

PROPUESTA DIDÁCTICA DIRIGIDA A DOCENTES DE SECUNDARIA. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS.

Guadalupe Isabel Béteme Fierro – José Luis Soto Munguía
isabelbetem@gmail.com – jlsoto@mat.uson.mx
Universidad de Sonora, México.

Núcleo temático: Formación del profesorado en matemáticas.

Modalidad: CB.

Nivel educativo: Formación y actualización docente.

Palabras clave: propuesta didáctica, razones trigonométricas, ACODESA, Espacios de Trabajo Matemático (ETM).

Resumen

Nuestro trabajo consiste en diseñar y analizar una propuesta didáctica dirigida a docentes de secundaria de matemáticas. El objetivo que se planteó fue involucrar a los docentes en la resolución de situaciones problemáticas enfocadas en las razones trigonométricas, en las cuales reflexionen sobre su propia práctica matemática.

La propuesta didáctica se compone de tres situaciones problema de contextos extra-matemáticos, las cuales fueron diseñadas tomando en cuenta las recomendaciones de diseño presentadas en la metodología ACODESA. Posteriormente, se llevó a cabo una primera puesta en escena con maestros de matemáticas de secundaria, los resultados fueron una serie de modificaciones a la redacción y al diseño de la propuesta.

En una segunda puesta en escena con docentes en formación, la intención fue analizar la actividad matemática de los docentes bajo la perspectiva teórica de los Espacios de Trabajo Geométrico (ETG).

Problemática y justificación

En educación básica (4-15 años de edad), se presentan una gran cantidad de contenidos y las percepciones de las deficiencias en algunos de ellos son notables, como por ejemplo los relacionados con trigonometría, los cuales presentan serias dificultades para los estudiantes, según nuestra experiencia docente. Dicha afirmación se ha venido confirmando con los resultados de las evaluaciones estandarizadas externas realizadas en nuestro sistema educativo mexicano, tales como las evaluaciones realizadas por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) a través de la prueba PISA.

En cuanto a los conocimientos trigonométricos de los estudiantes, los resultados de la prueba PISA arrojan que el 43% (INEE, 2012) de los sustentantes no han escuchado el concepto

coseno de un ángulo, lo cual nos indica que los conocimientos que se tienen sobre trigonometría son muy pobres, en el nivel de educación básica. Ésta es la realidad de nuestros estudiantes mexicanos, por otro lado, encontramos el panorama de los docentes del mismo nivel educativo, los cuales también son evaluados a través del Instituto Nacional de Evaluación Educativa, en el 2015 fueron 4474 sustentantes en el examen de oposición para obtener una plaza como docente de matemáticas de secundaria, de los cuales el 42.67% resultó no idóneo para desempeñarse como docente de matemáticas frente a grupo (INEE, 2016).

Los datos anteriores, nos muestran que existe una problemática tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de las razones trigonométricas, y consideramos que una de las razones principales es que el docente carece de recursos didácticos y de experiencias de aprendizaje sobre dicho tema, que le permitan mejorar su práctica docente.

Por lo anterior, el objetivo de nuestro trabajo de tesis (Béteme, G., 2017) se centra en involucrar a los docentes de matemáticas en la resolución de situaciones problemáticas enfocadas en las razones trigonométricas, en las cuales reflexionen sobre su propia práctica matemática.

Referentes teóricos

Para realizar el diseño de la secuencia didáctica se ha tomado como base la metodología ACODESA (Hitt & Cortés, 2009), en la cual se plantea que en una secuencia didáctica se deben integrar varias situaciones problema interrelacionadas unas con otras, definiendo a éstas como una situación simple, fácil de entender (ello no implica que sea fácil de resolver), ella debe provocar la reflexión y por tanto no puede ser un ejercicio. En dicha metodología la manipulación de materiales y trabajo con papel y lápiz es sumamente importante.

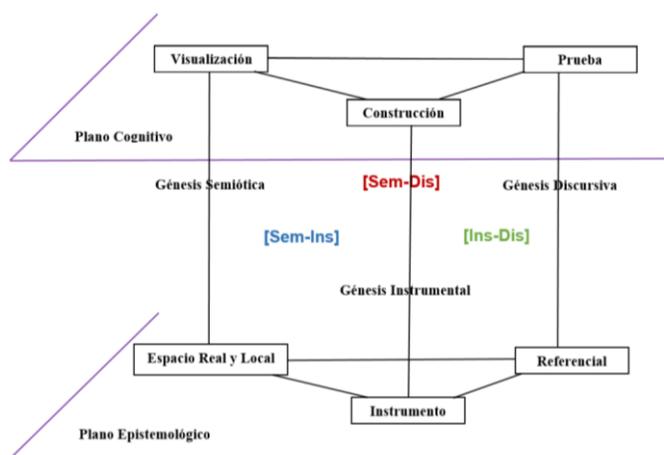
La metodología propone las fases de trabajo siguientes: trabajo individual, trabajo en equipo sobre una misma situación, debate, auto-reflexión, institucionalización.

