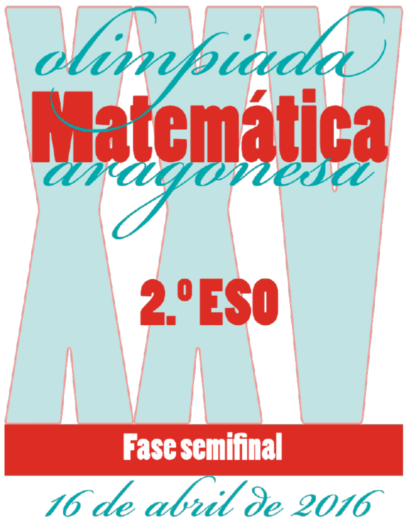
Semifinal de la XXV OMA de 2.º ESO. Problema 1

por

Bartolomé Aznar Buj

(IES Pablo Serrano, Andorra)



El pasado 16 de abril se celebró la Semifinal de la *XXV Olimpiada Matemática Aragonesa (OMA)* a lo largo de todo el territorio aragonés, en total 12 sedes: Sabiñanigo, Huesca, Ejea de los Caballeros, Barbastro, Tarazona, Zaragoza, Fraga, La Almunia de Doña Godina, Calatayud, Alcañiz, Monreal del Campo y Teruel; donde 795 escolares acudieron a resolver y disfrutar con 6 problemas de matemáticas.

Aquí analizaremos el *problema 1*, un problema muy interesante que tiene diversas interpretaciones; veámoslas.

Enunciado

El numero 2016 no tiene raíz cuadrada entera. ¿Cuál es el menor número por el que deberíamos multiplicarlo para que el resultado sí tuviera raíz cuadrada entera? ¿Cuál sería esa raíz?

Solución

La primera impresión para obtener una raíz cuadrada entera nos lleva a pensar en un número entero positivo, es decir un número que pertenezca al conjunto de los números naturales ($\mathbb{N}$).

Veamos la solución del problema para este caso, que dado en el nivel académico que nos encontramos sería la forma más adecuada de resolverlo.

Para que un número tenga una raíz cuadrada entera, si hacemos la descomposición factorial de dicho número, todos sus factores tienen que estar elevados a un número par. Por tanto, en primer lugar haremos la descomposición factorial de 2016:

$$2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7, \text{ es decir } \sqrt{2016} = \sqrt{2^5 \cdot 3^2 \cdot 7}$$

Como nos dice el enunciado esa raíz cuadrada no es entera, y para que fuese entera tendríamos que multiplicar por los factores que faltan para que todos los exponentes fueran pares, esto es, por 2 y por 7:

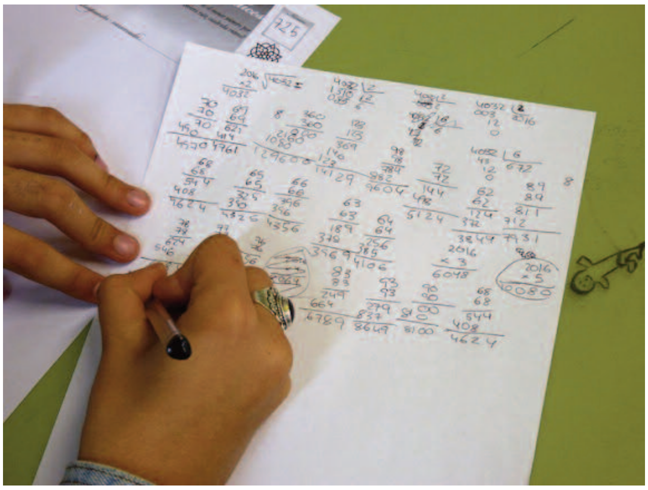
$$2^5 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 7 = 2016 \cdot 14 = 28\,224$$

$$\text{por tanto, } \sqrt{2016 \cdot 14} = \sqrt{2^5 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 7} = \sqrt{2^6 \cdot 3^2 \cdot 7^2} = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 = 168$$

Entonces, el número mínimo por el que tendríamos que multiplicar sería 14 y la raíz cuadrada obtenida sería 168.

