

**RECURSOS DIDÁCTICOS EN ANÁLISIS MATEMÁTICO I:
SU VINCULACIÓN CON LA VISUALIZACIÓN DINÁMICA Y EL INTERÉS
EN EL APRENDIZAJE DE LOS FUTUROS INGENIEROS. EL CASO DE LA
FRSN-UTN**

María Elena Schivo⁽¹⁾; Natalia Sgreccia⁽²⁾; Marta Caligaris⁽¹⁾

⁽¹⁾ Grupo Ingeniería & Educación – Facultad Regional San Nicolás – Universidad Tecnológica Nacional

⁽²⁾ Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura – Universidad Nacional de Rosario – Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas
meschivo@arnet.com.ar, sgreccia@fceia.unr.edu.ar, mcaligaris@frsn.utn.edu.ar

Resumen

Este trabajo forma parte de una tesis de Maestría en proceso en la que se ha elegido analizar la incidencia de ciertos recursos didácticos en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de Análisis Matemático I en carreras de Ingeniería de la Facultad Regional San Nicolás (FRSN) de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN).

En el proyecto de tesis se propone realizar una experiencia piloto en la unidad didáctica referida a “Derivada y aplicaciones” utilizando material didáctico interactivo confeccionado con GEOGEBRA. Se aplicará en el curso de Ingeniería Electrónica, mientras que en la especialidad Mecánica se desarrollarán los mismos contenidos en forma tradicional (sin uso de software). Finalmente se compararán los resultados en el aprendizaje de los estudiantes de ambas especialidades.

En este trabajo se describe el proyecto de tesis y se muestra parte del material didáctico interactivo diseñado para favorecer la visualización dinámica de los contenidos de la unidad mencionada.

Palabras clave: recursos didácticos – visualización – Análisis Matemático I

1. Introducción

Dentro de la formación básica de un futuro ingeniero, juegan un papel muy importante los conocimientos matemáticos. Por otro lado, en este mundo de hoy, tan diferente al de hace diez o veinte años, es imprescindible manejar tanto la información como las habilidades adecuadas, y la Matemática no escapa de este diagnóstico. La forma en que se enseñaba antes pareciera no funcionar ahora. No es igual el modo en que los alumnos acceden al conocimiento. Por ello, se requiere que los docentes de Matemática para Ingeniería reflexionen en torno a la implementación de innovaciones metodológicas en el aula, acordes a estos cambios.

Este trabajo forma parte de una tesis de Maestría en Docencia Universitaria en la que se ha propuesto realizar una experiencia piloto para analizar la incidencia de ciertos recursos didácticos en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de Análisis Matemático I en carreras de Ingeniería de la Facultad Regional San Nicolás (FRSN) de la Universidad Tecnológica Nacional (UTN).

La finalidad de la investigación es contribuir a optimizar la formación de los futuros ingenieros, analizando si, con la incorporación de la tecnología como recurso didáctico que favorezca una visualización dinámica de ciertos contenidos:

- se favorece el desarrollo de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de Análisis Matemático I,

- los alumnos se forman representaciones mentales más adecuadas de los conceptos fundamentales y aumentan su interés por la materia.

Se ha elegido Análisis Matemático I como espacio curricular objeto de la investigación porque, desde la práctica docente, se puede asegurar que a los alumnos que la cursan les resulta diferente a las matemáticas estudiadas hasta el momento. El Cálculo es dinámico: estudia el cambio y el movimiento; trata cantidades que se aproximan a otras cantidades. Esto hace que su enseñanza y su aprendizaje se dificulten si sólo se utilizan imágenes estáticas por mejores que éstas sean.

En la actualidad se dispone de un instrumento extraordinariamente potente, como la computadora, cuya influencia sobre el quehacer matemático se deja sentir en muchos aspectos y uno de ellos es la visualización. En lo que se refiere en particular al Análisis Matemático, la existencia de programas como MAPLE o MATHEMATICA, entre los programas comerciales y GEOGEBRA o SCILAB entre los programas gratuitos, con capacidades de representación extraordinariamente versátiles e interactivas, puede cambiar la presentación de los contenidos.

