

DIVERSIDAD DE REPRESENTACIONES DE FUNCIONES EN EL DESEMPEÑO DE ALUMNOS DE PRIMER AÑO DE INGENIERÍA

María Rosa Romiti¹; Natalia Sgreccia²; Marta Caligaris¹

¹Grupo Ingeniería & Educación – Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional

²Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura – Universidad Nacional de Rosario – Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas
romiti@arnet.com.ar, sgreccia@fceia.unr.edu.ar, mcaligaris@frsn.utn.edu.ar

Resumen

El concepto de límite de funciones es relevante para plantear otros del Cálculo. En la asignatura Análisis Matemático I de las carreras de Ingeniería de la Facultad Regional San Nicolás, la unidad temática que comprende dicho concepto es la primera en la que los alumnos se acercan a un contenido en el que necesitan gran manejo simbólico, abstracto y visual.

En el marco de la teoría de Duval y frente a las dificultades detectadas en el aprendizaje del concepto de límite, se está elaborando una tesis de Maestría que pretende analizar el desempeño de los estudiantes ante la presencia de distintos registros de representación.

En este trabajo se presenta el plan de tareas de la tesis y se muestra el estudio realizado en los primeros meses de 2011 en la unidad previa al concepto de límite –Funciones– acerca de los registros que los alumnos conocen así como sus preferencias.

Palabras clave: funciones – registros semióticos – representaciones

1. Introducción

El concepto de límite de funciones es relevante para plantear otros del Análisis Matemático I, como los del Cálculo Diferencial e Integral, que se apoyan en ellos para su formalización y comprensión, incluso para otras ciencias, como Física. Es la primera unidad en la que los alumnos se acercan a un contenido en el que necesitan gran manejo simbólico, abstracto y visual, para abordar las definiciones y teoremas, de la misma unidad y de las siguientes.

Año tras año los docentes de la Facultad Regional San Nicolás de la Universidad Tecnológica Nacional (FRSN-UTN) detectan dificultades en el aprendizaje de los alumnos y particularmente en la unidad en que se centra este estudio. Antes de exponer las mismas, es necesario aclarar que se tendrá como referencia teórica principal a la teoría de registros de representación semiótica y su incidencia en el aprendizaje de la Matemática, particularmente en el concepto de límite de funciones. Este enfoque ha sido desarrollado por Duval (1999), quien sostiene que las acciones de tratamiento (transformación en un mismo registro) y de conversión de registros (transformación de un registro a otro) son imprescindibles en la actividad matemática.

A partir de las dificultades detectadas por docentes de la asignatura Análisis Matemático I, de la FRSN-UTN, se reconoce lo siguiente como diagnóstico actual.

1.1. Desconocimiento de ciertos símbolos matemáticos y aplicación de propiedades algebraicas

Desde el inicio del cursado en Análisis Matemático I, en la unidad de funciones, el desconocimiento de determinados símbolos, propios de la Matemática, les ocasiona

dificultades a los estudiantes. Éstas se agravan particularmente en las siguientes unidades, cuando se introduce límite y continuidad de funciones.

El pasaje del análisis realizado mediante tabla de valores, mostrando tendencias de una determinada función, para luego lograr la construcción de la definición, es una ardua tarea. Los límites infinitos, indeterminaciones, límites que no existen, son otras de las dificultades que se presentan. Salen a la luz los problemas algebraicos y numéricos de los estudiantes, cuando tienen que aplicar principalmente el límite de una división de funciones.

1.2. Preferencia y mayor seguridad en ciertas actividades en detrimento de otras, que involucran diversidad de registros

Una vez trabajadas las definiciones de límite ordinario y límites laterales, acompañadas de gráficas mostrando las distintas situaciones que pueden presentarse, es notable la dificultad que a los estudiantes les trae graficar o buscar leyes que verifiquen determinadas condiciones impuestas sobre límite. Es decir, ser ellos mismos los que tienen que proponer una ley o gráfico les provoca inseguridad.

