

COMPRESIÓN DE LECTURA DE TEXTOS MATEMÁTICOS

Karina Flores-Medrano – Ricardo Cantoral
karina.flores@cinvestav.mx – rcantor@cinvestav.mx
Cinvestav-IPN, México

Núcleo temático: La Resolución de Problemas en Matemáticas.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Bachillerato

Palabras clave: comprensión de lectura, demanda cognitiva, cohesión de textos, representación de texto

Resumen

En esta comunicación se presenta un estudio sobre la comprensión que muestran estudiantes de bachillerato al leer enunciados matemáticos. Se eligieron ítems de las pruebas estandarizadas Planea (México) y PISA. Se clasificaron de acuerdo con la demanda cognitiva que requieren para ser contestados. Para los reactivos de mayor demanda se realizó una reestructuración en la redacción con la finalidad de convertirlos en textos más cohesivos. A la mitad del grupo se le entregó el enunciado original de cada ítem y a la otra mitad los enunciados modificados. Se diseñaron dos cuestionarios: en el primero se indaga sobre el significado que tienen los estudiantes sobre los conceptos matemáticos involucrados en cada reactivo; con el segundo cuestionario se busca conocer qué elementos involucran en la representación de lo leído. Se toma como parte del método de recopilación de datos, la grabación en audio de la interacción con los estudiantes. En los resultados se presentará la correlación entre la demanda cognitiva y la comprensión lectora, así como relaciones entre la reestructuración de los enunciados y la comprensión de los mismos.

La premisa de este trabajo consiste en asumir que *comprender* lo que se lee en Matemáticas tiene su propia dificultad, y a su vez, es esencial para la construcción del conocimiento.

Como sabemos, desde épocas muy antiguas el ser humano cuenta con una de las herramientas más trascendentes en su existencia: el lenguaje. Hoy se puede afirmar que no se trata únicamente de sonidos o símbolos al azar, sino que, sistematizados de cierta manera, sirve para comunicar ideas: hablando, escuchando, escribiendo, observando. De este modo, a partir de su invención, la escritura resulta una herramienta para transmitir y desarrollar el *conocimiento* de generación en generación.

Hay distintas concepciones de lo que es un texto. Angulo (1996) menciona algunos puntos de vista sobre el texto -unidad comunicativa, producto de una actividad, sucesión de

oraciones, signo lingüístico-, y que dependiendo del que se opte, se tendrán definiciones diferentes de este. Asumimos en este escrito como *texto matemático* al conjunto de signos lingüísticos -propios de la matemática o no- que conforman significados.

Por ejemplo, la definición de algún *concepto matemático*, el enunciado de un problema extraído de un libro de texto o de una prueba estandarizada, el enunciado de un teorema y de su demostración, un artículo de divulgación matemática o el reporte de investigación, entre otros.

De esta manera, al enfrentarse a *leer* el siguiente enunciado:

67. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la función $f(x) = x^2 + 10$?

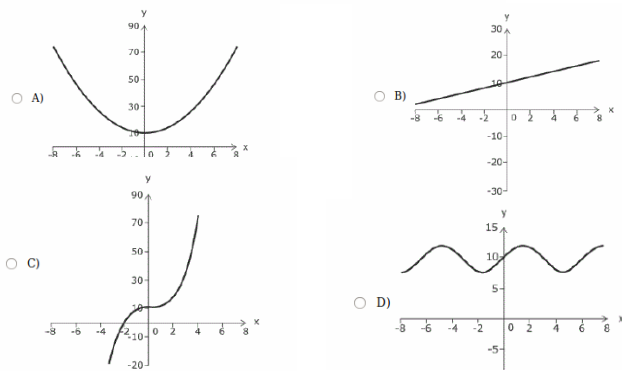


Imagen 1. Ítem extraído de la prueba estandarizada Planea, aplicada en México en el 2015.

reconocemos que hay signos lingüísticos desde las letras que conforman palabras, los que forman parte de la expresión $f(x)$, x^2 , $+$, 10 , así como el lenguaje propio de las gráficas y los elementos que las conforman. Cabe destacar entonces que, para comprender la lectura de este ítem, exige de cierto reconocimiento del significado de cada uno de estos signos, así como del significado global de todo en conjunto.