En este trabajo se describe sintéticamente el proyecto de tesis y se muestra el material didáctico interactivo diseñado para ser utilizado en la experiencia. Este material fue realizado con el software libre GEOGEBRA, disponible en español, que permite una forma de trabajo muy sencilla y se puede obtener desde www.geogebra.org. El material especialmente diseñado para esta investigación está conformado por ventanas interactivas que se han confeccionado para ser utilizadas en las clases teóricas correspondientes a la segunda unidad didáctica de la materia, referida a “Derivada y aplicaciones”.

2. Descripción del proyecto de investigación

Con la investigación a llevar a cabo se pretende, en primer término, analizar ciertas características actuales de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de Análisis Matemático I en la Facultad de referencia (FRSN-UTN), focalizando la atención en los recursos didácticos que utilizan los docentes para enseñar y los alumnos para estudiar.

Para esta primera etapa el diseño será no experimental de alcance descriptivo, según la clasificación de Bravin y Pievi (2008) y se considerarán como participantes de esta investigación a todos los docentes de Análisis Matemático I de la FRSN, con cargo de Profesor Adjunto, Asociado o Titular y a los alumnos que cursan primer año de Ingeniería Electrónica y Mecánica en el año 2011. Los estudiantes de estas especialidades generalmente demuestran tener desempeño académico similar en la materia. No obstante, como punto de partida se analizarán comparativamente los resultados del parcial y trabajos prácticos conceptuales de la unidad didáctica anterior a la de derivadas.

Para indagar sobre el interés que los estudiantes tienen por estudiar Análisis Matemático, también se propone trabajar con los alumnos de las mismas especialidades. Las técnicas de recolección de información en esta primera parte comprenden la realización de entrevistas personalizadas a los docentes y encuestas de opinión a los alumnos, consistentes en un cuestionario con escala de tipo Likert (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2003) con cinco opciones de respuesta por ítem.

En la segunda parte de la investigación se propone realizar una prueba piloto con dos grupos diferenciados (control y testigo) de participantes, para observar posibles cambios en los resultados de los procesos de enseñanza y de aprendizaje, a partir de la

modificación de algunas estrategias didácticas que favorezcan la visualización de ciertos conceptos.

En esta etapa se utilizará un diseño cuasi – experimental, según la clasificación de Bravin y Pievi (2008), para comparar niveles de desempeño y representaciones mentales que se forman los alumnos sobre los conceptos fundamentales de la unidad “Derivada y aplicaciones”.

El curso correspondiente a la carrera de Ingeniería Mecánica actuará como grupo de control y en él se desarrollará la unidad didáctica “Derivada y aplicaciones” de una manera tradicional, es decir, por medio de explicaciones orales o escritas en pizarrón por parte del docente a cargo de la parte teórica. La especialidad de Ingeniería Electrónica actuará como grupo testigo y, en ésta, la misma unidad didáctica se desarrollará utilizando material didáctico interactivo confeccionado con el software libre GEOGEBRA que permita la visualización dinámica de los conceptos fundamentales y propicie la participación colectiva a través de la discusión teórica del tema tratado.

Una vez finalizada la enseñanza de la unidad didáctica, en primer término se aplicará nuevamente a los alumnos de las dos especialidades de Ingeniería un cuestionario con escala de tipo Likert (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2003), con cinco opciones de respuesta por ítem, para cuantificar su opinión acerca de si modificaron su interés por la materia después de estudiar la unidad didáctica “Derivada y aplicaciones”.

También se propone realizar un análisis comparativo de las puntuaciones obtenidas por las dos especialidades con las que se trabajará en el examen parcial correspondiente a la unidad didáctica, así como de las respuestas a determinadas preguntas conceptuales que figurarán en el mismo. Con este último análisis se pretende investigar qué diferencias en el aprendizaje y desempeño de los estudiantes se pueden identificar, fundamentalmente en lo referido a los procesos de visualización involucrados.

3. Material didáctico diseñado

La visualización matemática es el proceso de formar imágenes (mentales, o con lápiz y papel, o con la ayuda de la tecnología) y usar esas imágenes efectivamente para el descubrimiento y entendimiento matemático (Zimmermann y Cunningham, 1991).

De Guzmán (1996), al referirse a las dificultades que se presentan en la visualización en Matemática, opina que ésta es un proceso dinámico. El medio de transmisión hasta ahora utilizado tanto en los artículos como en los textos que manejan los estudiantes es, fundamentalmente, la letra escrita, un medio estático que no se adapta en absoluto a los procesos de visualización. En un libro, en un artículo, se transmite normalmente sólo el producto final, la imagen última con todos los elementos acumulados en ella, lo que resulta muchas veces engorroso de interpretar.

