

ANÁLISIS DE LOS REGISTROS DE REPRESENTACIÓN QUE UTILIZAN DOCENTES DE LA EP EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Marcos Varettoni¹; Inés Elichiribehety²

¹Equipo Técnico Regional de Capacitación. CIE Ayacucho, Buenos Aires. Argentina.

²NIECYT. Facultad de Ciencias Exactas. UNCPBA. Tandil, Argentina

varrebox@yahoo.com.ar ; ielichi@exa.unicen.edu.ar

Resumen

Este trabajo estudia desde una perspectiva didáctica las representaciones externas que utilizan docentes de la Educación Primaria cuando resuelven algunos problemas que podrían ser propuestos en sus clases. Se busca indagar los procedimientos que realizan y las anticipaciones que proponen que pueden realizar los alumnos. Los resultados permiten establecer que, en general las resoluciones de los docentes sirvieron de apoyo para la anticipación de los procedimientos de los alumnos. En su mayoría los docentes utilizan registros de representación icónicos-simbólicos, prevaleciendo el proceso de *conversión* de representaciones sobre el de *tratamiento* en la mayoría de los trabajos analizados.

Palabras clave: Registro de representaciones, resolución de problemas, anticipaciones, docentes, Educación Primaria

1. Introducción

Este trabajo presenta un estudio desde una perspectiva didáctica acerca de las representaciones externas que utilizan docentes de la Educación Primaria (EP) cuando resuelven y analizan algunos problemas que podrían ser propuestos en sus clases. Con la finalidad de indagar los procedimientos que construyen, las anticipaciones que formulan acerca de las resoluciones de los alumnos y el sentido de los conceptos matemáticos que serán construidos. Se presentan resultados parciales referidos a la resolución de un problema en una población de $N = 15$ docentes, en el marco de los cursos de Capacitación de la Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires, realizados durante el año 2008 en la Región Educativa 18.

El problema surge a partir de las dificultades que manifiestan los docentes en estas instancias de capacitación. Señalan que en la gestión de sus clases tienen inconvenientes con los diferentes procedimientos y formulaciones que realizan sus alumnos; la manera de relacionar los conceptos matemáticos con las representaciones y la forma de identificar esta información. Estas cuestiones, entre otras, refieren a la compleja relación entre los conceptos matemáticos y sus formas de representación.

Según Panizza (2003), la relación entre objetos de conocimiento y representaciones, articulados con el de adquisición del sentido, es fundamental para la enseñanza de la matemática. Además, son aspectos importantes para una didáctica que tenga en cuenta la especificidad del nivel en el que se desarrolla la enseñanza y el largo proceso que lleva el logro de aprendizajes.

El empleo sistemático de la noción de representación en Educación Matemática data de la década del 80. En estos trabajos, el concepto de representación es asociado a una señal externa que muestra y hace presente un concepto matemático, también como signo o marca con el que los sujetos piensan la matemática. Según Rico (2009) la comunidad de matemáticos empleó varios términos similares pero no equivalentes para referirse a

ellas: *símbolos* (Skemp, 1980), *sistema matemático de signos* (Kieran y Filloy, 1989), *sistemas de notación* (Kaput, 1992), *sistemas de registros semióticos* (Duval, 1993), dando prioridad- en la comunidad de matemáticos- al uso del término *representación*.

Este trabajo se ocupa de las representaciones externas, que son los sistemas de representación compartidos y desarrollados a través de los procesos humanos sociales, es decir, cada vez que se haga referencia al término representaciones o registros de representación se estará refiriendo a aquellas que son realizadas con lápiz y papel y que tienen una existencia física (Varettoni et al. 2010, p. 45).

El Diseño Curricular de la Educación Primaria (DGCyE, 2008) establece que las diferentes formas de representación matemática forman parte del conocimiento en cuestión por lo que será necesario favorecer en la escuela tanto la producción de representaciones propias por parte de los alumnos durante la exploración de ciertos problemas como el análisis, el estudio y uso de diversas formas de representación de la matemática.