Con el uso de la metodología antes descrita se pretende promover la producción de representaciones institucionales a través del tratamiento de las representaciones funcionales o espontáneas de los participantes. Las representaciones institucionales se definen como aquellas que encontramos en libros de texto, en la web, o las que utiliza el profesor. Por otro lado, las funcionales son aquellas representaciones mentales que emanan de la actividad matemática no rutinaria que se expresa con una representación espontánea ligada a la acción.

Los resultados de la experimentación fueron analizados bajo la perspectiva del modelo teórico de los Espacios de Trabajo Geométrico (ETG) propuesto por Kuzniak y colaboradores.

A continuación, se describen las componentes teóricas y sobre todo la utilidad práctica de dicho enfoque (Kuzniak & Richard).

Espacio de Trabajo Geométrico: es el ambiente organizado por y para el tratamiento de la geometría. Está conformado por dos planos, el Epistemológico y el Cognitivo y tiene como propósitos, integrar tres componentes fundamentales de la actividad matemática los objetos matemáticos, los artefactos y los referentes teóricos del objeto matemático a través del Plano epistemológico, y además comprender cómo comunidades de individuos, pero también individuos particulares, utilizan, le dan sentido y se apropian de los conocimientos durante su actividad matemática, a través del Plano Cognitivo. A continuación, se presenta un esquema que representa la conformación de los elementos que integran el Espacio de Trabajo Geométrico.



Las componentes del Plano Epistemológico y Plano Cognitivo se complementan entre sí mediante tres génesis que a continuación se describen.

Génesis semiótica: proceso mediante el cual el sujeto, que está resolviendo problemas, se apropia, le otorga significado y funcionalidad a las representaciones semióticas de los objetos matemáticos.

Génesis instrumental: el proceso mediante el cual un artefacto (instrumentación) se convierte en instrumento (instrumentalización).

Génesis discursiva: proceso de interpretación y validación de los referentes teóricos, que permitirá manejar la información y comunicar los resultados.

Resulta importante aclarar que la manera de aprender geometría o de abordar los problemas geométricos dependerá del paradigma geométrico en el que se haya formado el geómetra. A continuación, se describen los tipos de paradigmas geométricos (Montoya, E., pág.5):

Geometría natural (GI): en esta geometría los objetos matemáticos son concretos y además producto de las representaciones reales que les da el sujeto. El proceso que la define podría ser experimentación-deducción, con un componente de intuición. Para validar basta con la visualización de las pruebas.

Geometría axiomática natural (GII): los objetos matemáticos son abstracciones y se demuestra bajo una hipótesis.

Geometría axiomática formalista (GIII): los objetos geométricos provienen de un sistema de axiomas, y para validar es imprescindible la utilización de demostraciones axiomáticas.

En el análisis de la puesta en escena se utilizará la teoría de los Paradigmas Geométricos para definir en cuál de los tres paradigmas se desarrolló el Espacio de Trabajo Geométrico.

La propuesta didáctica

La propuesta didáctica está compuesta por tres secuencias didácticas de contexto extra-matemático en las cuales se retoman los principios fundamentales de la metodología ACODESA. La secuencia didáctica 1 se denomina “Cálculo de volúmenes”, la secuencia didáctica 2 “Los cortes del carpintero” y la secuencia didáctica 3 “La altura máxima del paso a desnivel”

El objetivo general de la propuesta es promover que los docentes analicen, discutan y resuelvan situaciones problema de contexto extra-matemático utilizando herramientas trigonométricas.

Las principales características de las secuencias didácticas diseñadas son: abordan problemáticas de contexto extra-matemático; para su desarrollo es necesario el uso del software GeoGebra; incluyen materiales manipulables; al finalizar cada secuencia, se promueve la reflexión matemática y didáctica.

Cada una de las secuencias se divide en tres secciones, Inicio, Desarrollo y Cierre, dicha estructura se retoma de lo que se propone en el Programa de Matemáticas 2011 (SEP, 2011).

El contenido matemático que se pretende desarrollar es razones trigonométricas (seno, coseno y tangente de un ángulo), sin embargo, por la naturaleza de las situaciones se presentan conceptos como, área, volumen, proporcionalidad, teorema de Pitágoras, ángulos, distancia euclidiana, congruencia.