Sin embargo, las ideas y conceptos del Análisis Matemático presentan una gran riqueza de contenidos visuales, intuitivos, geométricos, que están constantemente presentes en el mecanismo mental, tanto en las tareas de presentación y manejo de los teoremas y métodos como en la de resolución de problemas, pero que rara vez pasan a las presentaciones escritas, ya sea por la dificultad material de realizarlo o tal vez por una especie de atadura inconsciente a las formas tradicionales de presentación (De Guzmán, 1996).

Zimmermann (1990, citado en Hitt, 2003) afirma que conceptualmente, el papel del pensamiento visual es tan fundamental para el aprendizaje del Análisis Matemático que

es difícil imaginar un curso exitoso de esta materia que no enfatice los elementos visuales del tema si se tiene la intención de promover un entendimiento conceptual.

Para realizar la experiencia piloto se confeccionaron veinticuatro aplicaciones propias con GEOGEBRA para ser utilizadas en las seis clases teóricas de la unidad didáctica. Este software es una herramienta práctica que permite al docente confeccionar su propio material didáctico que puede ir desde un simple gráfico estático hasta páginas web dinámicas, mediante applets. La facilidad con la que pueden cambiar los objetos a través de deslizadores, obligándolos a adquirir diferentes posiciones, permite la observación dinámica de lo que se quiere mostrar.

Para ilustrar la interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto se confeccionaron dos ventanas interactivas. Con una primera animación se muestra, para un incremento positivo, cómo a medida que el incremento de la variable tiende a cero, la recta secante se convierte en recta tangente. Con una segunda se aprecia que el incremento también puede ser negativo. En la Fig. 1 se exhibe la primera de ellas, para dos valores diferentes del deslizador.

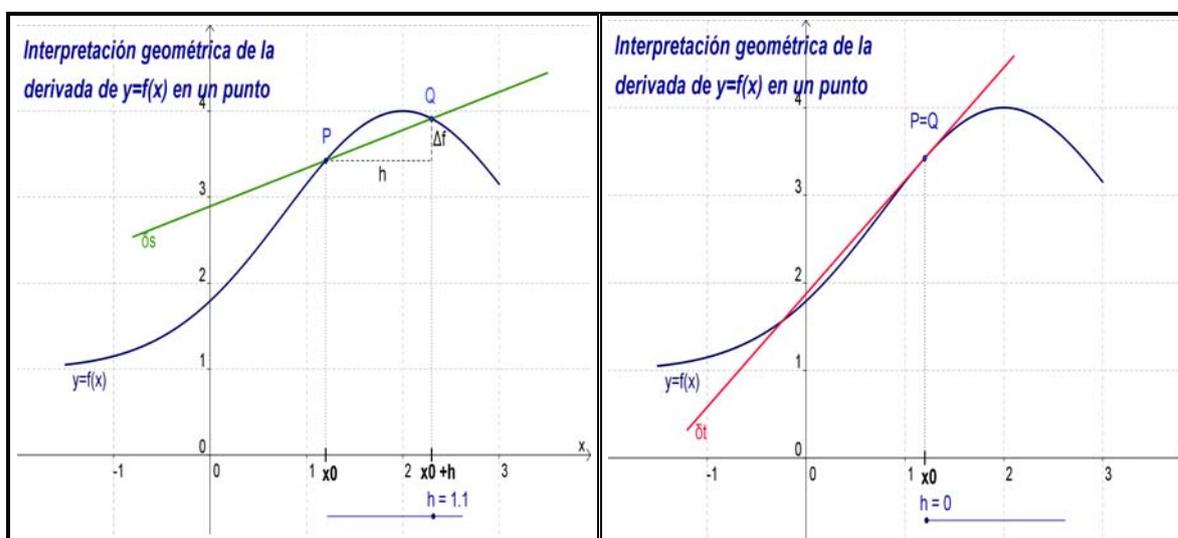


Figura 1. Interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto

La ventana que se presenta en la Fig. 2, a la izquierda, se utilizará para mostrar animadamente el caso de un punto anguloso con recta tangente vertical; uno que no admite recta tangente y otro en el que las tangentes por derecha y por izquierda convergen presentando un punto de inflexión con tangente vertical. Los tres casos se eligen mediante casillas de control que permiten seleccionar de a uno por vez. A la derecha se presenta la ventana interactiva que se confeccionó para la generación de la función derivada. Contiene un deslizador que representa a los distintos puntos x_0 de un intervalo del dominio de una función. La pantalla muestra una función y , a medida que se va cambiando el x_0 , también representa a la recta tangente y el valor de su pendiente en cada punto de un intervalo, mediante un texto dinámico que permite apreciar que ese valor es el que asume en cada punto la función derivada correspondiente.