Hacer que los alumnos lean y expliquen un texto donde prevalecen los símbolos matemáticos es más difícil y provoca mayor resistencia que pedir que realicen cálculos de límites, aplicando algunas de las técnicas dadas. A éstos los resuelven por lo general de manera rutinaria sin detenerse a interpretar su resultado.

Estas preferencias también se observan en las unidades siguientes.

1.3. Dificultad para justificar el valor de verdad de las proposiciones matemáticas

En exámenes parciales y finales de la asignatura, cuando se les solicita a los estudiantes que por medio de teoremas, definiciones o ejemplos determinen y justifiquen la veracidad de una cierta proposición, son pocos los que logran expresarse en forma completa y ordenada.

En este análisis de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de límite de funciones, no se puede dejar de lado la evaluación. Se considera relevante aplicar las conversiones de registros y los tratamientos en los trabajos prácticos y exámenes para analizar y utilizar sus resultados como información que permita profundizar sobre los que más dificultades le traen al alumno.

Una preocupación constante de la evaluación cualitativa es el proceso y no sólo el resultado final. Es importante ver cómo se desenvuelve el sujeto durante y a través de todo el proceso de aprendizaje de modo que, bien formado intelectualmente, pueda seguir aprendiendo después (Álvarez Méndez, 1987).

En carreras como las Ingenierías, los docentes más que “enseñar y transmitir” contenidos, deberían ayudar a los futuros ingenieros a “aprender a aprender” y promover su desarrollo cognitivo y personal mediante actividades que les exijan un papel activo en lugar de una recepción pasiva que sólo tiende a la memorización y en esto tiene mucho que ver la formación básica que reciban (Schivo y Romiti, 2008).

En la búsqueda de soluciones o, al menos en un principio, de interpretaciones que permitan entender mejor el fenómeno para, a partir del conocimiento producto de la investigación, contribuir a potenciales futuras propuestas, surgen los **objetivos de la investigación**. Los mismos están asociados a los estudiantes de la asignatura Análisis Matemático I de primer año, puntualizándose en el contenido límite de funciones, de las carreras de Ingeniería de la FRSN - UTN, y específicamente son:

- a) Determinar los registros que conocen.

- b) Clasificar dichos registros según su nivel de desempeño (satisfactorio y no tanto).
- c) Identificar los registros de preferencia.
- d) Indagar sobre los motivos de tal inclinación.
- e) Examinar las conversiones entre registros que les ocasionan mayor dificultad.
- f) Idear propuestas que podrían disminuir tales dificultades.

El diagnóstico presentado y el aprendizaje del concepto de límite, que suele resultar significativamente difícil, han generado la necesidad de realizar un trabajo de análisis con la unidad de Funciones, con los ingresantes a la facultad, focalizado en obtener información sobre los registros que conocen, sus preferencias y cuáles son los motivos de éstas.

Resulta pertinente realizar un estudio previo a la unidad de Límite, para recoger información acerca de cuáles son los registros que conocen, cuál es el nivel de desempeño que tienen en cada uno de dichos registros, qué registros prefieren y a qué se debe tal inclinación. Para delimitar el objeto de estudio, cabe aclarar que se centró la atención en las especialidades de Ingeniería Industrial (turno tarde) e Ingeniería Electrónica. El criterio con el que se ha efectuado la selección de las especialidades se fundamenta en que son las dos que usualmente presentan características prácticamente opuestas en lo que respecta al perfil del alumnado ingresante. Mientras que en Ingeniería Industrial la mayoría proviene de escuelas donde la formación en Matemática no es el fuerte, en Ingeniería Electrónica la generalidad de sus ingresantes proviene de escuelas técnicas, lo que les brinda una mejor preparación en los conocimientos básicos necesarios para estudiar Ingeniería.

Para realizar la experiencia tampoco se tuvieron en cuenta los alumnos recursantes, ya que los mismos tienen cierto conocimiento del tema.

