

ANÁLISIS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE UN DISPOSITIVO DIDÁCTICO ENMARCADO EN EL PARADIGMA DE LA INVESTIGACIÓN DESARROLLADO POR UN ESTUDIANTE DEL PROFESORADO EN MATEMÁTICA

Ana Rosa Corica; María Rita Otero

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).

Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT).

Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.

acorica@exa.unicen.edu.ar, rotero@exa.unicen.edu.ar

Resumen

En este trabajo discutimos resultados del diseño e implementación de un dispositivo didáctico propuesto por un estudiante del profesorado en matemática. El estudiante experimentó un curso que diseñamos para la formación didáctico – matemático, con el objetivo de que los estudiantes para profesor en matemática adopten un modelo didáctico no tradicional, basado en la investigación y en la vinculación de la matemática con otras disciplinas. El estudiante desarrolló su implementación en un curso de quinto año de la escuela secundaria Argentina. Su propuesta didáctica propone una situación, que posibilita la gestión de algunos gestos propios del paradigma de la investigación y del cuestionamiento del mundo, en las condiciones actuales de la escuela secundaria.

Palabras clave: Formación de profesores, Matemática, Teoría Antropológica de lo Didáctico.

Abstract

In this paper we discuss the design and implementation of a didactic device proposed by a mathematics teacher training. The teacher training underwent a course that we designed for didactic-mathematician training, with the goal that mathematic teachers training adopt a non-traditional teaching model, based on research and linking of mathematics with other disciplines. The mathematics teacher training developed its implementation in a course of fifth year at an Argentine high school. The student's proposal is a situation that allows the management of some gestures of the paradigm of research and world questioning in the current conditions of the high school.

Keywords: Teacher training; Mathematics; Anthropological Theory of the Didactic

1. Introducción

La problemática de la formación de profesores en matemática es abordada por diversos investigadores (Artaud, Cirade & Jullien, 2011; Ball, Thames & Phelps, 2008; Cantoral, 2013; Fennema & Loef, 1992; Gellert; Becerra & Chapman, 2013; Parada & Pluinage, 2014; Rico, 2004; Robert & Pouyanne, 2005; Ruiz, Sierra, Bosch & Gascón, 2014; Shulman, 2006, entre otros), quienes acuerdan que para la formación de profesores en matemática una condición necesaria es saber matemática con amplio dominio del campo, pero esto no resulta suficiente, se requiere una formación didáctica acorde a las exigencias institucionales y a la formación de los estudiantes como ciudadanos de hoy. Sin embargo, no hay acuerdo en la literatura científica acerca de cuáles son las

competencia, disposiciones, etc que debería conocer el profesor para favorecer el aprendizaje de sus alumnos (Godino, 2009).

Bajo esta perspectiva, diseñamos y comenzamos a experimentar un curso destinado a estudiantes para profesor en matemática (Corica, Otero, 2015a, 2005b). La propuesta tiene como objetivo que los estudiantes del profesorado en Matemática (EPM) puedan adoptar un modelo didáctico no tradicional, basado en la investigación y en la vinculación de la matemática con otras disciplinas. El curso se compone de tres fases. En la primera de ellas se proponen dos situaciones que son gestionadas de manera simultánea, en las que se procura integrar la formación matemática de los EPM con la formación didáctica. Se propone abordar una cuestión generatriz inicial vinculada con una de las problemáticas fundamentales de la profesión de profesor que es cómo enseñar el saber matemático. Además, en paralelo a los EPM se les propone estudiar en posición de alumnos diferentes dispositivos didácticos basados en el paradigma de la investigación y el cuestionamiento del mundo. Aquí se procura establecer vinculaciones entre la matemática y otras disciplinas. Esto les permitiría adquirir una concepción epistemológica diferente del saber matemático y de las ciencias en general. De esta manera, se aborda de forma simultánea dispositivos didácticos junto con el entorno tecnológico que justifica el hacer de las organizaciones didácticas involucradas. La importancia de esta propuesta reside en tratar de involucrar a los EPM en experiencias que los aproximen al paradigma de investigación en todo su proceso formativo didáctico-matemático, asumiendo como principio básico que los profesores en formación tienen que participar de procesos de enseñanza con las características de la manera que se pretende que enseñen (Ponte, Chapman, 2008). La segunda fase del curso consiste en que los EPM adapten o propongan dispositivos didácticos para enseñar matemática con el objetivo de que permitan hacer vivir algunos gestos propios de la pedagogía de la investigación y el cuestionamiento del mundo. Finalmente, los EPM implementan sus dispositivos didácticos en cursos regulares de la escuela secundaria Argentina, en correspondencia con la formación didáctico-matemática a la que fueron expuestos. En este trabajo reportamos resultados vinculados al diseño e implementación de un dispositivo didáctico por parte de un EPM que experimentó nuestro curso, considerando ¿qué gestos del paradigma de la investigación realiza la comunidad que él dirige?