Para que coexistan en el aula diversas estrategias de resolución de un problema y diferentes maneras de representar los conocimientos matemáticos, se requiere que la intervención del docente se inicie antes que la propuesta sea llevada al aula. Es la instancia de *anticipación* la que permitirá al docente estudiar las diversas estrategias de resolución que pueden surgir en los problemas, las diferentes representaciones que pueden utilizar los alumnos, las estrategias que permitirán relacionarlas o acercarlas a las que convencionalmente se emplean, los acuerdos a los que se pretende arribar, entre otros aspectos que de no ser previstos, seguramente dificultará su presencia y gestión en el aula.

2. Marco teórico

La Teoría de los Registros Semióticos de Duval (1993, 1996, 2006) constituye un marco teórico adecuado que permite analizar las representaciones que los docentes y los alumnos, emplean para resolver un problema. Considera que los sistemas de representación que utiliza la matemática son las figuras, las gráficas, la escritura simbólica y el lenguaje natural. Señala que es esencial para la actividad matemática que se puedan movilizar varios signos en una misma acción, o bien se pueda elegir un signo en vez de otro. Se pregunta bajo qué condiciones un numeral o un dibujo, por ejemplo, funcionan como representaciones de los objetos matemáticos correspondientes, estableciendo que una representación debe dar acceso al objeto representado.

“(...) es necesario que el objeto no sea confundido con sus representaciones y que se le reconozca en cada una de ellas. Es bajo esas dos condiciones que una representación funciona verdaderamente como representación, es decir que ella proporciona el acceso al objeto representado” (Duval, 1993).

En forma general divide a las representaciones en internas (privadas) y externas (visibles y observables públicamente), considerando que estas últimas son por naturaleza semióticas ya que se producen mediante un sistema de signos y son accesibles a todos los sujetos capaces de interpretar este sistema de signos. Refiriéndose al aprendizaje de la matemática, establece que la diversificación de representaciones semióticas de un mismo objeto aumenta la comprensión de los sujetos y recíprocamente, comprender un conocimiento matemático aumenta la posibilidad de emplear diferentes tipos de representaciones externas (enunciados, fórmulas, gráficas,

etc.) a su vez, son el medio por el cual las personas exteriorizan sus imágenes y representaciones mentales haciéndolas accesibles a otras personas.

Se identifica una actividad ligada a la producción de representaciones, y otra ligada a la aprehensión conceptual de los objetos representados. Llama *semiosis* al primer tipo de actividad y *noesis* a la aprehensión conceptual del objeto. Además, postula que la actividad de producción de representaciones es la que permite la comprensión, es decir, la *semiosis* es la que determina las condiciones de posibilidad de la *noesis*.

Para que un sistema semiótico sea un sistema de representación, según Duval (1993), debe permitir la realización de estas tres actividades cognitivas ligadas a la semiosis:

- *La identificación de la presencia de una representación*: implica una selección de rasgos y de datos en el contenido a representar, tal selección depende de unidades y reglas de formación que son propias del registro semiótico en el cual se produce la representación. Por ejemplo, el enunciado de una frase, diseño de una figura geométrica, elaboración de un esquema, escritura de una fórmula, etc. Para Duval estas son reglas de conformidad, no de producción efectiva de un sujeto.
- *El tratamiento de una representación*: es la transformación de una representación en otra del mismo sistema donde ha sido formada dicha representación. Es una transformación interna a un sistema. El cálculo es una forma de tratamiento propia de las escrituras simbólicas, la reconstrucción de figuras es un tipo de tratamiento de las figuras geométricas, etc.
- *La conversión de una representación*: es la transformación de esta representación en una representación de otro sistema conservando la totalidad o sólo una parte del contenido de la representación inicial. Por ejemplo, la descripción es la conversión de una representación no verbal (esquema, figura, gráfico) en una representación lingüística.

Sin embargo, conviene aclarar que la conversión de una representación es una actividad cognitiva diferente e independiente de la del tratamiento. Por ejemplo, al realizar un cálculo con números racionales, los alumnos pueden efectuar muy bien la suma de dos números con su escritura decimal o con su escritura fraccionaria, y de ninguna manera pensar en convertir una en la otra (o viceversa) o fracasar en esta conversión. Se constituyen procesos complejos, pasar de un registro de representación a otro (conversión) o representar un objeto de diferentes maneras en un mismo sistema de representación (tratamiento) no es evidente y mucho menos sencillo para los sujetos.

Esta presentación se propone responder las siguientes preguntas:

- ¿Qué representaciones externas utilizan los docentes en la resolución del problema propuesto?
- ¿Qué anticipaciones realizan los docentes acerca de los posibles procedimientos de resolución que podrían surgir en el aula?

