

## UN PLAN DE INVESTIGACIÓN SOBRE PRAXEOLOGÍAS MATEMÁTICAS EN PROFESORES DE MATEMÁTICA FORMADOS Y EN FORMACIÓN

Astiz, M.; Vecino, M.; Pedrosa M.; Valdez, G.; Oliver, M.; Medina, P.; Vilanova, S.;  
Vivera, C.; Campos, J.

Universidad Nacional de Mar del Plata.

[mastiz@live.com.ar](mailto:mastiz@live.com.ar)

### Resumen

En este trabajo se presenta un plan de investigación que se desarrolla en la Facultad de Cs. Exactas de la UNMDP, que tiene como propósitos, por un lado, analizar y describir críticamente las praxeologías matemáticas en profesores de matemática formados y en formación, a partir de sus cuatro componentes (tipos de tareas, técnicas, tecnologías, teorías) desde la perspectiva de la escuela francesa, y, por otro, partiendo de los resultados que se obtengan, elaborar, implementar y evaluar nuevas propuestas tendientes a mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Se trabaja con un diseño de casos múltiples y se utilizan distintas fuentes de datos que permitan la triangulación de la información. Los participantes son docentes de matemática formados y en formación y se seleccionan por sus características en función de los objetivos de la investigación.

**Palabras clave:** Praxeologías matemáticas, Prácticas docentes, Profesores, Profesores en formación.

### Abstract

In this paper a research plan that is developed in the faculty of exact sciences of UNMDP is presented, whose purposes, on the one hand, to analyse and describe critically the organizations or the mathematical praxeologies in teachers who are formed and in formation from four components (types of tasks, techniques, technologies and theories) from the perspective of the French school, and on the other hand, based on the results obtained, develop, implement and evaluate new proposals to improve the teaching and learning of mathematics. It works with a design of multiple cases and different data sources that allow triangulation of information are used. Participants are trained mathematics teachers and training and are selected for their characteristics depending on the research objectives.

**Keywords:** Mathematical praxeologies, Teaching Practices, Teachers, Teachers in formation

### 1. Introducción

El área de conocimiento de la didáctica de la matemática tiene un carácter relativamente reciente, lo que explica que no exista aún un paradigma de investigación consolidado y dominante. Trabajos como los de Ernst (1994), Gascón (1998), Font (2002), han puesto de manifiesto la diversidad de aproximaciones teóricas que se están desarrollando en la actualidad.

La investigación en educación matemática se desarrolló inicialmente desde un enfoque cognitivo, centrándose en el sujeto que aprende, preocupada por sus representaciones y el modo en que éstas modelan los aprendizajes y son transformadas por ellos. Si bien estos estudios constituyeron un aporte interesante, introdujeron un desequilibrio al centrarse sólo en uno de los vértices del triángulo docente-alumno-saber. Por otra parte, el uso del término “cognitivo” tampoco deja de ser conflictivo en sí mismo. Con

frecuencia se lo usa para designar los conocimientos subjetivos y los procesos mentales que ponen en juego los sujetos individuales enfrentados con un problema. Desde un enfoque exclusivamente psicológico de la cognición matemática, tales procesos mentales son los únicos descriptores del comportamiento matemático de los sujetos, sin considerar que de los sistemas de prácticas compartidas emergen cuestiones que condicionan los modos de pensar y actuar de las personas que enseñan y que aprenden.

Otras líneas de investigación, particularmente en las últimas décadas, fijaron su mirada sobre el docente, que al comienzo no había sido considerado el centro de la investigación. Actualmente se han multiplicado los estudios que tratan sobre las concepciones y representaciones de los docentes, sobre sus modos de acción y de decisión y sobre sus conocimientos y competencias, motivados por las dificultades de articulación entre teoría y práctica. Rápidamente los lazos entre representaciones y acción didáctica se revelaron como muy complejos y se planteó la cuestión de los determinantes de la acción didáctica y del papel exacto que desempeñaban las representaciones de los docentes sobre la matemática y el aprendizaje (Artigue, 2004).