A continuación se muestra el estudio realizado en los primeros meses de 2011 en la unidad de Funciones, acerca de los registros que conocen y las preferencias de los alumnos. Se pretende con este estudio recabar información necesaria para el avance de la investigación.

2. Método

De acuerdo a la problemática que será abordada en la investigación y a los objetivos propuestos, se utilizará el enfoque cualitativo, ya que se trabajará sobre la realidad, intentando ser lo más fiel en la interpretación de los hechos que se observan. Según Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio (2003) "... Su propósito consiste en 'reconstruir' la realidad, tal y como la observan los actores de un sistema social previamente definido" (p. 5).

Bravin y Pievi (2008) sostienen que los métodos cualitativos suelen resultar más apropiados para el campo educativo en general, según lo demuestra la práctica misma de la investigación (p. 161). Los sujetos son vistos como agentes activos que hacen la realidad de la que participan y en la que se encuentran inmersos.

Se considera que los objetivos específicos: determinar los registros que conocen, e identificar los registros de preferencia, pueden lograrse llevando a cabo un estudio exploratorio, para familiarizarnos con el fenómeno desconocido y así obtener información de interés. Teniendo en cuenta los objetivos específicos: clasificar dichos registros según su nivel de desempeño, indagar sobre los motivos de tal inclinación e idear propuestas que podrían disminuir tales dificultades, se requiere realizar un estudio descriptivo, ya que "Los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier

otro fenómeno que se someta a un análisis” (Danhke,1989, citado en Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio 2003, p. 117). El valor que otorgan los investigadores a este estudio es el de recolectar datos que muestren un fenómeno o situación que ocurre.

Se ha ideado, para responder a los interrogantes realizados en la investigación y poder alcanzar los objetivos planteados, el diseño no experimental. Se trata de una investigación donde no se manipulan en forma intencional las variables independientes, sino se observan fenómenos tal y como se dan en su contexto natural, para después analizarlos.

La muestra en estudio estuvo constituida por 23 alumnos del primer nivel de Ingeniería Electrónica y 29 alumnos de primer nivel de Ingeniería Industrial de la FRSN.

Por último, al comparar la información obtenida en ambos cursos, el estudio adquirirá también el rasgo de correlacional.

2.1. Registros de representación semiótica

Para recolectar datos a partir de los cuales se pudiera obtener información sobre los registros que los estudiantes conocen, se tendrá en cuenta lo siguiente: se considera que el alumno conoce un registro de representación semiótica si puede realizar transformaciones de tratamiento en ese registro. Los registros de representación semiótica que se utilizarán son el lenguaje gráfico, el lenguaje natural y el lenguaje algebraico.

Lenguaje gráfico: diremos que se está empleando este sistema de representación cuando se usan códigos gráficos, a modo de dibujos o esquemas, para resolver el problema, como son: representaciones en diagramas o gráficos cartesianos.

Lenguaje natural: también llamado lenguaje ordinario, es el que utiliza una comunidad lingüística con el fin primario de la comunicación. Puede ser escrito u oral. En este trabajo se utilizará el medio escrito.

Lenguaje algebraico: diremos que se está utilizando este registro cuando se trabaja lenguaje exclusivamente simbólico, en un plano abstracto, usualmente alfabético y algunos vocablos griegos. Se identifican las incógnitas o variables con letras.