3. Metodología

Se diseñaron cuatro propuestas de trabajo, cada una de las cuales incluye un problema de los que presenta como orientación el Diseño Curricular de la Educación Primaria. Este trabajo se encuadra en el paradigma cualitativo; el análisis de datos tuvo un carácter exploratorio, descriptivo e interpretativo y el instrumento utilizado para recoger los datos fueron pruebas de lápiz y papel. El contexto de realización corresponde a las

instancias de capacitación de docentes realizadas en la región 18⁹³ de la Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos durante el año 2008.

En este trabajo se presentan y analizan los resultados para $N = 15$ docentes del problema 3.

En un terreno rectangular se decide usar una parte para una cancha de fútbol. Del largo se destina $2/3$ y del ancho $1/4$, ¿qué parte del terreno se destina a la cancha?

El problema está propuesto en el Diseño Curricular como orientación para trabajar el contenido “Utilizar la multiplicación de fracciones para calcular el área de una figura”. Se trata de situaciones-en el sentido de Brousseau- en las cuales algunas de las medidas de los lados de una figura se presentan expresadas en fracciones (en términos de relación parte-todo). El problema permite asociar el uso de fracciones para expresar mediciones con la multiplicación de fracciones.

El estudio de las producciones de los docentes apuntó a los tipos de representaciones que emplean en la resolución del problema, a la identificación que hacen de los conocimientos empleados en la misma y a la anticipación que realizan de las posibles resoluciones que podrían surgir en su clase. Para ello se formularon las siguientes categorías, organizadas en dos tablas (una referida a la resolución del docente y la otra a las anticipaciones del trabajo de los alumnos):

Registros de representación verbal-escrito (RVD/A): Alude a las resoluciones en lenguaje natural (descripción del/los procedimiento/s de resolución y/o conocimientos empleados).

Registros de representación pictográficos (RPD/A): esta categoría se refiere a la resolución mediante dibujos que intentan representar lo más fielmente posible los elementos del problema (por ejemplo, dibujar la cancha considerando detalles que la caracterizan).

Registros de representación icónicos (RID/A): se refiere a la resolución mediante representaciones que no dan cuenta de la cualidad de los elementos involucrados en el problema (por ejemplo, dibujar un rectángulo que representa la forma de la cancha).

Registros de representación simbólicos (RSD/A): atiende a aquellas resoluciones en las que se utiliza símbolos convencionales empleados por la matemática (por ejemplo, resolver el problema mediante una multiplicación de fracciones).

Identifica los conocimientos matemáticos que permiten resolver el problema (ICMD): se refiere a la identificación del problema y las representaciones utilizadas en la resolución con los conocimientos matemáticos que son herramientas de resolución.

4. Resultados

Las resoluciones de los docentes que trabajaron con este problema son, en general, realizadas a través de una correspondencia entre registros de representación icónicos (representación rectangular de la cancha) y la multiplicación de números fraccionarios. Seguramente el no reconocimiento del funcionamiento de la multiplicación con fracciones para establecer áreas de figuras geométricas (a partir de la relación entre la figura entera y sus partes) permitió que en la mayoría de las resoluciones debieran apoyarse en representaciones icónicas, un ejemplo de ello es la resolución M.P3.5.

⁹³ La región educativa 18 de la Provincia de Buenos Aires está conformada por los partidos Ayacucho, Castelli, Dolores, General Guido, General Madariaga, Lavalle, Maipú, Partido de la Costa, Pinamar, Tordillo y Villa Gesell.

También surgieron resoluciones apoyadas únicamente en la representación gráfica, tal es el caso del protocolo M.P3.7. A partir de la misma se obtiene la parte que corresponde a la cancha en relación al total del terreno, expresándola simbólicamente mediante una fracción.