Campanario y Otero (2000) muestran interés en el proceso de la comprensión de textos, y reconocen que hay distintos niveles de representación en la memoria al leer y buscar comprender un texto:

- 1) **Formulación superficial.** Corresponde a la identificación de caracteres y al procesamiento literal de las palabras y las frases

2) **Base de texto.** Captura el significado del texto. Aquí, se pueden distinguir dos subniveles de representación del texto:

- i. Microestructura. Es el conjunto de proposiciones del texto relacionadas localmente, cuando éste se considera frase a frase.
- ii. Macroestructura. Es el conjunto de proposiciones que sintetizan su significado y se construye a partir de la microestructura.

3) **Modelo situacional.** Tiene una complejidad mayor que los dos niveles anteriores. Incorpora todas las *elaboraciones* e *inferencias* necesarias para establecer *coherencia* en la base de texto y se define como “*la representación cognitiva de los acontecimientos, acciones, personas, y, en general, de la situación sobre la que trata el texto*” (Van Dijk y Kintsch, 1983, p. 12). En este nivel intervienen estructuras que representan el conocimiento del lector relevante para entender la información del texto [conocimiento previo del lector]. La información procedente del texto se integra con dicho conocimiento dando como resultado una representación más rica que la base de texto. Dado lo anterior, se tiene que en el modelo situacional la organización del conocimiento puede tener poca relación con la estructura original del texto.

Campanario y Otero (2000) consideran que la comprensión de un texto se define como la construcción de un modelo situacional a partir de la representación superficial de dicho texto y de los conocimientos previos del lector. En esta investigación se considera que *comprender lo que se lee* es un proceso en el que, además de los niveles de representación antes mencionados, es necesario que se den otras acciones como *argumentar, justificar, resolver*. Además del proceso de representar un texto, en particular un *texto matemático*, se decidió que para estudiar la dificultad propia de los textos matemáticos, se requiere estratificarlos. Stein, Grover y Henningsen (1996) proponen clasificar las tareas matemáticas de acuerdo con la demanda cognitiva que conllevan, en Stein et al. (2000), definen a las *demandas cognitivas* como el tipo y nivel de pensamiento requerido de los estudiantes para participar con éxito al resolver la tarea. Luego, las demandas cognitivas son las siguientes:

- 1) Memorización
- 2) El uso de fórmulas, algoritmos, procedimientos *sin conexión* a los conceptos, comprensión, o significado.

- 3) El uso de fórmulas, algoritmos, procedimientos *con conexión* a los conceptos, comprensión, o significado.
- 4) Actividad cognitiva que puede ser caracterizada como “*haciendo matemáticas*”, incluyendo pensamiento matemático complejo y actividades de razonamiento tales como hacer y probar conjeturas, *framing problems*, búsqueda de patrones, etc.

Por otro lado, hay varios trabajos (e.g. Sanjose, et al., 1993; McNamara, 2004; Campanario y Otero, 2000; Pellicer y Vernon, 1993) en los que se ha puesto en evidencia la relevancia e importancia de la cohesión en un texto. Sanjose, et al. (1993) identifican a la cohesión como respuesta ante la necesidad de que el lector procese el texto en un nivel adecuado para poder beneficiarse de la organización del texto, y refuerza esto al citar a Kintsch y Van Dijk (1978) y Van Dijk y Kintsch (1983) quienes dicen que el discurso textual tiene que poseer una cohesión intraproposicional e interproposicional tal que permita una descripción coherente del contenido semántico. Por su parte, Mayer (1985) identifica que la dimensión de cohesión hace referencia al conjunto de procedimientos que mantienen la conexión conceptual entre las diversas ideas que se encuentran en las frases y párrafos. Sanjose, et al. (1993) sintetizan las ideas desarrolladas en su trabajo sobre los elementos que permiten una mayor cohesión intraproposicional (o microestructural) y una mayor cohesión interproposicional (o macroestructural), los cuales son:

- 1) Reducir la complejidad léxica y sintáctica.
- 2) Establecer relaciones explícitas entre ideas de tal manera que se reduzcan las inferencias textuales.
- 3) Eliminar ideas irrelevantes para el contenido tratado.
- 4) Facilitar la unión entre referentes y referidos.
- 5) Aumentar la conectividad entre frases.
- 6) Emplear partículas que dirijan la atención del lector y le faciliten las inferencias durante la lectura.