En el enunciado, cuando hace la primera pregunta, pide el menor número por el que deberíamos multiplicarlo para que la raíz cuadrada sea entera, pero dicho número no se especifica que tenga que ser entero, lo que ha dado lugar a diversas respuestas, todas correctas si están bien argumentadas.

Otra de las respuestas, ha sido pensar que si nos hablan de multiplicar por un número, para obtener su raíz cuadrada entera, podemos multiplicar por el 0 que también nos da como resultado 0 y su raíz cuadrada seria 0 que también es un número entero. Desde luego multiplicar por 0 siempre es lo mas sencillo cuando tenemos que



hacer cálculos numéricos. En este caso es importante dar una completa explicación de este resultado para que el problema esté correctamente resuelto.

La tercera posibilidad ha sido, que si consideramos que el número por el que debemos multiplicar puede ser un número que pertenezca al conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$), entonces este número sería el que nos permite obtener la raíz cuadrada entera mas pequeña, esto es, obtener como resultado de la raíz 1; por tanto la raíz cuadrada sería $\sqrt{1}$ y el número más pequeño por el que deberíamos multiplicar 2016 sería $1/\sqrt{2016}$ con el que efectivamente obtendríamos una raíz cuadrada entera.

Y por último, también ha habido alumnos que utilizando la calculadora, directamente han obtenido $\sqrt{2016} = 12 \cdot \sqrt{14}$; por tanto, fácilmente podemos concluir que multiplicando 2016 por 14 obtenemos la raíz cuadrada de un número entero, que son los que ya hemos hallado anteriormente: 28 224 y su raíz cuadrada 168. En este caso convendría explicar que este resultado de la calculadora proviene de la descomposición factorial que hablamos antes, donde 14 es el producto de las potencias impares y 12 el producto de las potencias pares una vez calculada su raíz cuadrada.

Análisis de los resultados

De los 795 estudiantes que entregaron el problema, un 87 % lo intentaron y de estos, el 36,5 % hallaron alguna de las soluciones posibles. Dentro de los participantes que supieron hacer el problema un 18,4 % lo consiguieron de forma totalmente correcta alcanzando la máxima puntuación. Felicidades!!!

De los participantes que resolvieron el problema satisfactoriamente, un 37 % lo hicieron por el primer método (descomposición factorial), un 58 % por el segundo método (multiplicar por 0) y un 6 % por el tercero (números reales). Cabe destacar un alumno/a que partiendo de un razonamiento erróneo se dio cuenta de su equivocación y llego a un razonamiento correcto resolviendo el problema por los métodos segundo y tercero (por eso la suma de porcentajes es superior al total). Es decir, siempre hablamos de los múltiples métodos de resolución de problemas y este aunque académicamente es poco utilizado, también es valido en muchos casos, es decir partimos de una hipótesis, nos damos cuenta que no es correcta, pero nos permite averiguar la que es la buena.

Por último, comentar que el alto porcentaje de estudiantes que no consiguieron resolver el problema pudo ser, en gran medida, por no hacer una correcta lectura del enunciado; las respuestas dadas, no se correspondían con las preguntas del enunciado. Por tanto sería adecuado destacar la importancia de hacer una lectura atenta de los enunciados de los problemas; con tranquilidad, de forma pausada y tratando de entender todas y cada una de las palabras del texto.

También hay que recalcar la importancia de explicar el razonamiento seguido, de forma escrita y sobre el papel. Nos puede ayudar a entender mejor el problema, seguir de una forma mas clara todos los pasos del procedimiento de resolución, así como darse cuenta de los posibles errores y corregirlos en ese momento. Y todo ello, nos permitirá alcanzar el éxito final. Para terminar, quiero dar la *enhorabuena* a todos los participantes, a sus profesores y a los centros, y animarles a que sigan comentando, pensando y disfrutando con los problemas de matemáticas.