Experimentación

Después de diseñar una versión preliminar de la propuesta didáctica, se tomó la decisión de realizar una primera puesta en escena, como resultado de la primera aplicación de la secuencia, se realizaron algunos cambios a la estructura, con la finalidad de mejorar el diseño y prever posibles dificultades ocasionadas por la redacción de las indicaciones o de las preguntas, posteriormente se llevó a cabo la segunda aplicación de la secuencia, en la cual participaron 25 maestros en formación del sexto semestre de la carrera de Licenciado en Educación Secundaria con Especialidad en Matemáticas.

El objetivo de realizar una segunda puesta en escena fue analizar la actividad matemática de los docentes de secundaria, desde la perspectiva de los ETG, al involucrarlos en ambientes de aprendizaje en los que se resuelven problemas de contexto extra-matemático, y validar la pertinencia de dicha propuesta didáctica.

Análisis de la actividad matemática

El análisis consistió en definir y caracterizar los elementos que conforman el Espacio de Trabajo Geométrico personal (ETGp), el cual se define como: “El tratamiento personal y local que un individuo le da a un problema geométrico”. A continuación, se muestra a manera de ejemplo, el análisis que se realizó en una de las actividades que se propusieron en la secuencia:

Actividad: calcular el volumen de agua contenida en una pipa cuya forma es un cilindro circular recto, los datos que se conocen son las dimensiones de la pipa y la altura a la que llega el agua dentro de la pipa.

Espacio de Trabajo Geométrico conformado

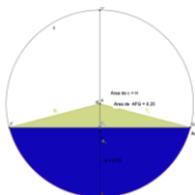
Plano Epistemológico
Referencial teórico: fórmula para calcular el volumen de un prisma de base rectangular, fórmula para calcular el área de un rectángulo, identificación de relaciones de

proporcionalidad directa. teorema de Pitágoras, fórmula para calcular el área del círculo, razones trigonométricas, fórmula para calcular el área de un sector circular

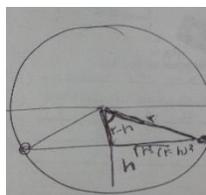
Artefactos: software GeoGebra, calculadora.

Espacio real y local: representación de un segmento circular a través de la descomposición de áreas conocidas.

Representación gráfica inicial:



Representación gráfica final:



Génesis identificadas

Génesis semiótica: consideramos que durante la Actividad 3 se movilizó la génesis semiótica, ya que, a través del desarrollo de cada actividad propuesta, los participantes lograron relacionar los elementos del Espacio Real y Local con el proceso de visualización.

Génesis Instrumental: podemos decir que se activó la génesis instrumental, ya que los participantes trabajaron con el software GeoGebra y lograron que realizara representaciones geométricas y cálculos a través de la programación del mismo, lo cual le permitió mejorar la visualización.

Génesis Discursiva: la génesis discursiva se activó mediante los diferentes procesos de validación de los resultados. Como se pudo observar los participantes lograron utilizar los elementos del referencial teórico para establecer conjeturas y generalizar sobre sus procedimientos, lo cual se realizó a través de las distintas preguntas planteadas

Plano Cognitivo

Visualización: los elementos del Espacio Real y Local permitieron, a través de la génesis semiótica, que se llevará a cabo el proceso de visualización. Consideramos que la principal muestra de ello es la manera en la que los participantes lograron construir una representación analítica que modelara la problemática planteada, a partir del tratamiento de sus representaciones geométricas.

Construcción: durante la Actividad, los participantes lograron realizar construcciones geométricas a través de los artefactos, las cuales les permitieron generalizar y construir modelos analíticos basados en dicha construcción geométrica.

Además, podemos afirmar que los participantes lograron instrumentar el artefacto, ya que lo programaron para que realizara cálculos que no realiza de manera automática, como es el caso de calcular áreas de segmentos circulares.

Prueba: identificamos que el proceso de prueba se presentó en tres momentos distintos.

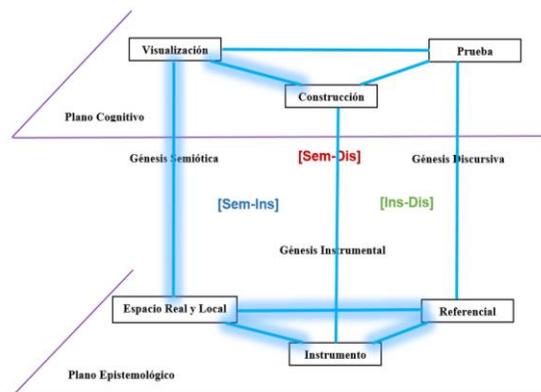
Momento 1: las pruebas y validaciones estuvieron dadas tomando como referencia los modelos geométricos, tal es el caso de la estimación de áreas, la cual se dijo que era menos de la mitad porque así lo percibían gráficamente.

