El problema de Monty Hall

por
Óscar Carrión Lostal
(IES Valdespartera, Zaragoza)

Está basado en el programa-concurso de la televisión americana *Let´s make a Deal* (Hagamos un trato) que se emitió entre 1963 y 1986, cuyo nombre proviene del presentador de dicho concurso, Monty Hall. Destacar que la diferencia entre el programa-concurso y el problema de Monty Hall propiamente dicho, es que en el programa-concurso, los concursantes no tenían opción de cambiar su elección inicial.

Otros programas parecidos y que se han emitido en España son el *Un, dos, tres* y *Allá tú*.

Se han estudiado las posibles soluciones con distintas versiones o alteraciones del juego, el primero en plantear como tal dicho problema fue *Selvin* en 1975 [1] en una carta a la *revista American Statistician*. Hasta el propio Monty Hall contestó a Selvin: «…Y si alguna vez vas a mi programa, las reglas también se te aplicarán – no se te permitirá cambiar de caja después de que hayas realizado tu elección», a cuya carta contestó Selvin [2]. Un problema análogo a éste es el publicado por *Gardner* [3] en 1959 titulado «el problema de los tres prisioneros». Pero no fue hasta que la columnista *Marilyn vos Savant* (apareció en el libro Guiness de los Récords como la persona con el coeficiente intelectual más alto del mundo: 228) en la *revista Parade* respondió a un lector, cuando cogió realmente relevancia dicho problema. Hubo bastante correspondencia entre los lectores y la columnista, ya que los lectores y famosos matemáticos no admitían la solución propuesta por la columnista, incluso la magnitud del problema llegó al *New York Times*, hasta que al final con la *simulación por Montecarlo* se comprobó que la solución aportada por la columnista era la correcta (es cuando el matemático húngaro *Paul Erdós* aceptó su error). Incluso muchas revistas científicas de psicología se han hecho eco de este problema, ya que la mayoría de la gente, cuando se les plantea dicho problema, se equivoca al argumentar que, cuando Monty abre una de las puertas revelando una cabra, las dos puertas que permanecen en juego tienen la misma probabilidad de contener el coche.

Han aparecido diferentes referencias del problema en distintos medios de comunicación, ejemplo de ello son las siguientes:

— Libro de lectura: *El curioso incidente del perro a medianoche*, de Mark Haddon.
— Serie *Numb3rs*: <https://www.youtube.com/watch?v=pqJBTWoIkbA>
— Película *21 Black Jack:* <https://www.youtube.com/watch?v=THGJQuYFFpg>.

El presente artículo tiene como finalidad mostrar la versión clásica que tiene el juego y analizar qué estrategia es la más óptima desde el punto de vista del jugador, si la de permanecer o la de cambiar su elección inicial, para ello vamos a hacer uso de la *simulación* con el programa *ARENA* [4] donde se incluirán los módulos usados y una breve explicación de su implementación.

Dicho programa en su versión académica la podemos descargar gratuitamente de la página:

<https://www.arenasimulation.com/academic/students>.

Versión previa

El presentador muestra 2 puertas idénticas. Una de ellas contiene un coche de premio y la otra no tiene premio (tiene una cabra). El concursante elige una de las dos puertas. A continuación el presentador abre la puerta que no ha elegido el concursante, ¿con qué probabilidad se llevará el concursante el coche?

El problema así planteado es análogo al del lanzamiento de una moneda, por lo que la probabilidad de ganar el coche es de 1/2.