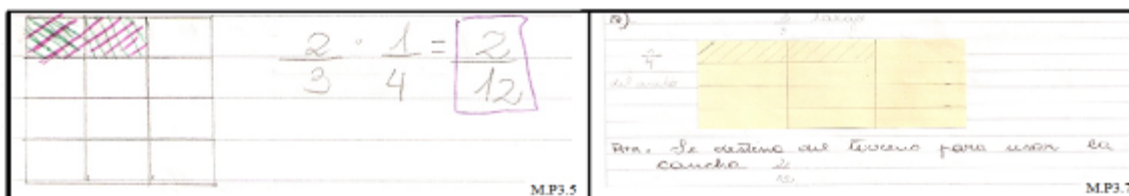


Figura 1: Resolución de los docentes M.P3.5 y M.P3.7

M.P3.2 procede en el camino inverso, primero parte de la multiplicación de fracciones y a partir del producto obtenido realiza un gráfico (representación que no permite interpretar la solución obtenida de acuerdo al sentido de la situación). También se presentaron resoluciones consideradas más expertas y económicas, como el caso del protocolo M.P3.8, en las cuales se utilizan registros simbólicos que corresponden a la multiplicación entre fracciones.

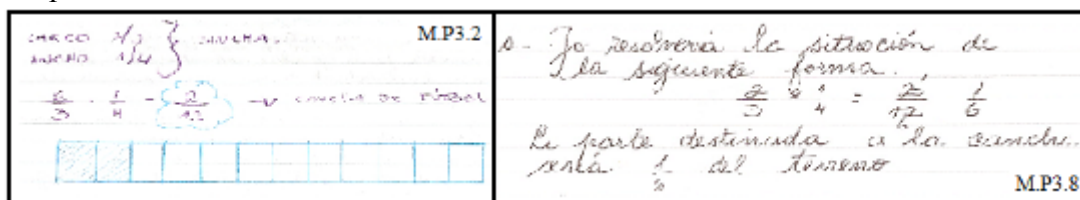


Figura 2: Resoluciones de los docentes M.P3.2 y M.P3.8

Los protocolos M.P3.3, M.P3.11 y M.P3.10 presentan algunas particularidades. Los dos primeros resuelven el problema gráficamente (mediante una representación rectangular), quedando expresada la respuesta del problema directamente con el mismo dibujo o indicada mediante fracciones referidas a las partes que restan en el largo y en el ancho del terreno. Ambos casos parecen indicar que los docentes no pudieron desarrollar un procedimiento de resolución a partir de las representaciones icónicas que emplean o relacionarlas con expresiones simbólicas que permitieran tratarlas u operar en forma más eficaz.



Figura 3: Resoluciones de los docentes M.P3.3 y M.P3.10 y M.P3.11

El último caso expresa el resultado correspondiente a la suma de las fracciones dadas en el problema y no a su producto.

Con relación a las anticipaciones que realizan los docentes y a la manera de prever las diferentes formas en la que los alumnos pueden proceder para resolver el problema, los resultados indican en su mayoría que trasladan sus propias resoluciones a la anticipación de los procedimientos de los alumnos.

Para el problema presentado, en general se reconoce que los primeros abordajes estarán apoyados en representaciones gráficas. M.P3.8. considera que la respuesta al problema podría ser obtenida a partir de representaciones de rectángulos (registros icónicos) en los cuales a partir del concepto de fracción como partes de un entero se identifique el

sector que corresponde a la solución. M.P3.7 emplea representaciones similares, pero presenta el entero dividido en más partes que las dadas en el problema. El análisis posterior permite obtener la respuesta correcta del problema, el mismo se realiza directamente a partir de las partes ocupadas. No se anticipa un trabajo específico relacionado con las operaciones entre fracciones (operaciones empleadas en las propias resoluciones).

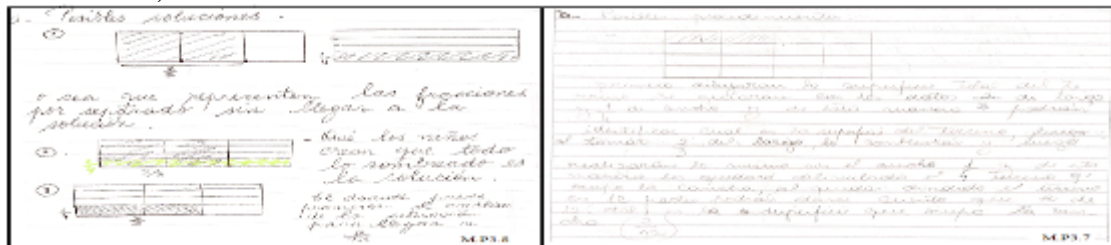


Figura 4: Resoluciones de los docentes M.P3.8 y M.P3.7

El protocolo M.P3.4 es el único que intenta desarrollar un posible recorrido que permita analizar el trabajo a partir de representaciones icónicas y las posibles intervenciones que permitirían relacionarlas con las representaciones simbólicas correspondientes a las fracciones y a la multiplicación con las mismas.

