

Más policubos

por

ÓSCAR CARRIÓN LOSTAL

(IES Valdespartera, Zaragoza)

Un *policubo* es una figura geométrica que se obtiene de la unión de varios cubos idénticos por sus caras.

A continuación se van a exponer diferentes actividades que se han trabajado con alumnos de Primer Ciclo de ESO y de 3.º de Diversificación del IES Valdespartera. En algunas de las actividades aportaremos las soluciones realizadas por los alumnos, unas usando el programa de software *Geogebra* y otras con las tramas isométrica y cuadrada.

El objetivo es trabajar la *visualización* ya que con la Geometría se pueden tratar casi todos los contenidos que reciben nuestros alumnos a través de la intuición espacial. Se trata de que nuestros alumnos «desarrollen las habilidades de orientación espacial y visualización de los distintos cuerpos geométricos porque se considera un objetivo valioso y necesario para cualquier ciudadano» tal como indica Juan Díaz Godino y otros [1].

Actividad 1. Unidades de medida

Dada la definición de policubo, y teniendo en cuenta que una unidad de longitud es la arista de un cubito (1 u), que una unidad de superficie es la superficie de una cara del cubito (1 u²) y que una unidad de volumen es el volumen de un cubito (1 u³), construye un cubo que tenga de arista 3 unidades.

- a) ¿Cuántos cuadrados hay en cada cara del cubo construido?, ¿y en total?
b) ¿Cuántos cubitos hay en el cubo?

c) Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta lo anterior.

	Longitud (u)	Área (u ²)	Volumen (u ³)
Un cubito			
Cubo 2 × 2 × 2			
Cubo 3 × 3 × 3			
Cubo 4 × 4 × 4			
Cubo 5 × 5 × 5			
Cubo 10 × 10 × 10			

d) Si construimos un cubo 6 × 6 × 6 hueco y lo rellenamos de un líquido, ¿cuánto líquido cabrá dentro del cubo si consideramos que la longitud de la arista de un cubito es 1 cm? Da tu respuesta en unidades de capacidad y de volumen.

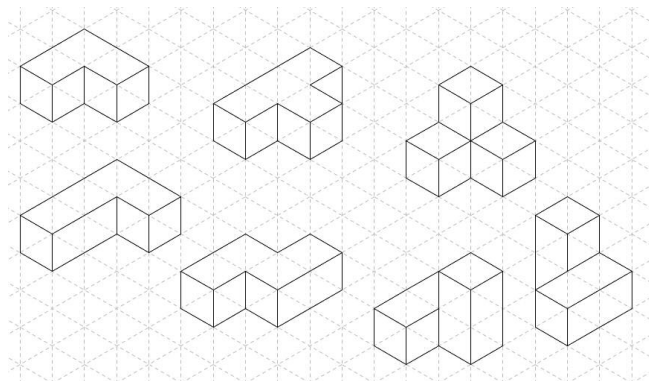
e) Si como en el apartado anterior, la longitud de la arista de un cubito es de 1 cm, ¿cuántos cubitos necesitaremos para hacer un cubo con una capacidad de un litro?, ¿y de dos litros?

f) Si queremos construir la estructura (tan solo las aristas) de un cubo de 1 m de arista con cubitos de 1 cm de arista, ¿cuántos cubitos necesitaremos?

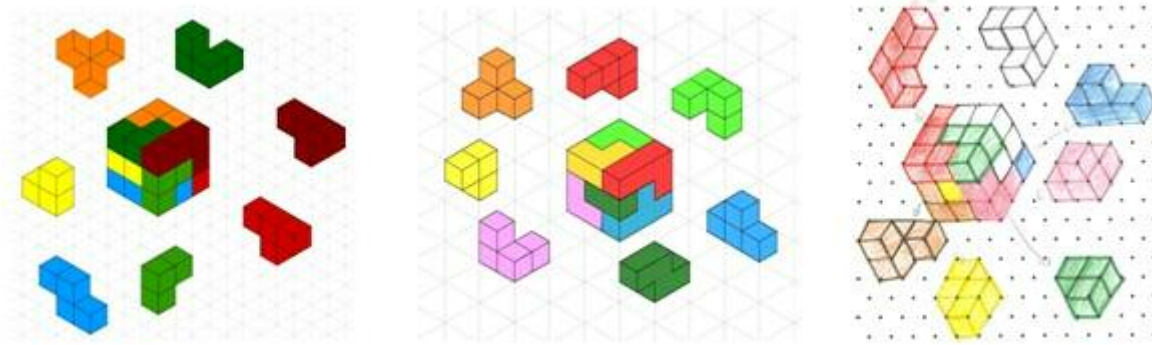
g) Si construimos un prisma 12 × 5 × 4 hueco con cubitos de 1 cm de arista, de tal forma que lo podríamos usar de estuche, ¿qué longitud máxima podrían tener los lapiceros que quisiéramos guardar en él?. (Cuidado con las paredes del estuche, que no las debes contar).