2.2. Actividades diseñadas

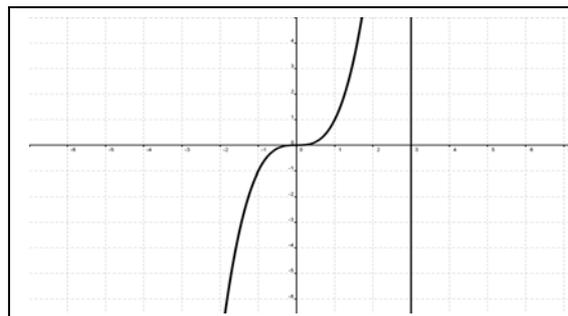
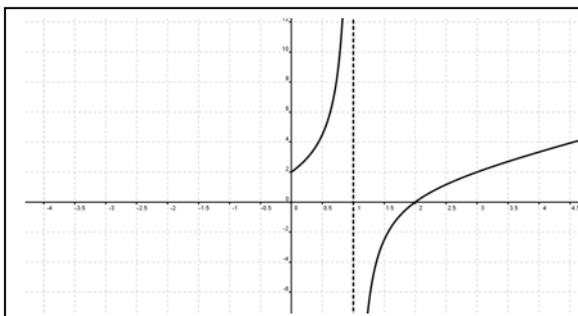
A continuación se presentan las actividades áulicas para recolectar información que permita alcanzar los objetivos específicos de la investigación.

Actividad de tratamiento que involucra conocimientos en el lenguaje gráfico

I) a) Dada la gráfica de la Figura 1, correspondiente a una función real, extenderla para obtener una función par.

b) Marcar sobre el eje horizontal, con color, el dominio de la función extendida.

II) Dada la gráfica de la Figura 2, correspondiente a una función real, representar la función simétrica respecto de la recta de ecuación $x=3$.



Actividad de tratamiento que involucra conocimientos de los estudiantes en el lenguaje natural

I) Para vos, ¿qué es una función? Explícalo con tus palabras.

Actividad de tratamiento que involucra conocimientos de los estudiantes en el lenguaje algebraico

I) Sean las funciones reales cuyas leyes son: $f(x) = \sqrt{\left(\frac{1}{x}\right)^2}$ y $g(x) = \left(\sqrt{\frac{1}{x}}\right)^2$.

Responder si resultan verdaderas o falsas las siguientes proposiciones. Justificar las respuestas.

- a) Las funciones f y g tienen igual dominio.
En cualquiera de los casos (V o F) indicar el/los dominio/s.
- b) Ambas funciones tienen la misma ordenada al origen.
- c) El conjunto imagen (codominio) es el mismo para las dos funciones.
- d) La función g no tiene ceros.

Actividad de tratamiento para determinar el registro que los estudiantes prefieren

I) Dada la función: $f : R - \left\{\frac{-1}{2}\right\} \rightarrow R - \left\{\frac{3}{2}\right\} / f(x) = \frac{3x}{2x+1}$ se pide:

- a) Elegir una de las siguientes opciones.
 - I. Representarla gráficamente
 - II. Hallar la función inversa
 - III. Expresar en palabras por qué no es posible analizar la paridad de la misma.
 - b) Explicar brevemente los motivos de la elección anterior
- II) Cuando trabajás en cálculos auxiliares, ¿de qué manera solés representar una función?

3. Resultados del estudio preliminar

Las actividades presentadas en el punto anterior se llevaron a cabo en tres instancias luego de desarrollarse los contenidos de funciones que eran requeridos. Las dos especialidades se evaluaron en forma conjunta y con las mismas actividades para garantizar equidad.

Se consideró la clasificación presentada en la Tabla 1 para la corrección de los trabajos prácticos.

SATISFACTORIO	NO TAN SATISFACTORIO	
El que realiza la totalidad de los ejercicios bien.	PARCIALMENTE SATISFACTORIO	TOTALMENTE INSATISFACTORIO
	El que realiza la mitad de los ejercicios bien o más.	El que realiza menos de la mitad bien o entrega la hoja en blanco.

Tabla 1. Clasificación para la corrección de los trabajos prácticos

En las Tablas 2 y 3 se presenta un registro del primer procesamiento efectuado sobre las evaluaciones realizadas en el curso de Ingeniería Electrónica. Puede observarse que el registro gráfico es el que los estudiantes más conocen y el que elige la mayoría,

mientras que -paradójicamente- el registro natural es el que menos conocen y el que menos eligen.