Momento 2: un segundo proceso de prueba consistió en validar las aproximaciones realizadas a través del software.

Momento 3: el último proceso de prueba se desarrolló durante la validación de la expresión analítica a través de calcular el área para diferentes valores de la altura.

A partir de la actividad matemática de los participantes, podemos inferir que formaron un Espacio de Trabajo Matemático personal (ETGp) en el cual se trabajó bajo el paradigma de la Geometría Natural GI, ya que las demostraciones y justificaciones que se realizaron tuvieron como fundamento la observación de casos particulares, además el espacio de trabajo conformado tuvo un mayor peso en la Génesis Instrumental y en la Semiótica los cual nos indica que se llevaron a cabo, en mayor medida, los procesos de experimentación y deducción mismos que son característicos de la GI.

Al analizar la conformación del espacio durante el desarrollo de las diferentes actividades podemos concluir, que de manera general el ETGp quedó conformado de la siguiente manera:



A partir del análisis realizado concluimos que los docentes enriquecieron cada uno de los elementos que conforman el Plano Cognitivo, ya que se sumaron objetos a cada uno de ellos, en el Referencial se agregaron objetos matemáticos como segmento circular, además se amplió el concepto de volumen de un cilindro, en cuanto a los Artefactos se incluyó el uso del software como una herramienta para modelar situaciones y poder analizar las magnitudes que están variando, por último en el Espacio Real y Local se incluyó la representación de objetos matemáticos abstractos a través de objetos concretos como por ejemplo la caja del camión y la cisterna de la pipa.

En cuanto a la conformación del espacio pudimos observar que éste fue transformándose conforme se fue desarrollando la secuencia, es decir, en un primer momento los elementos de cada componente eran una serie de objetos que no tenían relación entre sí, posteriormente y a través de las actividades presentadas, los participantes lograron articular dichos conceptos y ampliar el significado de los mismos, incluso añadieron nuevos objetos matemáticos a la componente Referencial, por ejemplo, el de segmento circular.

Por otra parte, se analizaron las reflexiones didácticas realizadas por los maestros participantes, dicho análisis arrojó que los docentes presentan dificultades para reflexionar sobre su actividad matemática, ya que en un principio mostraron cierta resistencia, sin embargo, conforme avanzó el cuestionario se detectó que reflexionaban sobre aspectos como el diseño de la secuencia y la diferencia entre las matemáticas que se proponen en el currículo oficial y las que aquí se presentan.

Conclusiones

Sobre el cumplimiento del objetivo general del proyecto, que fue lograr que los docentes reflexionaran sobre su propia práctica matemática, podemos decir que se logró, a través de

involucrarlos en un ambiente de aprendizaje en el cual tuvieran que resolver problemas matemáticos poco comunes.

Diseñar la propuesta didáctica bajo la metodología ACODESA, permitió organizar un ambiente de trabajo en el cual cada uno de los elementos que conformaban las secuencias tuvo una intención particular, lo cual dio buenos resultados.

Por otra parte, analizar la actividad matemática bajo la perspectiva teórica de los ETG, nos permitió caracterizar cada uno de los elementos que formaron parte del ETGp y así poder distinguir los procesos que llevaron al participante a resolver la situación planteada.

El hecho de utilizar un marco teórico para diseñar la propuesta didáctica y uno distinto para analizar los resultados obtenidos, nos permitió mostrar las potencialidades de cada uno de ellos, ya que los resultados obtenidos fueron favorables.

Referencias bibliográficas

Béteme, G., (2017). Propuesta Didáctica Dirigida a Docentes de Secundaria. Razones Trigonométricas. Hermosillo, Sonora, México. UNISON.

Hitt, F., & Cortés, C. (2009). Planificación de actividades en un curso sobre la adquisición de competencia en la modelización matemática y uso de calculadora. con posibilidades gráficas. Revista digital Matemática, Educación e Internet.

SEP. (2011). Programa de estudios 2011. Guía para el maestro. Educación básica. México, D.F.: SEP.

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación México INEE. Servicio Profesional Docente. <http://www.inee.edu.mx/index.php/servicio-profesional-docente/bases-de-datos-julio-spd> Consultado 25/06/2016

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación México INEE (2012). Bases de datos PISA 2012. <http://www.inee.edu.mx/index.php/bases-de-datos/bases-de-datos-pisa/base-de-datos-pisa-2012/> Consultado 20/10/2015.

Kuzniak, A., & Richard, P. (s.f.). Espacios de Trabajo Matemático. Puntos de vista y perspectivas. Relime.

Montoya, E. (s.f.). EL ESPACIO DE TRABAJO MATEMÁTICO: UNA HERRAMIENTA DE ANÁLISIS. FONDECYT, 5.