Metodología

Se decidió tomar, a manera de ejemplificar lo escrito hasta el momento, ítems de pruebas estandarizadas y ubicar la demanda cognitiva asociada a cada uno de los que se escogieron.

Se tomó la prueba Planea (acrónimo formado de lo que se conoce como *Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes*), la cual es aplicada en México y en particular nos concentramos en la que se aplica en el Nivel Medio Superior -también conocido como Bachillerato (adolescentes de 15 a 18 años)-. La otra prueba que tomamos en cuenta fue PISA, por su carácter internacional y la peculiaridad de sus ítems.

Escogimos cuatro reactivos de Planea y uno de PISA, e identificamos la demanda cognitiva asociada a cada uno; estos fueron escogidos además, buscando que tuvieran conceptos afines, los cuales son los de fracción, decimal y porcentaje. De este modo, se diseñó el Cuestionario 1 (Anexo 1), que nos permitió indagar sobre los conocimientos previos del lector en los significados de los conceptos matemáticos antes mencionados. Al terminar de contestarlo, se le solicitó a cada estudiante que verbalizara lo que pensó al contestar las preguntas presentadas.

De los cuatro ítems seleccionados en Planea, se buscó que cada uno perteneciera respectivamente a los niveles de demanda cognitiva descritos anteriormente, con excepción del nivel cuatro, pues consideramos que se requería modificar la pregunta del ítem para tener dicha demanda. En el Anexo 2 aparecen en el orden de Nivel de Demanda Cognitiva, leyendo de arriba hacia abajo, el primer ítem corresponde al Nivel 1, y sucesivamente. En este Anexo también se encuentra el ítem seleccionado de PISA, así como la versión modificada de la cohesión en cada uno de los ítems.

Se identifican dos momentos en la lectura de este tipo de enunciados (problemas a resolver): el primer momento, cuando se tiene la atención en lo que se está leyendo, sin profundizar en el proceso que se seguirá para encontrar la solución (M1), el segundo momento es cuando se tiene la intención de resolver el problema planteado (M2). En el Anexo 3 se puede ver esto ejemplificado con el ítem 35 de Planea, en el cual se plantean preguntas en el primer momento, principalmente para conocer algunos elementos de los niveles de representación del texto, y en el segundo momento -cuando se indica resolver el reactivo-, las preguntas planteadas van dirigidas a la profundización de la situación que plantea el enunciado. En cada uno de estos momentos se les solicitó a los estudiantes que verbalizaran todo lo que iban pensando conforme leían y contestaban.

Resultados

En este trabajo, se presentan resultados de la interacción que se tuvo con dos estudiantes: Alejandro y Juan Pablo. De manera indistinta, a Alejandro se le proporcionaron los ítems en su primera versión, y a Juan Pablo, se le entregó el conjunto de ítems en su versión modificada sobre su cohesión.

Para analizar los datos obtenidos, se consideraron los siguientes aspectos:

1. Conocimiento previo sobre los conceptos de *fracción*, *porcentaje* y *decimal* (CP-C).
2. La manera en la que su entorno influye en su Conocimiento previo (CP-E).
3. Habilidad lectora reflejada en el ritmo de lectura en voz alta (RL)
4. En relación con los niveles de representación en la memoria: Formulación superficial (FS), Base de texto (BT) y Modelo Situacional (MS).