Marco Teórico

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1999, 2007, 2013a, 2013b) propone introducir en los sistemas de enseñanza procesos de estudio funcionales en lugar de estudiar saberes inmotivados, como respuesta a preguntas cuyo origen se desconoce o se oculta. Se proponen preguntas umbilicales que requieran de herramientas materiales y conceptuales, útiles para estudiar y responder preguntas, siempre de manera inacabada. Los Recorridos de Estudio e Investigación (REI) son dispositivos que permitirían afrontar el fenómeno de monumentalización del saber a partir de una nueva epistemología escolar basada en la investigación y el cuestionamiento del mundo (Otero, et al., 2013). Llevar adelante la metodología propia del nuevo paradigma, requiere incorporar un conjunto de gestos didácticos, que implican modificaciones radicales con respecto a la enseñanza tradicional.

Una enseñanza por REI presupone abordar preguntas que son acordadas por todos los integrantes de la comunidad. Esto demanda repartir responsabilidades y asignar tareas individuales, para luego retornar el proceso grupal de elaboración de una respuesta. Las obras encontradas o reencontradas para elaborar la respuesta, serán estudiadas con cierto

nivel de profundidad, para establecer su pertinencia. Así, también surgirán nuevas preguntas, que la comunidad decidirá cuándo y cómo va a responder. Por lo que, la responsabilidad no recae en el individuo, sino en la comunidad productora, que sostiene y valida las respuestas que genera colectivamente.

Metodología

Este trabajo es un estudio de caso, relativo a una investigación cualitativa, de tipo descriptivo e interpretativo (Hernández, Fernández, Baptista, 2010). Reportamos resultados de la gestión de un dispositivo didáctico readaptado y gestionado por un EPM de una Universidad pública Argentina que realizó nuestro curso para la formación didáctico – matemática. El EPM no tenía experiencia docente y conocía las características de la institución escuela secundaria a partir de su experiencia como alumno.

El EPM readaptó un dispositivo didáctico propuesto por Rodríguez, Hidalgo, Sierra (2013) mientras realizaba el curso Práctica Docente, correspondiente al último año de la carrera. La propuesta se inició con el análisis de una situación que se fundamenta en dar respuesta a: *Q₀: ¿Cómo comparar tarifas de telefonía celular?* Este dispositivo didáctico resulta ser compatible para gestionar algunos gestos propios de la pedagogía de la investigación y el cuestionamiento del mundo. La propuesta fue desarrollada originariamente por Rodríguez, Hidalgo, Sierra (2013) en talleres y el EPM adaptó la propuesta para ser implementada en un curso regular de matemática de la escuela secundaria Argentina.

La implementación se desarrolló en un curso de quinto año en una escuela secundaria pública de gestión privada. En el curso se destinan tres horas semanales para estudiar matemática, segmentadas en un encuentro de dos horas y un encuentro de una hora. El curso se encontraba compuesto por N=32 estudiantes cuyas edades oscilaban entre 16 y 17 años. Los alumnos se hallaban ubicados en grupos compuestos por 3 a 5 integrantes. Los estudiantes tienen acceso a internet en la institución y cuentan con computadoras personales. Es un grupo que se caracterizó por haber sido formado en una enseñanza tradicional, pero demostraron interés en participar y explicar a los demás sus propuestas más allá de que las técnicas empleadas sean las adecuadas o no.

De cada sesión que involucró la implementación, se registró el audio general y se realizaron notas de campo. Al finalizar cada sesión, se recogieron las producciones escritas de los alumnos, y se devolvieron en la sesión inmediata.

4. Análisis del diseño y gestión del dispositivo didáctico propuesto

La primera sesión se inició con la siguiente situación:

Queremos contratar una compañía de telefonía móvil. Contamos con la descripción de los costos actuales de Movistar, Claro y Personal. ¿Qué compañía de telefonía móvil nos conviene contratar si nos comunicamos mediante llamadas locales?

Para el análisis de la situación, el EPM proporcionó a los alumnos información de 3 compañías de telefonía celular en Argentina. La misma se refiere a planes de tres compañías con características similares. Esto restringió el estudio porque no propicia analizar los diferentes planes y ofertas que propone cada compañía, y la situación inicial se ubica en estudiar solo comunicaciones mediante llamadas locales. Así, el momento exploratorio queda ahogado por la decisión del profesor. Pues, las compañías en sus planes ofrecen información sobre la utilización de internet, comunicación por SMS, costo por comunicación mediante llamadas, números para comunicarse sin costo y para

el plan de cada compañía se indican diferentes montos disponibles para poder utilizarlo en distintas formas de comunicación.

El EPM decidió acotar el análisis de la situación porque el profesor del curso solicitó que la propuesta se finalizara en aproximadamente 12 encuentros. Además, se trata de una institución fuertemente regulada por la evaluación. Los alumnos son sometidos a instancias de evaluación de manera constante, lo que requirió que el EPM planificara situaciones para poder tener todos los registros solicitados por la institución.

