Aspectos didácticos del problema clásico de Monty Hall

por

Óscar Carrión Lostal

(IES Valdespartera, Zaragoza)

A través de un trabajo de campo o investigación, consistente en diferentes etapas, se van a constatar las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución del juego y los errores más comunes que cometen en sus argumentos y que ya caracterizó Carmen Batanero y otros [1].

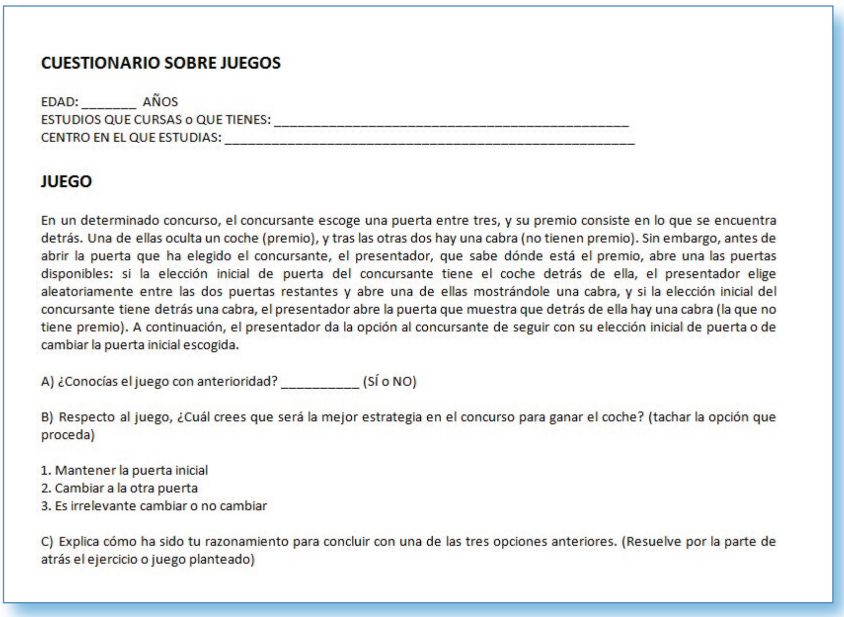
Las Órdenes donde se desarrollan los currículos de matemáticas ([2] y [3]), justifican el estudio de la rama de matemáticas en ESO y Bachillerato, desarrollando las finalidades que tiene la educación matemática en la sociedad, los contenidos que tienen que abordarse y los criterios de evaluación. Por lo tanto, según los contenidos y los criterios mínimos de evaluación que les vamos a exigir a nuestros/as alumnos/as, que se ven tanto en 4.º ESO como en Bachillerato, en cualquiera de sus modalidades, vemos que está justificado el planteamiento de la *versión clásica del Problema de Monty Hall* a los estudiantes de esa etapa, ya que se trabajan los conceptos de aleatoriedad, espacio muestral, sucesos, probabilidad simple, compuesta y condicional, independencia y dependencia de sucesos, y procedimientos como usar la regla de Laplace, la regla del producto y suma de probabilidades, construir el diagrama en árbol, etc.

Pero lo más importante, es que nuestros/as alumnos/as vean que el problema clásico de Monty Hall es un problema de aplicación de la *probabilidad condicionada.*

Primera etapa. Elaboración de una encuesta

La cual nos permita sacar el máximo posible de información acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos/as en el campo de la Probabilidad, y más específicamente, en la paradoja de Monty Hall. Para ello se ha contado con la colaboración de varios compañeros de distintos centros, para tener una visión más general de las dificultades de los alumnos para afrontar y argumentar la resolución del juego planteado.

El cuestionario (figura 1) que se les pasa a los alumnos/as consiste en preguntarles de forma anónima por unos datos básicos como su edad, el nivel que están cursando y el centro donde estudian, para luego ya exponerles el problema de Monty Hall. En clase antes de pasar el cuestionario se ha leído y explicado en qué consiste el juego, y si ha surgido alguna pregunta o cuestión al respecto se ha solucionado, ya que era determinante que el alumno/a entendiera perfectamente el problema para poder contestar y argumentar qué estrategia sería



