

Ajuste de curvas

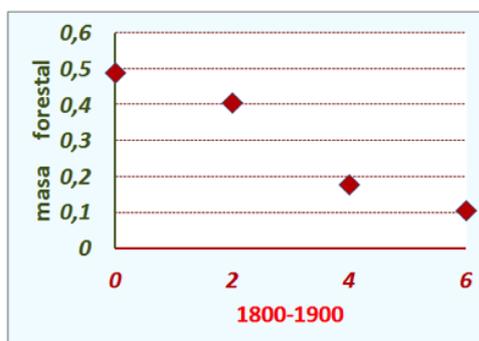
por

MIGUEL BARRERAS ALCONCHEL
(IES Matarraña, Valderrobres)

Fran acaba de presentar con éxito su tesis doctoral de Economía en la universidad de Oxford: *Deforestación en España en el siglo XIX*. Lleva tres años en Oxford, dando clases y preparando la tesis. Hace cuatro, cuando empezó a trabajar en ella, era profesor de Economía en un instituto de secundaria español. Antes de empezar a elucubrar posibles conclusiones de sus tesis, debió recoger muchos datos.

Tuvo que trabajar con una tabla sencilla: masa forestal en función del tiempo (una vez simplificadas las unidades), que representó con Excel, siguiendo los pasos habituales: *Insertar / Gráfico / XY Dispersión / Dispersión sólo con marcadores*.

t	M. F.
0	0,4912
2	0,4074
4	0,1791
6	0,1072



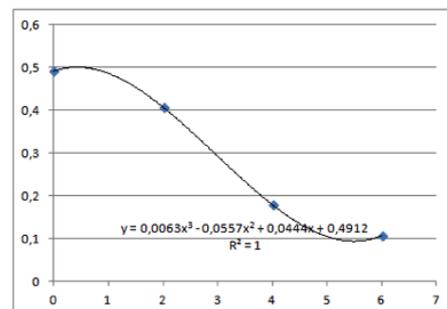
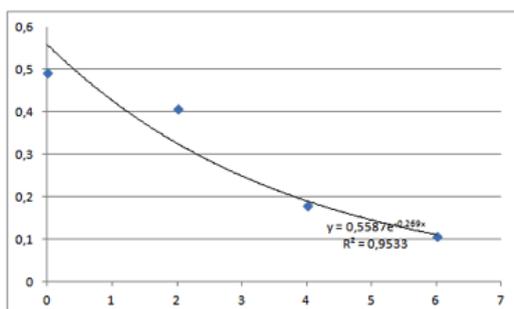
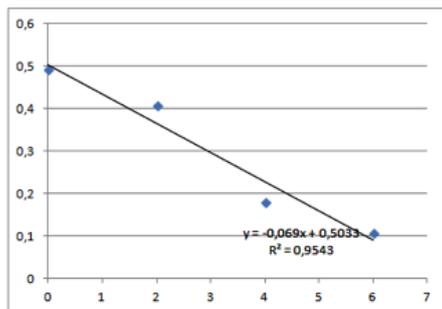
Para dar valor científico a esos números, necesitaba una función a la que los datos se ajustaran. Con esa función se podrían estimar situaciones intermedias y hacer predicciones a corto plazo. Necesitaba una función decreciente (la masa forestal en el siglo XIX siempre decreció, no hubo ningún plan de repoblación) y que pasara por esos 4 puntos.

Ajustes ordinarios

Partiendo de una nube de puntos, Excel ofrece distintas líneas de ajuste. Representa la gráfica de ajuste, escribe su expresión algebraica y da el coeficiente de correlación al cuadrado (R^2), un indicador del grado de buen ajuste de los puntos a la curva.

Es fácil: Se selecciona un punto cualquiera del gráfico de la nube de (los 4) puntos (se seleccionan todos). Botón secundario. *Agregar línea de tendencia*.

Para estos datos, Excel proporciona 3 líneas distintas: lineal, exponencial, polinómica de grado 3. (No olvidemos activar las celdas *Presentar ecuación en el gráfico* y *Presentar el valor R cuadrado en el gráfico*). Estos son los 3 ajustes que se obtienen:



Los dos primeros ajustes no sirven porque no pasan por los 4 puntos.