La escuela francesa, a través de la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1996) puso su mirada no sólo en el sujeto que aprende, sino en la situación en la que ese sujeto interactúa con otros y con la matemática. Considera que el saber a enseñar tiene una existencia cultural, preexistente y en cierta forma independiente de las personas e instituciones interesadas en su construcción y comunicación. El análisis de los procesos de comunicación y la reconstrucción de estos saberes por el sujeto en el seno de los sistemas didácticos es el objetivo fundamental de este enfoque. Como señala Artigue (2004), "...esta teoría ha permitido comprender mejor los mecanismos fundamentales del juego didáctico y construir ingenierías didácticas apoyadas en esta comprensión". Dentro de estas perspectivas teóricas, la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud, 1990) es la que más nociones provenientes de la psicología cognitiva ha introducido en la investigación en didáctica de la matemática (esquema, invariante operatorio, concepto, campo conceptual, etc).

Dentro de la misma escuela, la Teoría de la Transposición Didáctica (Chevallard, 1985) contribuyó a reforzar este enfoque sistémico proporcionando los medios para cuestionar los saberes escolares, que ya no debían ser considerados simplemente como una copia débil del saber sabio que los legitima ya que obedecen a una lógica propia construida a través de un proceso complejo (el de la transposición didáctica). El desarrollo posterior de la Teoría Antropológica, también iniciada por Chevallard (1999), desempeñó un papel importante en la articulación de lo micro y lo macrodidáctico. Para este enfoque, el objeto de base no es el sujeto que aprende ni la situación didáctica, sino la institución en la que están insertos. Los saberes no existen sino como emergentes de prácticas situadas institucionalmente. Estas instituciones, a través de esas prácticas, crean sistemas de valores y normas en relación a los saberes: "...saber "alguna cosa" (el álgebra, las fracciones, las funciones) sólo puede tener un sentido relativo. En las instituciones, las expectativas relativas a los saberes, dependen fuertemente de las posiciones institucionales ocupadas: la del alumno no es la del docente y se diferencian sutilmente a partir de estas dos importantes categorías" (Bosch, et al, 2006). El modelo que propone actualmente la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 1999) parte del principio que toda actividad humana regularmente hecha puede describirse con un modelo único, que surge como respuesta a una cuestión o conjunto de cuestiones problemáticas. La respuesta matemática a dichas cuestiones se materializa en un conjunto organizado de objetos ligados entre sí por diversas interrelaciones, esto es, en una organización matemática o praxeologías matemáticas cuyos componentes

principales son tipos de tareas, técnicas, tecnologías, y teorías. Estas praxeologías matemáticas se componen de dos bloques o niveles:

- El nivel de la praxis o del saber hacer, que engloba un cierto tipo de tareas y cuestiones que se estudian, así como las técnicas para resolverlos.
- El nivel del logos o del saber, en el que se sitúan los discursos que describen, explican y justifican las técnicas que se utilizan, los cuales reciben el nombre de tecnología. Dentro del saber se postula un segundo nivel de descripción–explicación–justificación (esto es, el nivel tecnología de la tecnología) que se denomina teoría.

Para Chevallard, Bosch y Gascón (1997), el sistema de tareas de los docentes muestra dos grandes componentes asociados:

- Las tareas de concepción y organización de mecanismos de estudio, así como la gestión de sus medios ambientes (Organizaciones Matemáticas).
- Las tareas de ayuda al estudio, particularmente la dirección de estudio y enseñanza, cuyo cumplimiento es debido a la puesta en ejecución de técnicas didácticas determinadas (Organizaciones Didácticas).

Por último y siempre dentro de la escuela francesa, se han desarrollado construcciones teóricas más específicas, como la del “doble enfoque” (Robert, A. y Rogalski, J, 2002) llamada así porque se sitúa en la convergencia de dos campos: el cognitivo, que analiza los procesos de conocimiento en situación de trabajo y el de la didáctica de la matemática, en el que el docente es considerado como un individuo que ejerce su oficio en un ambiente dinámico y abierto. El objetivo principal de este enfoque es contribuir al análisis y a la comprensión de las prácticas de los docentes, tanto desde el punto de vista del aprendizaje que pueden promover en sus alumnos como desde las normas y coerciones profesionales a las que responden (sujeciones). La práctica docente es analizada desde tres dimensiones: 1. los contenidos trabajados en clase y las actividades del docente y de los alumnos, 2. las formas de trabajo de los alumnos y 3. las interacciones entre los alumnos y el docente. Estos análisis conducen a una lectura de las prácticas según cuatro componentes: el *cognitivo* (lo planificado por el profesor para actuar sobre los conocimientos matemáticos de los alumnos); el de *mediación* (las interacciones entre docente y alumnos); el *social* (relativo a las restricciones y sujeciones institucionales y sociales que actúan sobre la práctica del profesor) y el *personal* (concepciones del profesor en cuanto a la matemática y a su propia profesión, su tolerancia a correr riesgos, sus márgenes de maniobra con respecto a las sujeciones, etc.). Desde esta perspectiva el docente “...es considerado menos como un guía “sabio” o como un “ingeniero de la educación” y más como un profesional que trabaja en ambientes complejos y cambiantes a los que debe adaptarse permanentemente (Artigue, 2004)”.