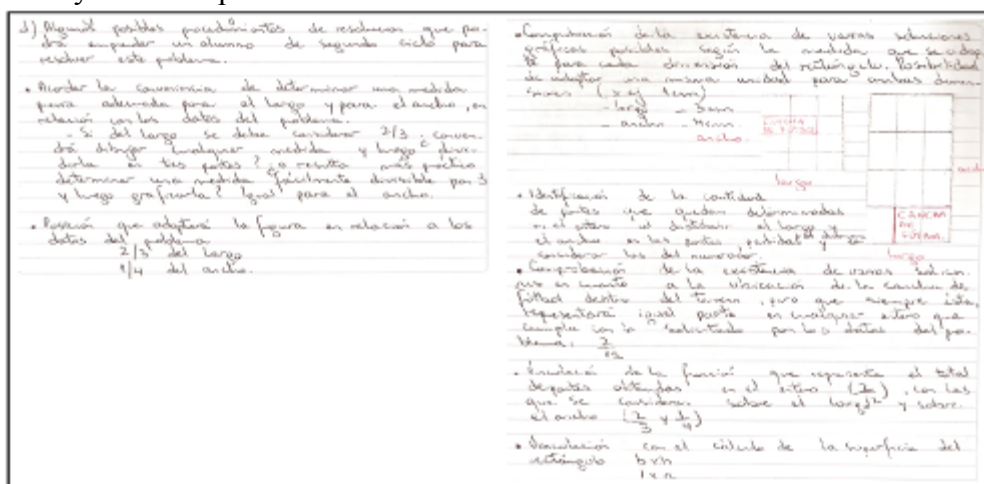


Figura 5: Resolución del docente M.P3.4

Pero este análisis sólo puede hacerse desde el concepto de área del rectángulo y la representación simbólica de la fórmula para obtenerla y no a partir del trabajo específico con el concepto de fracción.

5. Conclusiones

A partir del análisis realizado se describieron las representaciones externas que utilizan los docentes de la EP. Con resultados similares se encuentran las soluciones mediante representaciones icónicas ó simbólicas, o ambas a la vez, y en menor proporción las representaciones verbales escritas. Las resoluciones evidencian que muchas de las dificultades que tienen los docentes para anticipar los procedimientos de los alumnos están vinculadas con sus propios reparos para elaborar registros de representaciones de la situación planteada y reconocer las nociones que intervienen.

Aunque desde el Diseño Curricular se propicia el uso e integración de las diferentes formas de representación desde los primeros años de la escolaridad, y se proponen problemas como los utilizados en este trabajo, parece muy lejana la posibilidad de que

esto se traslade al aula. Las restricciones que imperan en la formación docente y *la tradición escolar dominante conspiran contra esta posibilidad*. Así mismo surgen nuevas cuestiones: ¿cómo distingue el docente los conceptos matemáticos y sus representaciones?, ¿cómo se trabaja en el aula para que surjan las distintas representaciones? Se considera de interés continuar con la reflexión iniciada en este trabajo, de modo que se pueda avanzar en el debate por mejorar la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

6. Referencias

- D.G.C. y E. (2008), *Diseño Curricular para la educación primaria*, D.G.C. y E., Pcia. de Buenos Aires.
- Duval, R. (1993), Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, Estrasburgo.
- Duval, R. (1996), Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 16 (3) pp.349-382.
- Duval, R. (2006), [Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques?](#), *Relime* Vol. 9, extra No. 1.
- Panizza, M. (2003), Reflexiones generales acerca de la enseñanza de la matemática, en Panizza M. (comp.), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB*, Ed. Paidós, Buenos Aires.
- Rico, L. (2009), Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en Educación Matemática *PNA*, 4 (1), 1-14, España.- Varettoni, M., Elichiribehety, I. (2010) Los registros de representación que emplean docentes de la Educación Primaria: Un estudio exploratorio en *REIEC*, Vol 5 (2), 44-51
Disponibile en <http://reiec.sites.exa.unicen.edu.ar/>