Versión 01. Versión clásica del problema

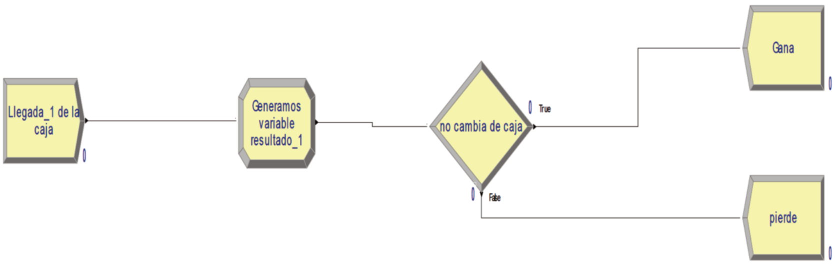
El presentador muestra 3 puertas idénticas. Una de ellas contiene un coche de premio y las otras dos no tienen premio. El concursante elige una de las puertas y el presentador no la abre. El presentador sabe detrás de qué puerta está el coche. Él aleatoriamente elige una de las dos puertas restantes (si la elección inicial contiene el coche) y abre una de ellas, y si no se ve obligado a abrir la puerta que no contiene el coche (si la elección inicial no contiene el coche). A continuación da la opción al concursante de cambiar de puerta o de mantener la elección de puerta inicial. ¿Qué se debería hacer?

La puerta que abre el presentador no puede ser la puerta donde está el coche y además no puede ser la elección inicial del concursante.

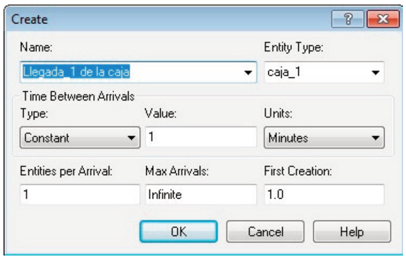
A partir de ahora y si no se dice lo contrario, el *nº de repeticiones* ha sido de *10000*, por lo que las dos primeras cifras decimales obtenidas mediante la simulación son significativas:

1) Opción de quedarse con la caja inicial – *Estrategia de permanecer con la caja inicial*

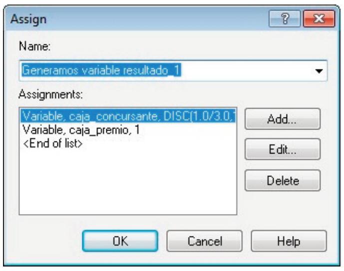
El esquema es el siguiente:

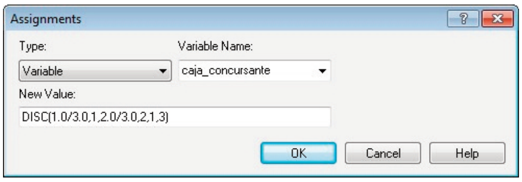


Se ha creado un módulo CREATE llamado *Llegada_1 de la caja*, con las especificaciones:



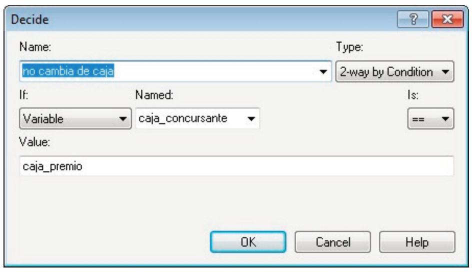
Un módulo ASSIGN, llamado *Generamos variable resultado_1*, con las siguientes especificaciones:





Donde se ha definido sin pérdida de generalidad una variable *caja_premio* con el valor 1, y una *caja_concursante* con los valores 1, 2 o 3 con la misma probabilidad.

Un módulo DECIDE llamado *no cambia de caja*, con las especificaciones:

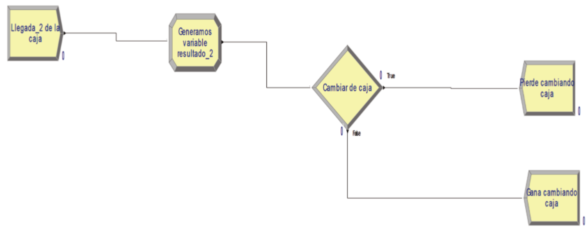


Este tiene dos salidas, TRUE cuando la variable *caja_concursante* es igual al valor de la variable *caja_premio*, en tal caso gana el premio, salida por el módulo DISPOSE llamado *Gana*, y otra salida FALSE, cuando no ocurre lo anterior, y en cuyo caso el jugador pierde, y la salida es por el módulo DISPOSE llamado *Pierde*.