CUESTIONARIO SOBRE JUEGOS

EDAD: _______ AÑOS
ESTUDIOS QUE CURSAS o QUE TIENES: ____
CENTRO EN EL QUE ESTUDIAS: ____

JUEGO

En un determinado concurso, el concursante escoge una puerta entre tres, y su premio consiste en lo que se encuentra detrás. Una de ellas oculta un coche (premio), y tras las otras dos hay una cabra (no tienen premio). Sin embargo, antes de abrir la puerta que ha elegido el concursante, el presentador, que sabe dónde está el premio, abre una las puertas disponibles: si la elección inicial de puerta del concursante tiene el coche detrás de ella, el presentador elige aleatoriamente entre las dos puertas restantes y abre una de ellas mostrándole una cabra, y si la elección inicial del concursante tiene detrás una cabra, el presentador abre la puerta que muestra que detrás de ella hay una cabra (la que no tiene premio). A continuación, el presentador da la opción al concursante de seguir con su elección inicial de puerta o de cambiar la puerta inicial escogida.

A) ¿Conocías el juego con anterioridad? __________ (SÍ o NO)

B) Respecto al juego, ¿Cuál crees que será la mejor estrategia en el concurso para ganar el coche? (tachar la opción que proceda)

1. Mantener la puerta inicial
2. Cambiar a la otra puerta
3. Es irrelevante cambiar o no cambiar

C) Explica cómo ha sido tu razonamiento para concluir con una de las tres opciones anteriores. (Resuelve por la parte de atrás el ejercicio o juego planteado)

Figura 1. Cuestionario sobre el juego pasado a los alumnos la óptima para tener la mayor probabilidad de llevarse el premio. Además, también se les ha preguntado si conocían el problema con anterioridad.

Lo ideal sería pasar el cuestionario cuando estén cursando el tema de Probabilidad, para ver si han asimilado los conceptos y procedimientos vistos, para poder valorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que en muchas ocasiones, por falta de tiempo y que la probabilidad no es considerada como una *rama seria* de las matemáticas, muchos compañeros no los tratan, por lo que muchas veces los alumnos/as no han visto casi nada de probabilidad durante los tres primeros cursos de la ESO, es decir, no la trabajan en general hasta 4.º de ESO, factor que dificulta el entendimiento de la misma por parte de nuestros alumnos/as. Por ejemplo, como *metodología* que uso yo habitualmente en primer ciclo de la ESO, es seguir el orden del libro de referencia en 1.º ESO (Probabilidad y Estadística están en el último tema) y en 2º ESO empiezo por el orden inverso al libro, es decir, empiezo por Estadística y Probabilidad. De esta manera se consigue, que en algún momento del ciclo, los alumnos/as vean sí o sí Probabilidad y Estadística, y que no sirva la excusa que como son los últimos temas del libro, no da tiempo a explicarlos y a trabajarlos.

Segunda etapa. Objetos matemáticos

El marco teórico fue desarrollado por Godino (2002) [4] y Godino, Batanero y Font (2007) [5]. Dichos autores describen diferentes categorías en función de las prácticas matemáticas: previos o emergentes.

Para la presentación de este artículo se les ha pasado el cuestionario inicial a principio de curso, por lo que en general no habían dado recientemente el tema de probabilidad, por lo que consecuentemente en las respuestas obtenidas por los alumnos de Bachillerato y Universidad, ninguno se ha decantado a resolverlo formalmente, aunque algún alumno ha intentado resolverlo a través de los diagramas de árbol.

Tercera etapa. Dificultades de los estudiantes

Veamos algunos razonamientos erróneos que se han cometido en la interpretación y resolución del problema:

Un error común que han cometido es *pensar que al cambiar de puerta, se pasa de una probabilidad de ganar el premio de 1/3 a una probabilidad de 1/2*.

La mayor parte de los alumnos encuestados, que han elegido la *opción de irrelevante* han cometido el error que *cuando Monty abre una puerta y muestra una cabra, la probabilidad de ganar el premio es 1/2, o lo que es lo mismo que las dos puertas restantes son equiprobables*, aunque hay algún alumno que elige la opción de cambiar y argumenta finalmente que sería irrelevante.

Otro error que han cometido es no aplicar correctamente el *cálculo de probabilidades* cuando se tienen los distintos sucesos expresados mediante un diagrama de árbol.