Tampoco el polinómico de grado 3, pues, aunque pasa por los 4 puntos ($R^2 = 1$), no es siempre decreciente.

Fran tiene un problema².

Ajuste con Solver

Menos mal que tiene un amigo en el departamento de Matemáticas, Evaristo, que sabe un poco de Excel y le va a resolver la papeleta.

Descripción del fenómeno: «Al principio la tala fue suave; cada vez más fuerte con el tiempo; hacia final de siglo, se amortiguó bastante».

Evaristo pensó que esto podía encajar con una curva logística, que suele describir bastante bien situaciones de crecimiento, cuya ecuación general es:

$$y(t) = \frac{a}{1 + e^{b+ct}} + d$$

Se trata de encontrar los parámetros a, b, c, d que hagan pasar la curva por los 4 puntos dados (condiciones iniciales).

Tal vez la herramienta *Solver* no aparezca en la categoría *Datos* de la *Barra de herramientas*. Se saca así: *Botón de Office / Opciones de Excel / Complementos / Ir... / Activar la opción Solver*.

Este es el proceso para encontrar la logística de ajuste:

Escribir en el bloque F1:G4 las condiciones iniciales (estos datos son inamovibles).

En el bloque J1:J4 se escribe un tanteo inicial (¿irrelevante?) de los parámetros que se quiere determinar. Para agilizar la sintaxis, los valores de los parámetros se nombran con a, b, c, d de esta manera: Seleccionar la celda J1 y en el *Cuadro de nombres* (arriba, a la izquierda) escribir a, *Enter*, etc.)

	E	F	G	H	I	J
1	A	0	0,4912	a		0,5
2	B	2	0,4074	b		-4
3	C	4	0,1791	c		1
4	D	6	0,1072	d		0,6

condiciones (celda G6)

inicial	0,5998069
C1	0,6329985
C2	0,6709
C3	0,5524015

condiciones

inicial	=(a/(1+EXP(b+c_*F1))+d-G1)
C1	=(a/(1+EXP(b+c_*F2))+d-G2)
C2	=(a/(1+EXP(b+c_*F3))+d-G3)
C3	=(a/(1+EXP(b+c_*F4))+d-G4)

La curva debe pasar por 4 puntos. Escribamos las condiciones:

Que la curva pase por los 4 puntos equivale a que las celdas G7:G10 tomen el valor 0. Esto se consigue así:

Seleccionar G7 / Datos / Solver

Celda objetivo: G7.

Valor de la celda objetivo: Valores de: 0

Cambiando las celdas: (seleccionar) a; b; c; d

Sujetas a las siguientes restricciones (con el botón

Agregar):

G8=0; G9=0; G10=0. Resolver.

Vemos que, efectivamente, se cumplen las 4 condiciones. Donde buscábamos ceros, no debe sorprendernos que no los hallemos ex-



plicítamente. Los valores tan próximos a 0 nos dan una idea de la precisión de la herramienta *Solver*.

Representar la curva es sencillo. Se construye una tabla de valores con un rango para t de 0 a 6, con incremento 0,1:

20	0	=a/(1+EXP(b+c_*A20))+d
21	0,1	=a/(1+EXP(b+c_*A21))+d

condiciones (celda G6)