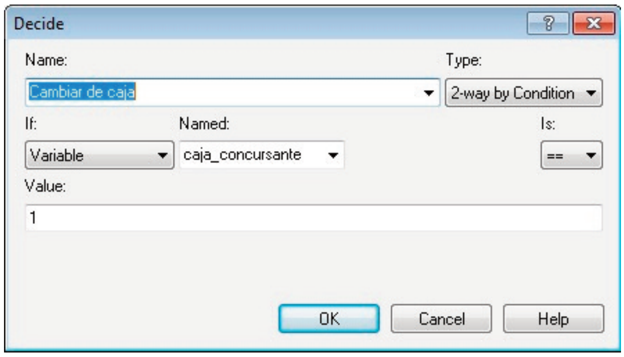
Resultados de la simulación: P(ganar) =0,3344

2) Opción de cambiar la caja inicial – *Estrategia de cambiar la caja inicial*

El esquema es el siguiente:



El procedimiento es análogo al caso anterior, pero en este caso el módulo DECIDE llamado *Cambiar de caja* tiene las siguientes especificaciones:



Tiene dos salidas, TRUE cuando la variable *caja_concursante* es igual al valor de la variable *caja_premio*, en tal caso pierde el premio, salida por el módulo DISPOSE llamado *Pierde cambiando caja*, y otra salida FALSE, cuando no ocurre lo anterior, y en cuyo caso el jugador gana, y la salida es por el módulo DISPOSE llamado *Gana cambiando caja*.

Resultados de la simulación: P(ganar)=0,6624

Por tanto se ha comprobado de una forma experimental, es decir, a través de la simulación que *la mejor estrategia para la versión clásica es la de cambiar de caja*, y que con esta se gana con una probabilidad de 2/3.

Conclusión

Estrategia de permanecer: 1/3

Estrategia de cambiar: 2/3

Algunas páginas web que presentan simulaciones del juego, ya sea con Javascript o con Excel son las siguientes:

http://www.nytimes.com/2008/04/08/science/08monty.html?_r=0
http://www.curiouser.co.uk/monty/montygame.htm
http://www.estadisticaparatodos.es/taller/montyhall/montyhall.html
http://recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/estadistica_y_probabilidad/estimacion/monty_hall/actividad.html
http://nlvm.usu.edu/es/nav/frames_asid_117_g_3_t_5.html?from=topic_t_5.html
http://www.estadisticaparatodos.es/taller/montyhall/montyhall.html#00

Referencias

[1] Selvin, S. (1975), «A Problem in Probability» (letter to the editor), *American Statistician,* vol. 29, n.º I, p. 67.
[2] — (1975), «On the Monty Hall Problem» (letter to the editor), *American Statistician,* vol. 29, n.º 3, p. 134.
[3] Gardner, M. (1959), «Mathematical games», *Scientific American*, n.º 219, pp. 180-182.
[4] Kelton, W. D., R. P. Sadowski y D. T .Sturrock (2004), *Simulation with Arena*, Mc Graw Hill.
[5] Rosenhause, J. (2009), *The Monty Hall Problem,* Oxford University Press
[6] Corbalán, F., y G. Sanz (2010), «La conquista del azar», col. *El mundo es matemático,* RBA.

Otras referencias

Batanero, C., J. M. Contreras y J. A. Fernandes (2009), «Un análisis semiótico del problema de Monty Hall e implicaciones didácticas», *Suma*, n.º 62, 11-18.
Carrión, Ó. (2014), «Generalizaciones del Problema de Monty Hall y su aplicación didáctica», *TAZ TFM* 2014-813 Universidad de Zaragoza.