Cuarta etapa. Resultados del cuestionario

Centro: *General*
Curso: *Todos*

¿Conocías el juego?	SÍ: 81	Mantener: 13 Cambiar: 28 Irrelevante: 39 NS/NC: 1:	⟶	Bien explicado: 7 Mal explicado: 21
	NO: 353	Mantener: 63 Cambiar: 55 Irrelevante: 229 NS/NC: 6	⟶	Bien explicado: 7 Mal explicado: 48
	Total: 434			

Tabla 1. Resultados

El 18,66 % de los alumnos conocía o había oído hablar con anterioridad del juego frente al 81,34 % que no conocían el juego. El 19,12 % se ha decantado por la estrategia de cambiar frente al 17,51 % que han optado por la opción de mantener y el 61,75 % que han elegido la opción de que era irrelevante la estrategia de mantener o cambiar. Y tan solo el 3,23 % han razonado bien la respuesta al juego.

Quinta etapa. Conclusiones

Estos resultados ponen de manifiesto en general el desconocimiento de nuestros alumnos en el campo de los juegos. Por tanto sería aconsejable incorporar a nuestras clases de probabilidad la simulación de juegos, para así lograr que nuestros alumnos afiancen sus conocimientos de probabilidad y sean capaces de usar los distintos *objetos matemáticos* que aparecen en los mismos para hallar correctamente la solución a los mismos y no caer en los errores más comunes, ya que como hemos visto nuestra intuición muchas veces falla.

Cabe destacar como curiosidad, que uno de ellos sabía la solución al leer el libro: *El curioso incidente del perro a medianoche*, lo que pone de manifiesto que se puede *aprender matemáticas de una forma distinta, a través de los libros de lectura*. Yo personalmente, llevo desde el curso 2008-09 introduciendo esta estrategia en mis alumnos, ya que dedicamos una de las cuatro horas a la semana a leer un libro de lectura o fragmentos de artículos de periódico o de libros.

Sexta etapa: Puesta en práctica en el aula con los estudiantes

La mejor manera de trabajar en el aula sería *trabajar en grupo*, para que discutieran y formularan sus hipótesis en la resolución del problema, para luego discutir junto al profesor/a las soluciones tanto correctas como incorrectas encontradas por los alumnos/as, ya que ayuda a analizar las causas posibles de los errores cometidos. También es aconsejable que realicen muchas simulaciones del juego, de tal manera, que se pueda comprobar empíricamente la solución al problema. Para realizar la *simulación*, o bien podemos consultar distintas páginas web donde está implementada, o bien coordinarnos con el Departamento de Informática del centro, para que los alumnos/as programen su propia simulación, bien con un programa sencillo, como una hoja de cálculo, o con otros más complejos, como un lenguaje de programación.

Una vez hallada la solución al problema por los estudiantes por distintas vías, lo idóneo es plantearles distintos ejemplos o ejercicios sobre el Problema clásico de Monty Hall, para que trabajen los objetos matemáticos descritos anteriormente, como los que aparecen en [6].

REFERENCIAS

[1] Batanero, C., J. M.Contreras y J. A.Fernandes (2009), «Un análisis semiótico del problema de Monty Hall e implicaciones didácticas», *Suma*, n.º 62, 11-18.

[2] *Orden de 9 de mayo de 2007, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Atónoma de Aragón.*

[3] *Orden de 1 de julio de 2008, del Departamento de Educación, Cultura y Deporte, por la que se aprueba el currículo del Bachillerato y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la Comunidad Atónoma de Aragón*

[4] Godino, J. D. (2002), «Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática», *Recherches en Didactique des Mathematiques*, n.º 22 (2 y 3), 237-284.

[5] Godino, J. D., V. Font y M. R. Wilhelmi (2008), «Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico», *Publicaciones*, n.º 38, 25-48.

[6] Rosenhause, J. (2009), *The Monty Hall Problem,* Oxford University Press.

[7] Godino, J. D., M. R. Wilhelmi y D. Bencomo, D. (2005), «Suitability criteria of a mathematical instruction process. A teaching experience of the function notion», *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, N.º 4(2), 1-26.

Otras referencias

Carrión, Ó. (2014), «Generalizaciones del Problema de Monty Hall y su aplicación didáctica», *TAZ TFM 2014-813,* Universidad de Zaragoza.