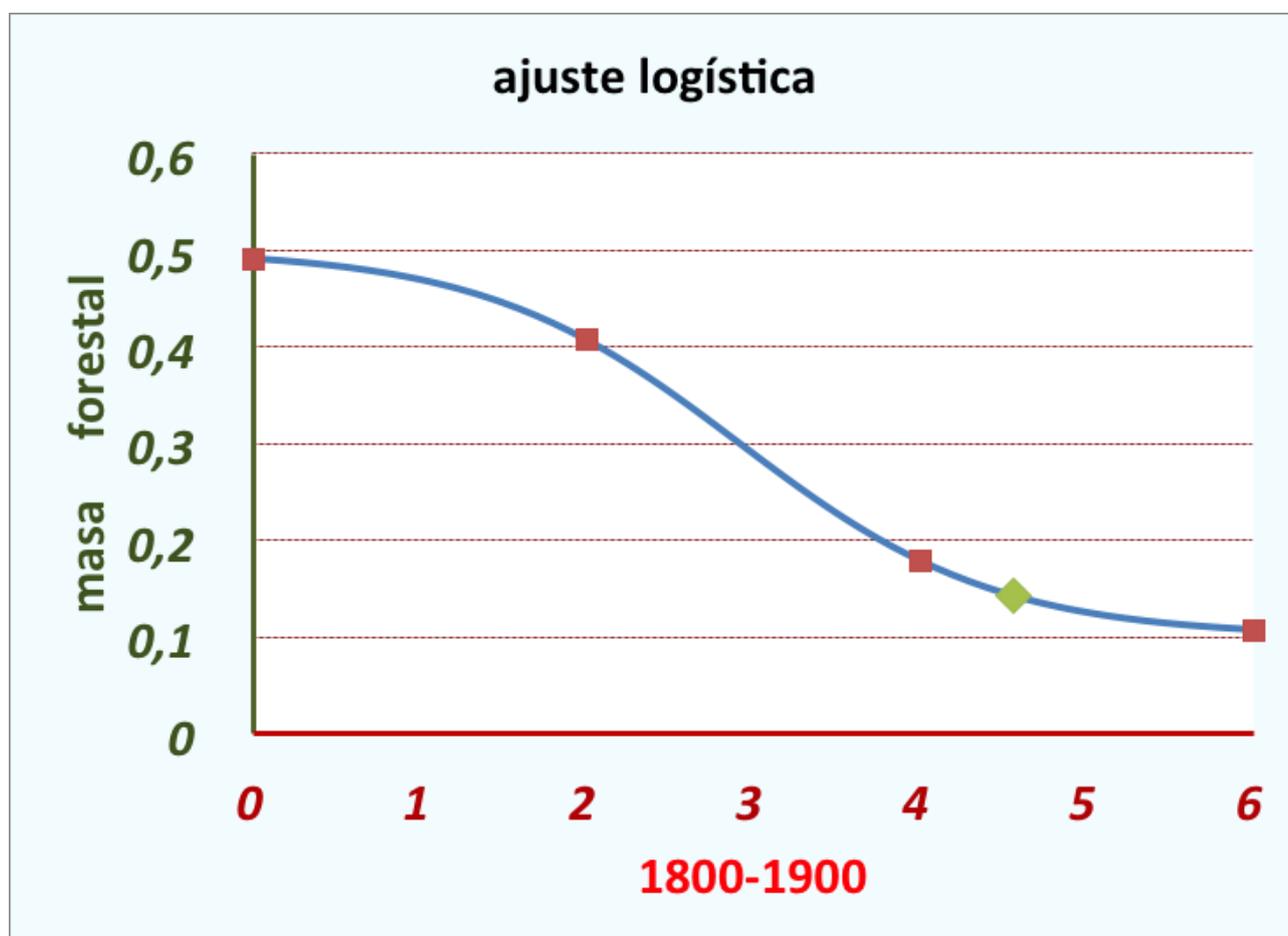
inicial	-5,65E-07
C1	-4,54E-07
C2	-1,2E-08
C3	1,204E-07

Una vez encontrada la curva de ajuste, pueden hacerse estimaciones: masa forestal en 1876:

estimación		
año	t en [0, 6]	MF
1876	=(F14-1800)*6/100	=a/(1+EXP(b+c_*G14))+d

Este método sirve para realizar el ajuste de cualquier curva: para determinar k parámetros se necesitan k puntos. Para ajustar un polinomio de grado n , se requieren $n+1$ puntos.

Aquí aparece el problema resuelto de manera gráfica:



1 El libro Excel que resuelve el problema puede verse en <<http://catedu.es/calendas/catexcel/funciones.htm>>.

2 Fran fue un buen estudiante de ADE. No había olvidado ajustar curvas; simplemente, no se lo explicaron.