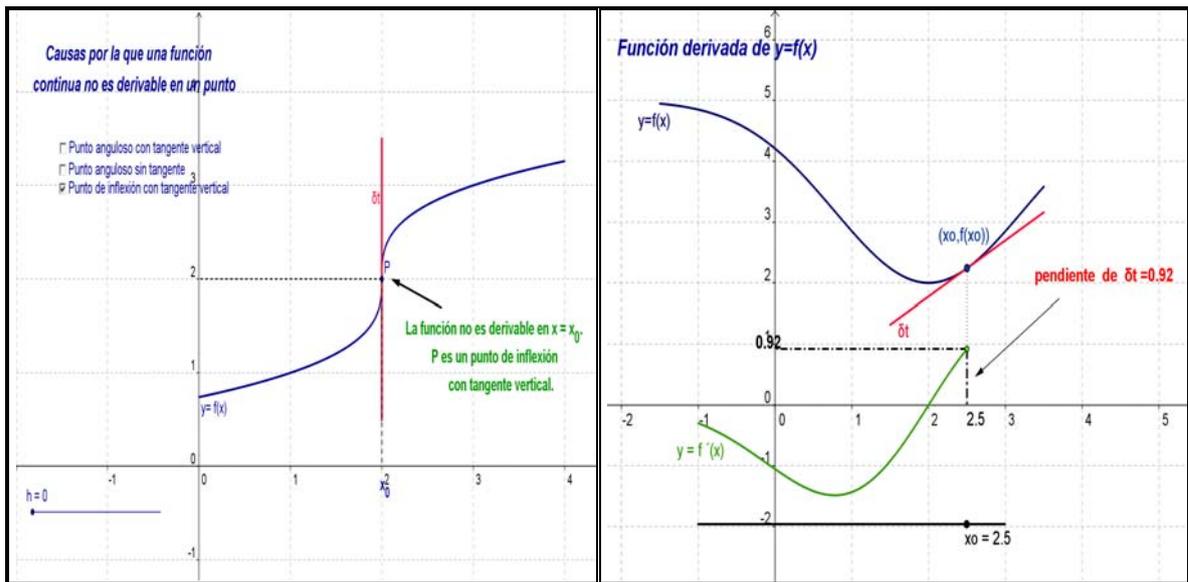


Figura 2. Funciones no derivables en algún punto y función derivada

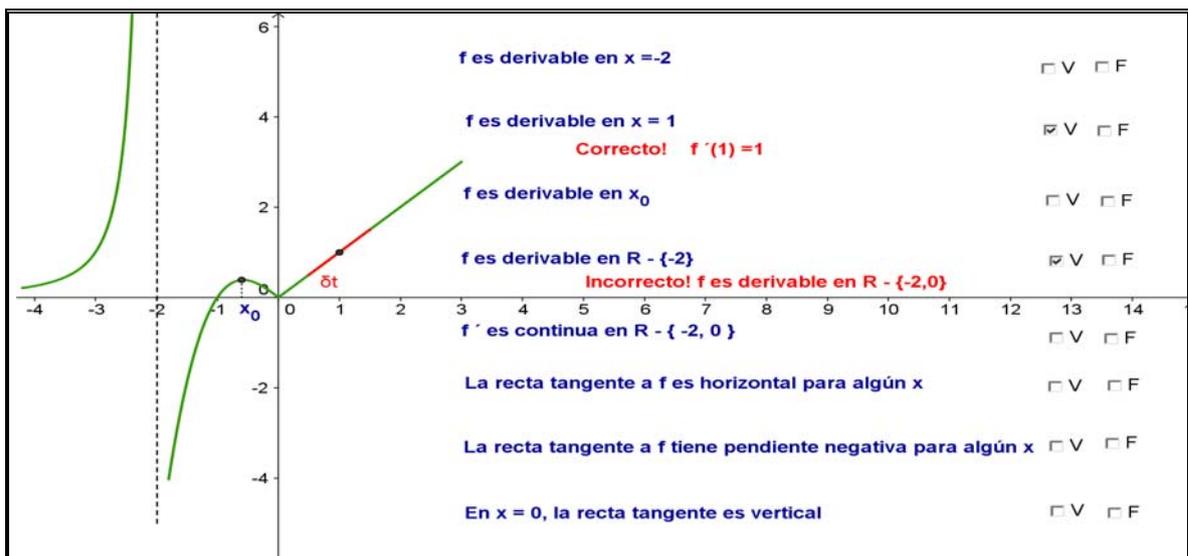


Figura 3. Actividad de revisión

Para realizar la revisión periódica de los contenidos que se van desarrollando, se han preparado pantallas como la que se presenta en la Fig. 3, en la cual se muestran la representación gráfica de una función y proposiciones asociadas. Los estudiantes, interactuando con el docente, deben responder con verdadero o falso, propiciándose la generación de discusiones en la clase. Esto se ve favorecido, a su vez, con el uso intencional por parte del docente de casillas de control (ubicadas en el lado derecho de la Fig. 3) que al seleccionarlas muestran la respuesta y la correspondiente justificación. En la Fig. 4, a la izquierda, se presenta la ventana confeccionada para ilustrar la interpretación geométrica del diferencial (df) de una función en un punto x_0 para un incremento determinado de la variable (Δx) y su comparación con el incremento de la función (Δf). Contiene dos deslizadores: uno que permite que Δx tome distintos valores y otro que hace que se pueda mostrar la interpretación geométrica para distintos x_0 .