	CONOCEN EL REGISTRO		
	GRÁFICO	ALGEBRAICO	NATURAL
SATISFACTORIAMENTE	39%	27 %	5%
PARCIALMENTE	35%	50 %	27%
INSATISFACTORIAMENTE	26%	23%	68%

Tabla 2. Resultados de las evaluaciones en Ing. Electrónica

REGISTROS DE PREFERENCIA			
REGISTRO	Alumnos que lo eligieron	Alumnos que lo resolvieron bien	Alumnos que lo resolvieron mal
GRÁFICO	73% (16 alumnos)	12 alumnos	4 alumnos
ALGEBRAICO	18 % (4 alumnos)	2 alumnos	2 alumnos
NATURAL	9% (2 alumnos)	1 alumno	1 alumno

Tabla 3. Registros de preferencia en Ing. Electrónica

Se realiza una presentación análoga, correspondiente a la especialidad Industrial, en las Tablas 4 y 5 Se puede observar que los registros gráfico y natural son los que más conocen, pero el que más eligieron es el registro gráfico. Puede notarse, además, que el registro algebraico es el que menos conocen y es el que menos eligen.

	CONOCEN EL REGISTRO		
	GRÁFICO	ALGEBRAICO	NATURAL
SATISFACTORIAMENTE	21%	7%	21%
PARCIALMENTE	41%	43%	15%
INSATISFACTORIAMENTE	38%	50%	64%

Tabla 4. Resultados de las evaluaciones en Ing. Industrial

REGISTROS DE PREFERENCIA			
REGISTRO	Alumnos que lo eligieron	Alumnos que lo resolvieron bien	Alumnos que lo resolvieron mal
GRÁFICO	63% (17 alumnos)	13 alumnos	4 alumnos
ALGEBRAICO	15 % (4 alumnos)	Ninguno	4 alumnos
NATURAL	22% (6 alumnos)	2 alumnos	4 alumnos

Tabla 5. Registros de preferencia en Ing. Electrónica

Para un conocimiento más en profundidad de las producciones de los alumnos, se transcriben a modo ilustrativo, algunas de sus respuestas en relación a las consignas que involucraban lenguaje natural.

Satisfactorio: “Una función es aquella relación entre dos conjuntos que hace que a cada elemento del primer conjunto le corresponda un único del segundo”. Totalmente insatisfactorio: “Una función es una forma de expresar algo en “función” de otra cosa”.

4. Conclusiones

En las dos especialidades, los alumnos que eligieron trabajar con el registro gráfico argumentaron en su gran mayoría que fue porque les resultaba más fácil que el registro algebraico. Nunca lo compararon con el registro natural, siendo ésta una de las opciones. Lo mismo sucedió con los que eligieron trabajar con el registro algebraico: sólo lo compararon con el gráfico. Algunos alumnos sostuvieron que eligieron un tipo de registro en particular porque lo utilizaban en el secundario o simplemente lo hicieron así sin estar en condiciones de proporcionar una explicación.

En la especialidad Electrónica, llama la atención el bajo rendimiento en el lenguaje natural así como la poca elección del mismo por parte de los alumnos, siendo -paradójicamente- éste el lenguaje habitual de comunicación entre las personas. En la especialidad Industrial sucede algo similar con el registro algebraico, en cuanto al bajo rendimiento y escasa elección del mismo. Posiblemente entre sus causas pueda considerarse la forma de trabajo en la escuela de procedencia de los alumnos.

5. Referencias

- Álvarez Méndez, J.M. (1987). *Didáctica, Curriculum y Evaluación. Ensayos sobre cuestiones didácticas*. Buenos Aires: Miño y Dávila.
- Bravin, C. y Pievi, N. (2008). *Documento Metodológico Orientador para la Investigación Educativa*. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación e Instituto Nacional de Formación Docente.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali: Universidad del Valle.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2003). *Metodología de la investigación* (3ra. ed.). México DF: McGraw Hill.
- Schivo, M. y Romiti, M. (2008). *Una mirada al proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática para ingeniería*. En M. Taborda y A. Spiegel (Compiladores), *Construyendo puentes entre la universidad y la sociedad*. Rosario: Propuesta gráfica.