Distintas investigaciones se han basado en este doble enfoque. Roditi, E. (2001), estudió las cuestiones didácticas vinculadas a la enseñanza de la multiplicación entre el último año de la escuela elemental francesa y el primer año de la escuela secundaria, analizando diferentes ingenierías didácticas y comparando las prácticas de cuatro docentes a través de un estudio de casos; su investigación reveló la existencia de fuertes restricciones institucionales y relacionadas con el oficio del docente, un débil impacto de las investigaciones existentes sobre la práctica y la presencia de un margen de maniobra basado en una lógica personal de los docentes. Lenfant, A. (2002), basado en el doble enfoque didáctico y en la teoría antropológica, analizó la transición de un grupo de profesores en formación desde la posición de estudiantes a la posición de docentes y el desarrollo de competencias profesionales entre profesores debutantes, mostrando una diversidad de perfiles profesionales de distinta evolución; Robert (1999, 2001, 2002,

2003, 2005) y Rogalski (2002, 2003), mostraron a través de diversas investigaciones que gran parte del aprendizaje de los alumnos depende de las actividades que realizan en clase, que a su vez están condicionadas por lo que el docente organiza y propone, limitado por distintas sujeciones sociales, personales e institucionales. Mostraron también que las prácticas de los docentes se vuelven rápidamente estables y difíciles de cambiar ya a que traducen un equilibrio personal complejo debido a todas las sujeciones que pesan sobre cada profesor.

## 2. Fundamentos del proyecto

Como hemos expresado, actualmente es poco discutible que los docentes son el eslabón clave de cualquier evolución en la enseñanza de la matemática, pero considerarlos como un elemento clave del sistema no es suficiente si no son problematizados como verdaderos actores, si no se intenta comprender sus prácticas y aquello que las determinan, las restricciones a las que están sujetos y sus márgenes de maniobra, los conocimientos disciplinares y otros que hacen a sus competencias profesionales y al modo en que se construyen (Artigue, 2004)

En proyectos anteriores desarrollados por nuestro grupo de investigación en la UNMDP, se caracterizaron las concepciones sobre la matemática, su enseñanza y su aprendizaje en docentes y alumnos de nivel universitario y se analizó la construcción de determinados conceptos matemáticos por parte de los alumnos de la facultad, describiendo sus dificultades y proponiendo alternativas didácticas tendientes a superarlas. También se abordó la formación matemático-didáctica del profesorado a partir del análisis y caracterización de la práctica docente, desarrollando y diseñando algunos materiales para intervenciones con el propósito de mejorar la práctica docente.

La investigación que proponemos, como continuación de los proyectos anteriores y en el marco de teórico de la escuela francesa se basa en analizar y describir críticamente las praxeologías matemáticas, desde sus cuatro componentes (tipos de tareas, técnicas, tecnologías, teorías) que presentan las prácticas docentes de profesores de matemática formados y en formación y a partir de ello elaborar propuestas tendientes a mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática

Al igual que los dos proyectos anteriores, el tema y sus objetivos, responden a una de las cinco líneas prioritarias de investigación que surgieron del congreso de la TAD (Teoría Antropológica de lo Didáctico), realizado en España en 2010: el problema de la formación matemático-didáctica del profesorado en matemática y la práctica docente (Gascón, 2010)

## 3. Objetivos:

### *General*

Analizar críticamente las praxeologías matemáticas de profesores de matemática formados y en formación desde los componentes cognitivo, de mediación, social y personal y a partir de ello elaborar propuestas tendientes a mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática

### *Particulares*

1. Identificar y describir los tipos de tareas y técnicas (bloque del saber-hacer) que utilizan en sus prácticas docentes los profesores de matemática formados y en

- formación teniendo en cuenta los componentes cognitivo, de mediación, social y personal.
2. Identificar y describir las tecnologías y teorías (bloque del saber) que utilizan en sus prácticas docentes los profesores de matemática formados y en formación teniendo en cuenta los componentes cognitivo, de mediación, social y personal.
  3. Comparar las organizaciones (praxeologías) diseñadas y utilizadas por ambos grupos, analizando puntualmente dificultades, sujeciones y posibilidades de innovación.
  4. Realizar un diagnóstico de las principales dificultades vinculadas con los cuatro componentes de las organizaciones matemáticas contemplados en el análisis y proponer alternativas de mejora.
  5. Generar instancias de reflexión con los docentes dirigidas al análisis crítico de sus propias prácticas.
  6. Generar organizaciones (praxeologías) matemáticas, realizar intervenciones tendientes a mejorar la práctica docente y evaluar los efectos de dichas intervenciones en la práctica de la enseñanza de la matemática.