En la misma Fig. 4, a la derecha, se muestra una de las dos ventanas confeccionadas para favorecer la visualización de la aproximación local por medio de un polinomio de Taylor. En ambos casos, la representación gráfica y algebraica de los distintos grados del polinomio se logra mediante un deslizador y un texto dinámico respectivamente.

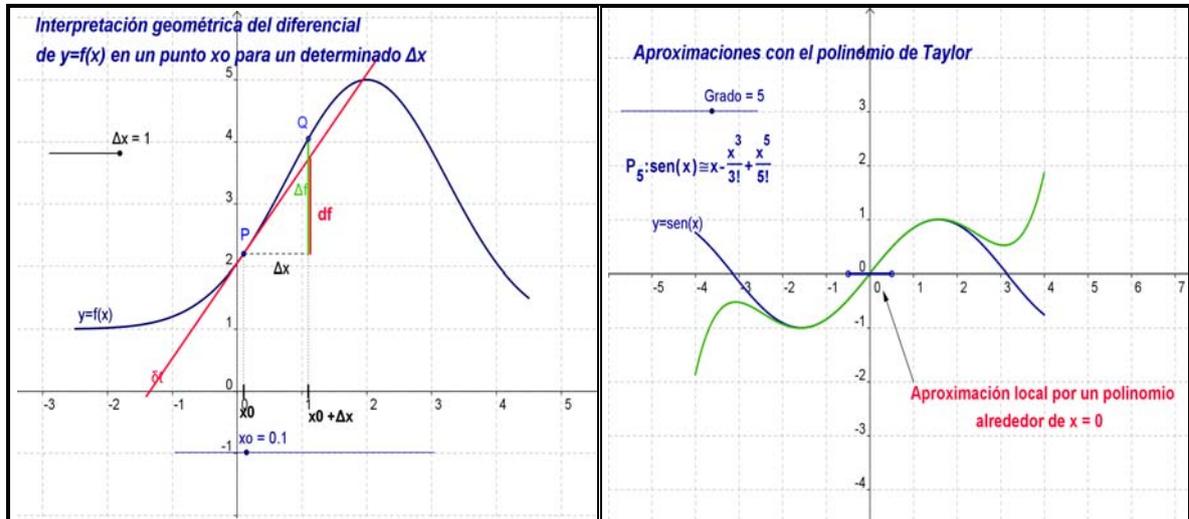


Figura 4. Interpretación geométrica del diferencial y aproximación por el polinomio de Taylor

También se confeccionó una pantalla para trabajar en clase la escritura en símbolos de las definiciones de función creciente y de máximo relativo que se eligen mediante casillas de control. Al seleccionar una de ellas y desplazar el deslizador, aparecen en forma animada y con su correspondiente escritura simbólica mediante un texto dinámico, como se muestra en la Fig. 5, a la izquierda. Del mismo modo se preparó otra pantalla para trabajar las definiciones de función cóncava, convexa y puntos de inflexión.