En el caso de Alejandro, nos comparte que tiene gusto por las Matemáticas, lo cual forma parte de su CP-E; además, en algún momento menciona que trabajó como mesero en un restaurante, y esto se ve reflejado en su conocimiento previo también. Al escuchar a Alejandro leer en voz alta, se percibe un RL con titubeo (esto, independiente de las pausas que llegan a haber para procesar la información, o para repasar con la mirada, en segundos, lo recién leído). Respecto de su CP-C, el concepto de *fracción* lo concibe como la parte de un todo, dividir una unidad, y escribe una representación simbólica $(\frac{1}{4})$, y realiza un dibujo, explicando que por lo general se les pide partir un queso o un pastel. En el concepto de *porcentaje*, dice que lo ve como la medida de un total de 0 a 100, y lo ejemplifica con la cocina, en donde se pide porcentaje de comida. Y respecto al *decimal*, menciona que es la posición que ocupa un número después de un punto, es decir, lo confunde con una *décima*. Para mostrar cómo se van percibiendo los Niveles de representación en la memoria, por ejemplo, podemos decir que este último hecho se puede asociar con la FS en transición a la BT, pues el estudiante asocia los signos lingüísticos *decimal* con otro significado, y lo apropia al contexto del enunciado. Se pudo percibir también que la construcción del MS va siendo evolutiva en los dos Momentos (M1 y M2) que se mencionaron en la descripción de la Metodología. Por ejemplo, en el ítem 35 de Planea, Alejandro reconoce que es hasta el momento en que lee por segunda vez y más pausado, para dibujar la situación del enunciado y a su vez, decide resolverlo, en donde va comprendiendo mejor lo que se plantea.

En el caso de Juan Pablo, también comparte un gusto por las Matemáticas, y tiene cercanía con la economía a través de su familia; esto lo identificamos en su CP-E. En general su RL fue fluido, y las pausas que tenía las asociamos con el procesamiento/repaso de la información. En su CP-C, Juan Pablo asocia a la *fracción* como partir algo y dibuja un pastel; el *porcentaje* lo asocia con el descuento en el precio de ropa; y al *decimal* con un número que no sea entero. Respecto a los Niveles de representación, por ejemplo, sobre la FS en algún momento asigna un nombre distinto al convencional a los signos correspondientes al denominador de las fracciones involucradas en el ítem 22 de Planea, mencionando *sextavos*, *diezavos* y *cuartavos*. En su construcción del MS, por ejemplo del ítem 35 de Panea, muestra una diferencia notable con la Situación que se plantea en el enunciado, y aun cuando hace un dibujo de la repartición del terreno, y resuelve parte del ítem, se observa deficiencia en su MS, por ejemplo, cuando divide al terreno únicamente en dos (el 40% y el 60%).

Reflexiones finales

Con esta experiencia, se considera importante resaltar la relevancia de indagar los conocimientos previos de los estudiantes al proporcionarles un *texto matemático* para leer, y además, tener en cuenta que dichos conocimientos están influidos por su medio sociocultural. Así mismo, permitió percatarse que en el proceso de lectura de los ítems, no sólo requerían evocar su conocimiento los conceptos centrales (en este caso, *fracción*, *porcentaje* y *decimal*), sino también de los que se involucran en la construcción o en la operación de estos (por ejemplo, del *mcm* para sumar las fracciones del ítem 22 de Planea). Por supuesto, también se reconoce en el conocimiento previo del lector, aquello asociado con los signos no matemáticos, como en el caso de la repartición del terreno del señor Tello (por ejemplo, al leer la palabra *terreno* puede evocarse la forma del terreno, razones por las que se suele repartir un terreno, imagen mental de un terreno, entre otras). Por otra parte, se piensa que es relevante el estudio de la comprensión de lectura desde la identificación y reconocimiento de los Niveles de representación en la memoria; y con ello, notamos que estos no son disjuntos, es decir, al momento de leer un enunciado pueden estar presente de manera simultánea o con una separación de fracción de segundos en la representación del texto en la memoria, sin embargo, es posible identificar a veces algunos elementos que estén mayormente asociados con uno de los niveles, o con la transición entre estos. Respecto a los niveles de demanda cognitiva, no se observó algún indicador que los diferencie para comprender lo leído, pues la

manera de proceder de los estudiantes fue la misma en todos los ítems: leerlo, buscar resolverlo inmediatamente, volver a leer para repasar algunos detalles; de cualquier modo, se está considerando continuar estudiando la comprensión de lectura identificando el nivel de demanda del enunciado. Acerca de la modificación en la cohesión, parece favorecer en la comprensión del enunciado; esto se reflejó por ejemplo en el ítem de PISA.