Está previsto desarrollar las siguientes actividades:

- Establecer los criterios para la selección de los sujetos que participarán de los estudios de casos en base a las características relevantes para la conformación de los grupos en función del problema de investigación (en formación o formados, nóveles o expertos, provenientes de escuelas de gestión pública y/o privada, pertenencia a distintos niveles de enseñanza, etc.).
- Seleccionar y contactar a los sujetos participantes
- Diseñar los protocolos de entrevistas semi-estructuradas
- Diseñar los registros de observación de clases
- Diseñar los protocolos de análisis de los materiales audiovisuales de recolección de información.
- Diseñar los protocolos de análisis de los materiales docentes producidos.
- Realizar las observaciones, entrevistas, filmaciones, grabaciones y análisis de materiales curriculares producidos por los docentes para su práctica.
- Analizar los datos obtenidos en base al marco teórico establecido y caracterizar la práctica de los sujetos participantes del estudio.
- Realizar las comparaciones entre los sujetos participantes con características distintivas.
- Establecer las principales características de las praxeologías matemáticas detectados en los casos estudiados.
- Organizar los grupos de análisis y discusión sobre los resultados obtenidos, con la participación de los sujetos seleccionados como casos de estudio, para delimitar las principales características de las praxeologías matemáticas estudiadas y realizar un análisis crítico de las prácticas.
- Organizar reuniones de trabajo, con modalidad de taller, para diseñar intervenciones y propuestas didácticas, a partir de las praxeologías matemáticas estudiadas, y elaborar materiales innovadores para mejorar las prácticas.
- Poner en práctica las propuestas didácticas elaboradas y evaluar sus efectos.
- Redactar el informe.
- Difundir resultados.

**4. Métodos y técnicas a emplear:** En el marco de una investigación de tipo cualitativo, se utilizará un diseño de casos múltiples, en el que los participantes serán seleccionados

atendiendo a las características particulares y a la potencial información que puedan ofrecer, relevante para los objetivos de la investigación.

Para los objetivos 1, 2 y 3 siguientes técnicas de recolección de datos:

1. *Análisis documental* (normativas y reglamentaciones institucionales) para analizar posibles sujeciones y márgenes de acción de los docentes vinculadas al componente socio-institucional
2. *Análisis de materiales curriculares y producciones de los docentes* para identificar, describir y analizar las componentes de las praxeologías matemáticas y evaluar el componente cognitivo, es decir, lo planificado por el profesor para actuar sobre los conocimientos matemáticos de los alumnos.
3. *Cuestionarios, entrevistas, biografías escolares y relatos de trayectorias profesionales* para obtener datos vinculados al componente personal.
4. *Visitas, observaciones sobre el terreno y notas de campo*, para identificar, describir y analizar las componentes de las praxeologías matemáticas y obtener información sobre los componentes cognitivo, personal y de mediación.
5. *Filmaciones, grabaciones y fotografías*, para identificar, describir y analizar las componentes de las praxeologías matemática y obtener datos sobre los componentes cognitivo y de mediación.

Para el cumplimiento de los objetivos 4, 5 y 6 se utilizarán las siguientes técnicas

6. *Grupos de análisis y discusión con registro audiovisual*, para la reflexión grupal sobre de los cuatro componentes de las praxeologías matemáticas analizadas, la propia práctica, la detección de dificultades, y la toma de decisiones con respecto a la producción de alternativas de mejora para la enseñanza de la matemática.
7. *Reuniones de trabajo con modalidad taller* para la generación de materiales, propuestas didácticas y diseño de intervenciones.