Actividad 2. Construcciones o puzzles del cubo 3 × 3 × 3

a) *Cubo Soma*. Con las siguientes piezas, un tricubo y seis tetracubos construye el cubo.

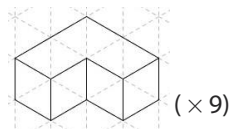


Soluciones:

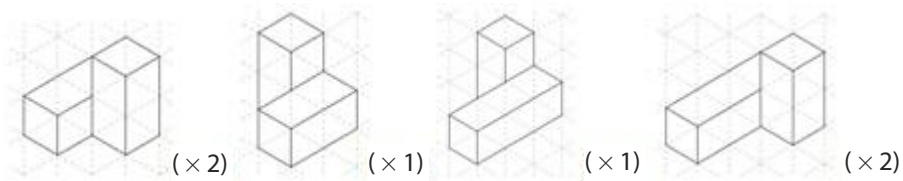


Si se quiere jugar a montar el cubo soma o a realizar otras construcciones a partir de sus piezas se puede consultar la página web <<http://aulamatematica.com/cubosoma/>>

b) *Cubo O'Berne*. Con nueve piezas idénticas (tricubo en forma de L) construye el cubo.



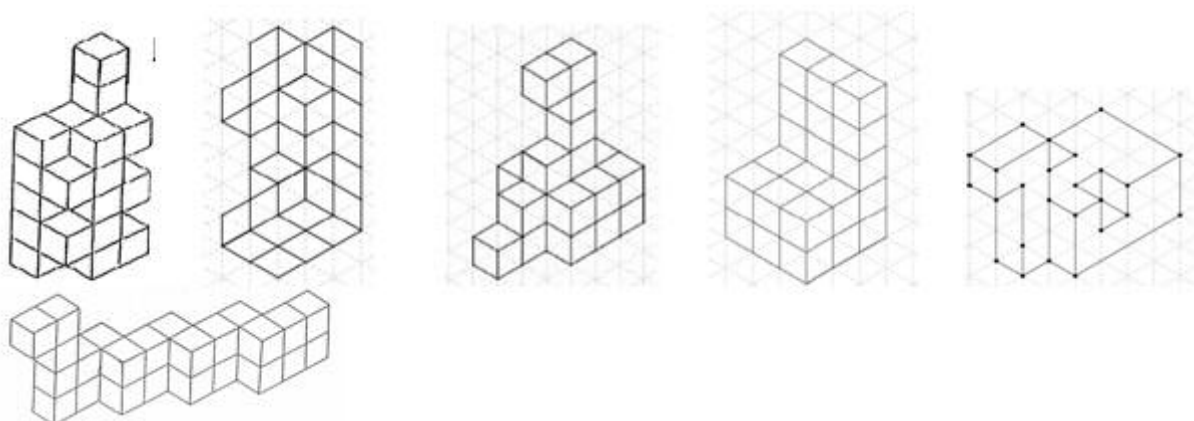
c) *Cubo Lesk*. Con las siguientes piezas, tres tetracubos (dos de ellos iguales) y tres pentacubos (dos de ellos iguales) construye el cubo.