Con este trabajo, se pretendió mostrar que leer enunciados en matemáticas, en este caso ítems de pruebas estandarizadas, representa en el estudiante no sólo un reto matemático, sino además, de comprensión de lectura, en el que por supuesto juega un rol importante el bagaje de conocimiento matemático, pero además el conocimiento situado del lector dado su entorno sociocultural.

Presentamos en esta comunicación parte de lo que conforma nuestra investigación en curso, y se planea tomar más datos para profundizar en el estudio.

Referencias bibliográficas

Angulo, T. Á. (1996). El texto expositivo-explicativo: su superestructura y características textuales. *Didáctica. Lengua y Literatura*, 8, 29.

Campanario, J. M., y Otero, J. (2000). La comprensión de los libros de texto. *Didáctica de las ciencias experimentales*, 18(2), 323-338.

Mayer, R. E. (1995). Structural analysis of science prose: Can we increase problem-solving performance? *ACM SIGDOC Asterisk Journal of Computer Documentation*, 19(3), 3-25.

McNamara, D. S. (2004). Aprender del texto: Efectos de la estructura textual y las estrategias del lector. *Revista signos*, 37(55), 19-30.

Pellicer, A., & Vernon, S. (1993). Entre el texto y el lector: la creación de mundos posibles. *Lectura y Vida*, 14, 2.

Sanjosé López, V., Solaz Portolés, J. J., & Vidal-Abarca Gámez, E. (1993). Mejorando la efectividad instruccional del texto educativo en ciencias: primeros resultados. *Enseñanza de las Ciencias*, 11(2), 137-148.

Stein, M. K. (Ed.). (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. Teachers College Press.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American educational research journal*, 33(2), 455-488.

Van Dijk, T. A. y Kintsch, W. (1978). Towards a model of discourse comprehension and production. *Psychological Review*, 85, 363-394.

Van Dijk, T. A. y Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. New York: Academic Press

Anexos

Anexo 1. Cuestionario para indagar los conocimientos previos del lector sobre los conceptos involucrados.

Agradecemos que contestes de manera sincera y lo más amplia posible a las siguientes peticiones.

1. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra *fracción*.
2. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra *porcentaje*.
3. Escribe y dibuja lo que viene a tu mente cuando ves o escuchas la palabra *decimal*.
4. ¿Consideras que hay alguna relación entre el significado de los conceptos “fracción”, “decimal” y “porcentaje”? ¿Por qué? Y en caso de que sí, ¿cómo es esa relación?

Anexo 2. Comparación en la modificación de cohesión de cada ítem.

Versión original

Versión con mayor cohesión

21. ¿Qué fracción es equivalente a $\frac{18}{24}$?

- A) $\frac{3}{12}$
- B) $\frac{6}{12}$
- C) $\frac{6}{8}$
- D) $\frac{9}{6}$

1. De las siguientes opciones, ¿cuál corresponde a una fracción que sea equivalente a $\frac{18}{24}$?

- A) $\frac{3}{12}$
- B) $\frac{6}{12}$
- C) $\frac{6}{8}$
- D) $\frac{9}{6}$

22. ¿Cuál es el resultado de $\frac{5}{6} + \frac{2}{4} + \frac{9}{10}$?

2. ¿Cuál es el resultado de la suma de fracciones:

$$\frac{5}{6} + \frac{2}{4} + \frac{9}{10} ?$$

33. El señor Tello tiene un terreno de 30,000 m² que repartirá de la siguiente forma: $\frac{2}{5}$ será para sembrar; partes del terreno sobrante serán para su hijo Darío. De lo que resta, su hija Mirna heredará 40%; el porcentaje restante lo designará a su esposa. ¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?

El señor Tello tiene un terreno de 30,000 m² que repartirá de la siguiente forma:

- * 25% será para sembrar
- * 2/5 partes del terreno que quede sin sembrar, serán para su hijo Darío
- * Su hija Mirna heredará 40% de la parte del terreno que queda aún sin repartir
- * Finalmente, su esposa se quedará con la parte del terreno que queda

¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?

34. Un campesino tiene en el granero un total de 450 kg de maíz que distribuirá en tres camiones de acuerdo con los siguientes requerimientos:

Camión	Cantidad de maíz
1	$\frac{11}{25}$ del total
2	12% del total
3	restante

Es necesario que llegue la mayor cantidad posible de maíz en el menor tiempo. ¿En qué orden deberían de salir los camiones del ganadero?