Para mostrar la relación entre las definiciones mencionadas y el signo de las derivadas se ha preparado una ventana interactiva con dos casillas de control. Al seleccionar la que corresponde a la derivada primera, se muestra a una función que tiene un máximo y un mínimo relativo. Desplazando el deslizador, aparece trazada la recta tangente y el signo de la derivada mediante un texto interactivo. También se van señalando los intervalos de crecimiento y de decrecimiento como se muestra a la derecha, en la Fig. 5. Al seleccionar la segunda casilla, se muestra la relación entre la concavidad, convexidad y el signo de la derivada segunda en distintos puntos.

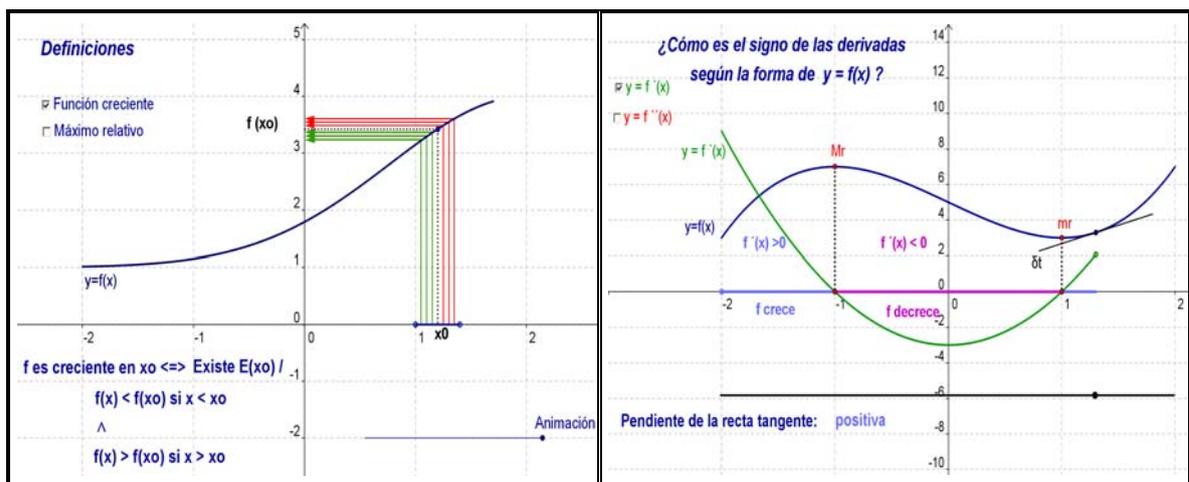


Figura 5. Definiciones y su relación con el signo de las derivadas

4. Conclusiones

La visualización que proponen los libros, o los gráficos que realiza el profesor en el pizarrón, es estática y requiere que la capacidad de imaginación de los alumnos esté convenientemente entrenada.

Cuando el docente piensa en estrategias de enseñanza para los conceptos fundamentales del Cálculo en una variable, tiene que tener en cuenta que éste también es dinámico debido a que estudia el cambio y el movimiento. Por lo tanto debería considerar que, hoy en día, la existencia de programas libres con capacidades de representación versátiles e interactivas, puede mejorar la presentación de los contenidos que se enseñan en esta área del conocimiento, permitiendo la visualización dinámica de los mismos.

5. Referencias

- Bravin, C. y Pievi, N. (2008). *Documento Metodológico Orientador para la Investigación Educativa*. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación e Instituto Nacional de Formación Docente.
- De Guzmán, M. (1996). *El Rincón de la Pizarra. El papel de la visualización*. Madrid, España: Pirámide.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2003). *Metodología de la investigación* (3ra. ed.). México DF: McGraw Hill.
- Hitt, F. (2003). *Una reflexión sobre la construcción de conceptos matemáticos en ambientes con tecnología*. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, X (2).
- Zimmermann, W. y Cunningham, S. (1991). *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*. MAA Notes, 19.