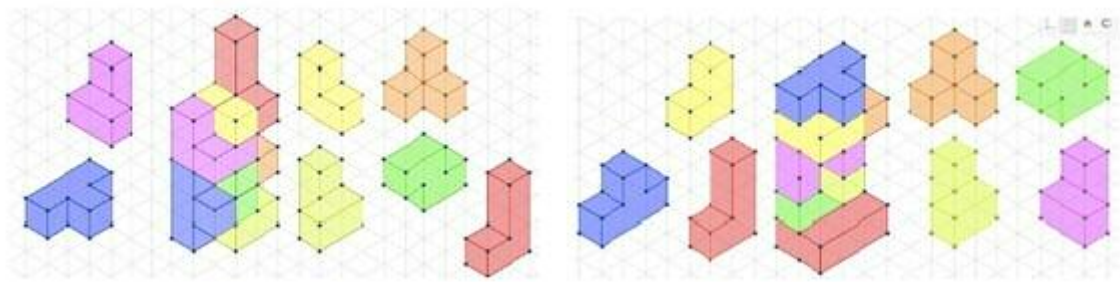
Existen muchas otras posibilidades de formar un cubo $3 \times 3 \times 3$ con diferentes piezas. Algunas de ellas se pueden ver en el apartado Otras actividades (actividad 4) que aparecen en la referencia [4].

Actividad 3. Construcción de otras figuras a partir de las piezas que configuran el cubo SOMA

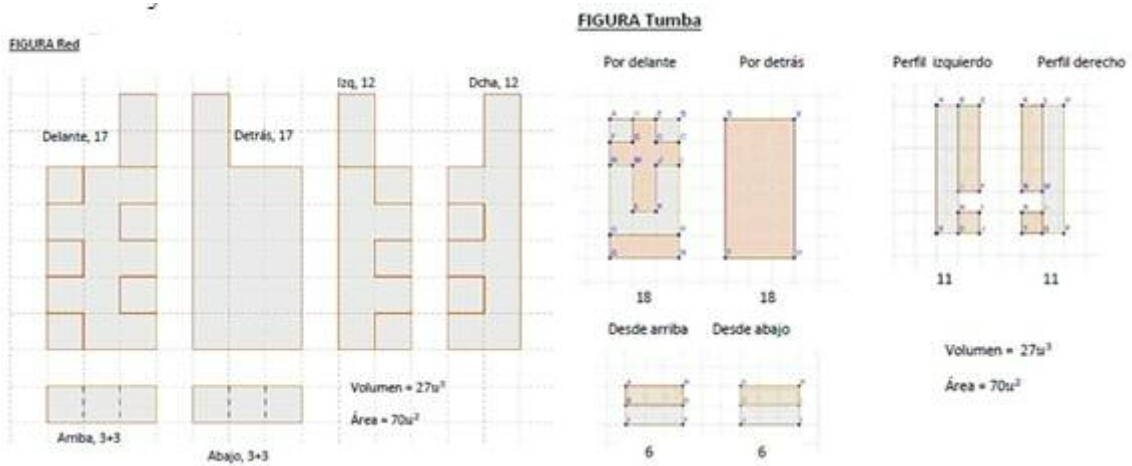
a) Con las piezas del ejercicio 2.a) anterior construir las siguientes figuras, realizar sus vistas, y a partir de ellas calcular su área total.



Soluciones:



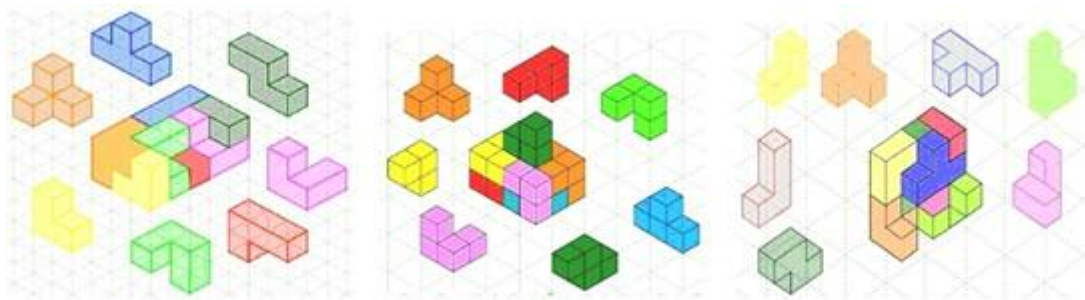
Las vistas y el cálculo del área total:



Hay muchos más ejemplos de construcción en el apartado Otras actividades (actividad 3) que se deben a John W. M. Morgan. Ver referencia [5].

b) Con las piezas del apartado anterior, invéntate figuras, realiza sus vistas y a partir de ellas calcula su área total.