Un campesino tiene en el granero un total de 450kg de maíz que distribuirá en tres camiones de acuerdo con lo que se presenta en la siguiente tabla:

Camión	Cantidad de maíz
1	11/25 del total
2	12% del total
3	restante

Es necesario que llegue la mayor cantidad posible de maíz en menor tiempo. ¿En qué orden deberían de salir los camiones del ganadero? Explica tu respuesta.

Versión original

Versión con mayor cohesión

El fotógrafo de animales Jean Baptiste fue a una expedición que duró un año y tomó varias fotos de pingüinos y sus crías. Él estaba particularmente interesado en el crecimiento en tamaño de diferentes colonias de pingüinos.

Jean Baptiste es un fotógrafo que goza de observar y capturar la vida de los animales. Recientemente, Jean fue a una expedición que duró un año y en la cual aprovechó para tomar varias fotos de pingüinos y sus crías. Él estaba particularmente interesado en el crecimiento del tamaño de diferentes colonias de pingüinos.

Pregunta 1.

Pregunta 1.

Normalmente, una pareja de pingüinos produce dos huevos cada año. Usualmente la cría del huevo más grande de los dos es el único que sobrevive. Con los pingüinos Rockhooper, el primer huevo pesa aproximadamente 78 g y el segundo huevo pesa aproximadamente 110 g

Normalmente, una pareja de pingüinos produce dos huevos cada año; de estos dos huevos sólo el más grande es el único que sobrevive. Por ejemplo, con la especie de pingüinos conocida como Rockhooper, el primer huevo pesa aproximadamente 78 g y el segundo huevo pesa aproximadamente 110 g.

¿Aproximadamente en qué porcentaje el segundo huevo es más pesado que el primer huevo?

¿Aproximadamente en qué porcentaje el segundo huevo pesa más que el primer huevo?

Pregunta 2.

Pregunta 2.

Jean se maravilla de cómo el tamaño de una colonia de pingüinos cambiará en pocos años. Para determinar esto, él hace las siguientes suposiciones.

- Al comienzo del año, la colonia consiste de 10 000 pingüinos (5 000 parejas).
- Cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año.
- Al final del año 20% de todos los pingüinos (adultos y crías) morirán.

Con la expedición que llevó a cabo, Jean se maravilla de cómo el tamaño de una colonia de pingüinos cambiará en pocos años. Para determinar esto, él hace las siguientes suposiciones.

- Al comienzo del año, la colonia consiste de 10 000 pingüinos (es decir, de 5 000 parejas).
- Cada pareja de pingüinos tiene una cría en primavera cada año.
- Al final del año 20% de todos los pingüinos (adultos y crías) morirán.

Al final del primer año, ¿cuántos pingüinos (adultos y crías) hay en la colonia?

Al final del primer año, ¿cuántos pingüinos (adultos y crías) hay en la colonia?

Anexo 3. Cuestionario para indagar niveles de representación del texto.

Lee el siguiente enunciado. No es necesario que lo resuelvas.

El señor Tello tiene un terreno de 30,000 m² que repartirá de la siguiente forma: 25% será para sembrar; $\frac{2}{5}$ partes del terreno sobrante serán para su hijo Darío. De lo que resta, su hija Mirna heredará 40%; el porcentaje restante lo designará a su esposa. ¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?

- 1) Dentro del enunciado, ¿encuentras palabras, conceptos o símbolos que no comprendas? En caso de que sí, subráyalos.
- 2) Con tus palabras, describe cuál es la situación del problema.
- 3) Dibuja la situación que se presenta en el enunciado.

Vuelve a leer el enunciado de la repartición del terreno del señor Tello.

1. ¿Quién se quedará con más parte del terreno?
2. Mirna y Darío tienen la misma cantidad de terreno; ¿es falso o verdadero? Argumenta por qué.
3. ¿Cuántos metros cuadrados le corresponden a cada uno?
4. ¿Cuántos metros cuadrados de terreno heredará la esposa?
5. ¿Por qué crees que se pregunta eso en el problema?