## 6. Primeros avances

Al momento del envío de este trabajo, está transcurriendo el segundo mes del cronograma de actividades propuestas y se han comenzado a realizar las siguientes acciones: determinación y establecimiento de criterios para la selección de los sujetos que participarán de los estudios de casos y determinación de las características relevantes de estos sujetos para el problema de investigación (en formación o formados, noveles o expertos, provenientes de escuelas de gestión pública y/o privada, pertenencia a distintos niveles de enseñanza, etc.), el diseño de los protocolos de registro de información y a partir de allí comenzar con la selección y establecimiento de contactos con los sujetos participantes. Se hará una selección de instituciones y de sujetos intencional teniendo en cuenta tanto el impacto, la relevancia o pertinencia, la diversidad como las consideraciones pragmáticas (facilidades de acceso a los datos, disponibilidad de tiempo para la interacción entre los sujetos y del equipo, entre otros). A partir de los resultados obtenidos se espera aportar: al desarrollo y profundización de herramientas teóricas y a nueva evidencia empírica relacionada con los temas tratados, a la difusión de los resultados en la comunidad de docentes del área matemática, con el fin de contribuir a la producción de cambios en la práctica educativa, a la mejora en la formación de los futuros profesores de la Facultad, a la formulación de recomendaciones y propuestas didácticas relacionadas con los temas en estudio, a la continuidad en la formación de recursos humanos en el tema, a la difusión de los resultados en la comunidad científica-educativa nacional e internacional.

## 6. Referencias

- Artigue, Michele (2004) Problemas y desafíos en educación matemática: ¿qué nos ofrece hoy la didáctica de la matemática para afrontarlos? *Educación Matemática*, 16(3), pp5-28
- Bosch, M.; García, F.; Gascón, J. y Higuera, L. (2006) La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación Matemática* 18(2)
- Brousseau, G (1996) *Theorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensee Sauvage
- Chevallard, I (1985) *La transposición didáctica*. Buenos Aires: Aique
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). Estudiar matemática. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. Barcelona: ICE/Horsori.
- Chevallard, I (1999) El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 19(2), pp 221-266
- Ernst, P. (1994) The philosophy of Mathematics and the didactics of Mathematics. En: R. Biehler et al Eds. *Didactics of Mathematics as a scientific discipline*. Dordrech: Kluwer. Pp 335-349
- Font, V. (2002) Algunos puntos de vista sobre las representaciones en didáctica de las Matemáticas. *Philosophy of Mathematics Education Journal*.
- Gascón, J. (1998) Evolución de la Didáctica de la Matemática como disciplina científica. *Recherche en Didactique des Mathematiques* 18(1), pp 7-34
- Gascón, J. (2010) Reseña del III Congreso Internacional sobre la TAD. *Educación Matemática*, 22(1), pp 167-169
- Lenfant, A (2002) De la position d'étudiant a la position d'enseignant: l'évolution du rapport a l'algebre de professeurs stagiaires. *Tesis de doctorado*. Universidad de Paris 7.
- Robert, A. (1999) Recherches didactiques sur la formation professionnelle des enseignants de mathematiques du second degre et leurs pratiques en classe. *Didaskalia*, 15, pp 123-157
- Robert, A. (2001) Les recherches sur les pratiques de enseignants et les contraintes de l'exercice du metier d'enseignant. *Recherche en Didactique des Mathematiques* 21(1-2), pp 57-80
- Robert, A. (2002) De l'ideal didactique aux deroulements reels en classe de mathematiques : le didactiquement correct, un enjeu de la formation des (futurs) enseignants. *Didaskalia*, 22, pp 99-116
- Robert, A. (2003) Taches mathematiques et activites des eleves : une discussion sur le jeu des adaptations individuelles introduites au demarrage des exercices cherches en classe. *Reveu Petit X*, 62, pp 61-71
- Robert, A. y Pouyane, N. (2005) Formar formadores de maestros de matematicas de educación media. ¿por qué y cómo? *Educación Matemática*, 17(2), pp 35-58
- Robert, A. y Rogalski, J. (2002) Le systeme complexe et coherent des pratiques des enseignants de mathematiques : une double approche. *Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences, des Mathematiques et des Technologies*. 2(4) pp 505-528
- Roditi, E. (2001) L'enseignement de la multiplication des decimaux en sixieme. Etude des pratiques ordinaires. *Tesis de doctorado*. Universidad de Paris.
- Rogalski, J. (2003) Y a-t-il un pilote dans la classe. *Recherche en Didactique des Mathematiques* 23(3), pp 343-388
- Vergnaud, G. (1990) La Theorie des champs conceptuels. *Recherche en Didactique des Mathematiques* 10(2.3), pp 133-170