-4411. Montevideo, Uruguay.

Anexo A:

Temas asignados para construir el Plan de Clase

Informante	Tema	Consigna para la construcción de la sesión
César	Clasificación de cuadriláteros	Empezar la clase preguntando a sus alumnos ¿qué cuadriláteros conocen? ¿Qué caracteriza a cada uno? Proponer definirlos inclusivamente (partiendo del más general hasta llegar al más particular).
Samuel	Clasificación de cuadriláteros	Construir una clasificación inclusiva de los cuadriláteros. Elaborar un esquema de la misma y definir cada uno de ellos según el esquema.
Lucas	Clasificación de cuadriláteros	Empezar la clase preguntando a sus alumnos ¿qué cuadriláteros conocen? ¿qué caracteriza a cada uno? Proponer definirlos inclusivamente (partiendo del más general hasta llegar al más particular).
Laura	Clasificación inclusiva de cuadriláteros	Empezar la sesión proporcionando a los alumnos distintos cuadriláteros numerados en una hoja para que los clasifiquen, bajo el criterio que quieran pero cuidando que estén relacionados y no tratándolos como clases disjuntas.
Sandra	Propiedades de los cuadriláteros	Entregar a cada alumno un cuadrilátero, para que usando regla y transportador infieran las características del mismo. Clasificar de forma inclusiva. Hallar el valor de verdad de algunas proposiciones que planteen relaciones entre distintos cuadriláteros

Anexo B:

Registro de evidencias de Conocimiento Especializado

Categoría	César		Samuel		Lucas		Laura		Sandra	
	PC	SC	PC	SC	PC	SC	PC	SC	PC	SC
KoT-1: Fenomenología y aplicaciones	1	1	1	1						
KoT-2: Definiciones, propiedades y sus fundamentos	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
KoT-3: Registros de representación	1	1	1	1	1	1	1	1		1
KoT-4: Procedimientos									1	1
KSM-1: Conexiones de complejización										
KSM-2: Conexiones de simplificación										
KSM-3: Conexiones transversales										
KSM-4: Conexiones auxiliares				1	1					1
KPM-1: Demostrar				1	1	1				1
KPM-2: Definir	1	1	1	1	1	1				1
KPM-3: Ejemplificar										
KPM-4: Usar heurísticos										
KMT-1: Teorías de enseñanza										
KMT-2: Recursos materiales y virtuales	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
KMT-3: Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	1	1	1	1	1			1	1	1
KFLM-1: Teorías de aprendizaje										
KFLM-2: Fortalezas y dificultades		1		1						1
KFLM-3: Formas de interacción con un contenido matemático					1		1	1		
KFLM-4: Intereses y expectativas										
KMLS-1: Expectativas de aprendizaje	1	1	1	1	1		1	1	1	
KMLS-2: Nivel de desarrollo conceptual y procedimental	1	1	1	1	1		1	1	1	
KMLS-3: Secuenciación con temas anteriores y posteriores				1				1		
Frecuencia de evidencias	8	9	8	12	10	5	6	8	6	9

Legenda:

KoT: Conocimiento de los temas.

KSM: Conocimiento de la estructura de la matemática.

KPM: Conocimiento de la práctica matemática.

KMT: Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas.

KFLM: Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas.

KMLS: Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas.

PC: Plan de clase.
SC: Sesión de clase