Soluciones:

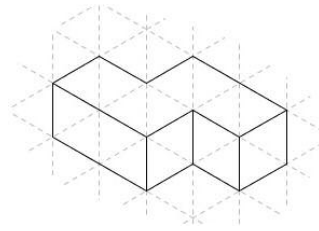


Actividad 4. Construcción de prismas

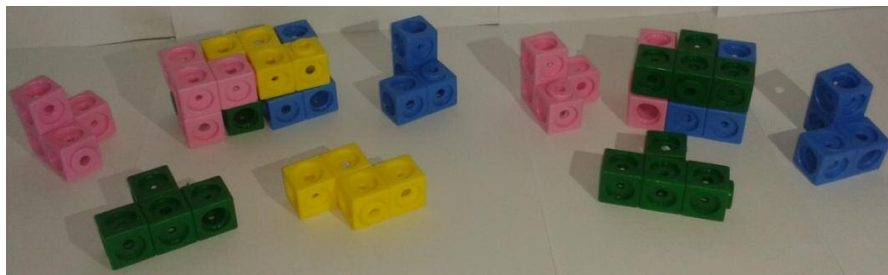
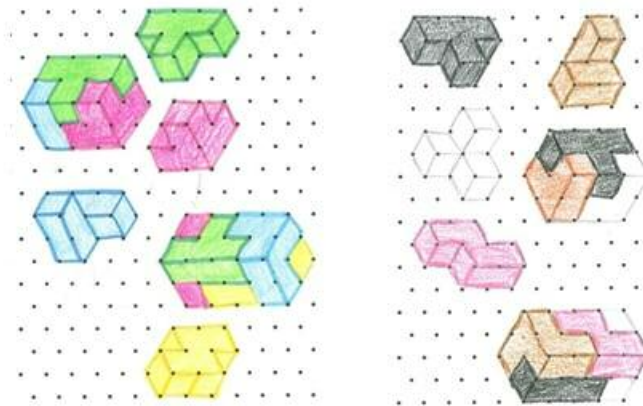
a) Con las siguientes piezas construye un prisma $3 \times 2 \times 2$.



b) Con las piezas del apartado anterior más el tetracubo en forma de S construye un prisma $4 \times 2 \times 2$.

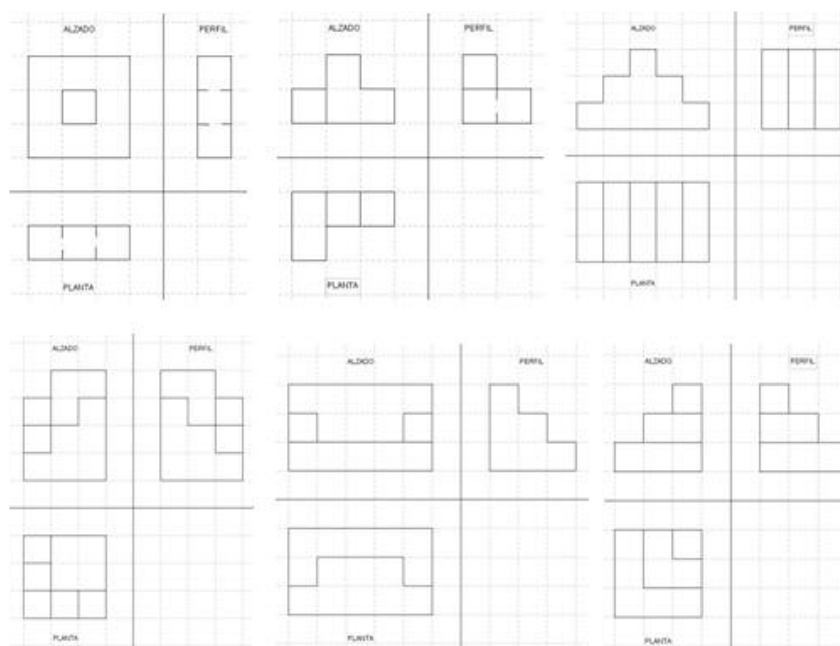


Soluciones:

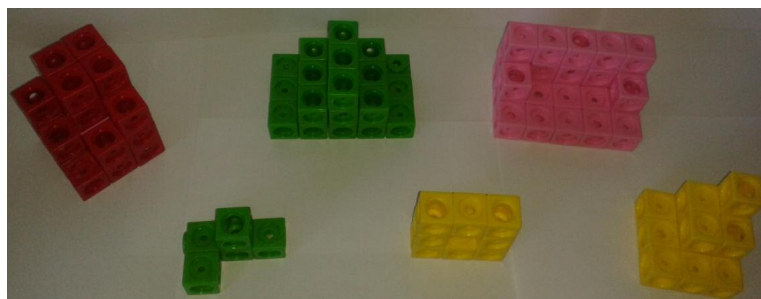
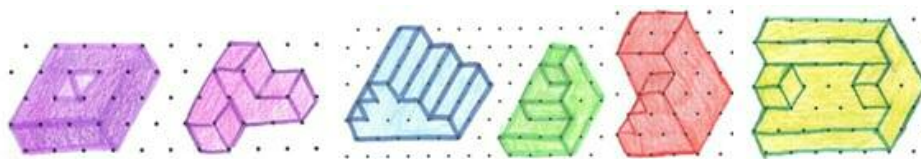


Actividad 5. Construcción a partir de las vistas

Construye las figuras en 3D correspondientes a las siguientes vistas:



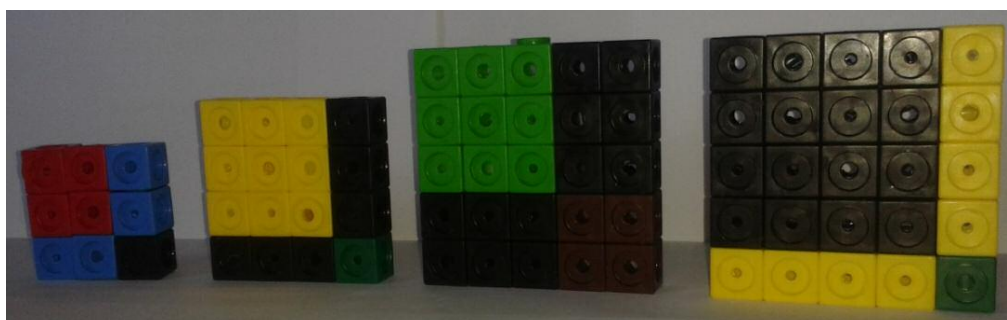
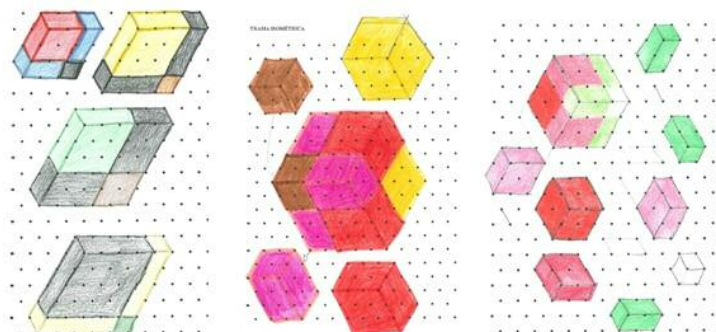
Soluciones:



Actividad 6. Desarrollo de cuadrados o cubos.

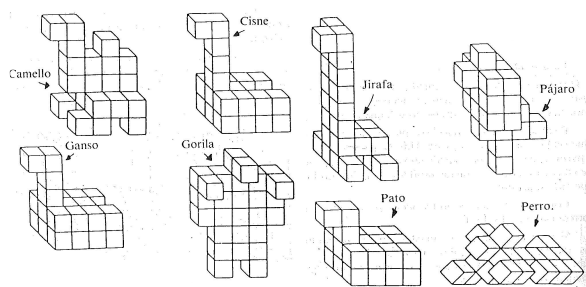
- a) A partir del desarrollo del cuadrado de la suma, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ demuestra dicha fórmula a través de una construcción con policubos.
- b) Idem que el caso anterior pero ahora con el desarrollo del cubo de la suma $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3$

Soluciones:

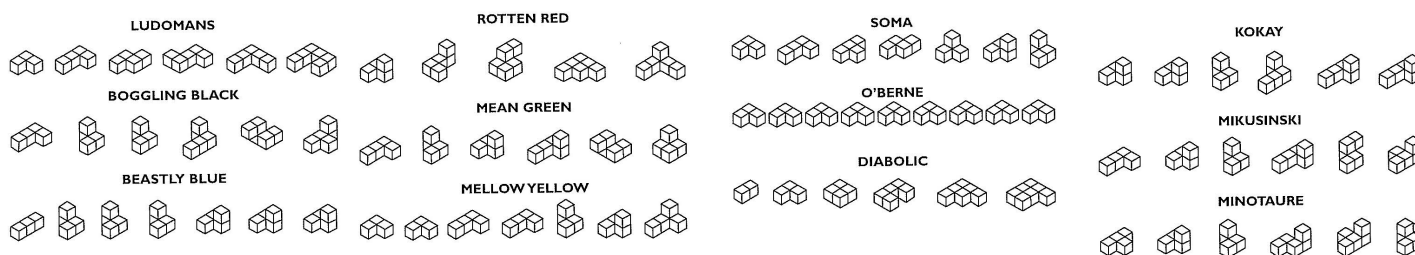


Otras actividades

1. Con 12 pentacubos y un tetracubo intenta formar cubos de $4 \times 4 \times 4$, recuerda que hay 29 pentacubos distintos. Ver [5].
2. Con 20 hexágonos y un pentacubo intenta formar cubos de $5 \times 5 \times 5$, recuerda que hay 166 hexacubos distintos. Ver [5].
3. Con las piezas que has utilizado para montar el cubo Soma, realiza las siguientes figuras creadas por JohnW. M. Morgan. Ver [5].



4. Más rompecabezas. En el libro de recursos y orientaciones didácticas de 2.º ESO de la editorial Marfil, nos proponen otros puzzles aparte de los citados anteriormente. Ver [4].



Otras referencias

- [1] «Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización y orientación espacial», Juan Díaz Godino y otros, *Números, revista de Didáctica de las matemáticas*, volumen 77, julio 2011, páginas 99-117, de ISSN: 1887-1994
- [2] *Libro de Geometría de 2.º ESO, Actividades para los alumnos y las alumnas del Ministerio de Educación y Ciencia*, de los autores Salvador Caballero y otros, con ISBN, 84-7579-954-X
- [3] *Libro de Geometría de 4.º ESO, Actividades para los alumnos y las alumnas del Ministerio de Educación y Ciencia*, de los autores Floreal Gracia y otros, con ISBN, 84-482-0153-1
- [4] *Libro de texto de Matemáticas de 2.º ESO*, de la Editorial Marfil, el cual incluye muchas de las actividades citadas en los libros anteriores, de los autores Lluís M. Botella y otros, de ISBN, 978-84-268-1353-4 y el libro de recursos y orientaciones didácticas de 2.º ESO de ISBN, 978-84-268-1392-3 de los mismos autores.
- [5] *Problemas a mí, volumen 3 (Juegos Matemáticos)*, de Fernando Corbalán y José María Gairín, páginas 80 a 82, de la editorial Edinumen, ISBN: 84-857-89-39-3.
- [6] *Las disecciones de cubos. Secuenciación en tamaños y dificultad como una propuesta didáctica. Estudio del cubo $2 \times 2 \times 2$. Algunas presentaciones de cubos $3 \times 3 \times 3$ y $4 \times 4 \times 4$, y un reto*, de J. A. Rupérez Padrón y M. García Déniz —Club Matemático—, *Números, revista de Didáctica de las Matemáticas*, vol 72, diciembre de 2009, páginas 129-139, de ISSN: 1887-1984.
- [7] «Disecciones de cubos, juegos de persecución y otros problemas», De J. A. Rupérez Padrón y M. García Déniz —Club Matemático— *Números, revista de Didáctica de las Matemáticas*, vol 73, marzo de 2010, páginas 103-114, de ISSN: 1887-1984.

Nota: Todas las figuras que aparecen en los enunciados de las actividades se han realizado a través del software gratuito *Geogebra* <<https://www.geogebra.org/>>