El análisis de la situación inicial se desarrolló en pequeños grupos, para luego compartir la propuesta con toda la comunidad. La actividad se centró en formular preguntas sobre la situación inicial sin aportar una respuesta directa y finalizada. De esta manera, el medio inicial quedó conformado por las siguientes preguntas:

Q₁: ¿Qué empresa tiene el segundo de llamada más barato?

Q₂: ¿Qué empresa tiene números ilimitados?

Q₃: ¿Qué empresas tienen beneficios por llamadas entre celulares de la misma compañía?

Q₄: ¿Qué descuentos tiene cada uno?

Q₅: ¿Cuánto cuesta el segundo de llamada local en cada compañía?

Q₆: ¿Cuál compañía tiene el mejor precio final?

Q₇: ¿Nos conviene usar el plan de MOVISTAR que nos da los primeros 30 segundos gratis cada segundo de 0,0585 o el personal que cada segundo vale \$ 0,45?

Las preguntas *Q₂*, *Q₃* y *Q₄* se alejan del propósito de la situación formulada por el EPM, pero resultan ser genuinas de los alumnos y producto de analizar una situación real. Por otro lado, las cuestiones *Q₁* y *Q₅* hacen referencia a un mismo tipo de tarea *T₁*: *Determinar el costo por segundo de llamada para cada compañía* y las preguntas *Q₆* y *Q₇* hacen referencia al tipo de tarea: *T₂*: *Comparar el costo de llamadas locales para cada una de las empresas de telefonía celular*. El EPM acordó con el grupo de alumnos comenzar con las cuestiones *Q₆* y *Q₇*. Así, para esto el grupo de alumnos propuso abordar el siguiente conjunto de preguntas:

Q₈: ¿La del precio más barato tiene igual cantidad de beneficio que el resto?

Q₉: ¿En qué consta la diferencia de precio entre las compañías?

Q₁₀: ¿Qué relación hay entre precio final – crédito para llamadas?

Q₁₁: ¿Cómo sabemos el precio final de la llamada local de cada compañía?

Q₁₂: Sumados los beneficios y los costos ¿Cuál tiene mejor precio final?

Algunas de las preguntas escapan a lo planificado por EMP, tales como *Q₈*, *Q₉* y *Q₁₂*. Así la propuesta del EPM fue acotar este conjunto de preguntas y ocuparse de abordar *Q₁₀* y *Q₁₁*. Para estudiar estas cuestiones, uno de los alumnos indicó: *Demos cantidad de tiempo. Hagamos una llamada de cada compañía*. De esta manera, la propuesta se orientó a analizar la situación para duración de llamadas concretas. Algunos grupos propusieron analizar el costo para 30 segundos, donde la respuesta se puede obtener rápidamente a partir de la información brindada por las compañías, sin necesidad de problematizar la situación. Otros alumnos propusieron estudiar para llamadas que duraban 60 segundos. Los alumnos afirmaron que si se comparaban los costos de las llamadas de un tiempo determinado en las diferentes empresas, podrían afirmar cual sería la más económica. Ésta afirmación se sustenta en que si la llamada era más económica para un determinado tiempo, siempre lo sería. Este no problematiza la situación y no responde a la cuestión *Q₁₁*. Esto requirió que el EPM interviniera y propusiera abordar la pregunta: *Q₁₃* *¿Cuánto puedo hablar con el crédito disponible?* Esta resulta ser una cuestión central, porque permite analizar que si bien hay compañías donde los costos de comunicación son más económicos, el crédito para establecer comunicación mediante llamadas es menor.

El análisis derivó en la formulación de funciones definidas a trozos para cada compañía de telefonía celular que permiten establecer el costo de comunicación por llamada según el tiempo de duración de la comunicación. Estas constituyen nociones nuevas para los estudiantes y no se proponen abordar en el diseño curricular para la escuela secundaria Argentina. Consideramos que son relevantes pues permiten recuperar diferentes funciones que se estudian en la escuela secundaria y realizar un profundo análisis sobre el dominio de validez. Dentro del contexto de la situación inicial, el análisis resulta ser interesante porque los intervalos en que se definen cada rama de la función dependen del crédito para todo consumo que determina el plan de cada compañía. Así, cobran sentido nociones que se proponen para los primeros años de la escuela secundaria, como estimación, redondeo y truncamiento. Finalmente, el grupo arribó a expresiones del tipo que se indica a continuación, para cada una de las compañías consideradas:

$$c(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t = 0 \\ ce & \text{si } 0 < t \leq 30 \\ c_e + c_s(t - 30) & \text{si } 31 \leq t \leq \left[\frac{c_r - c_e}{c_s} + 30 \right] \end{cases}$$

Siendo c : el costo de la llamada, c_e : el costo por establecimiento de la llamada; c_s : costo por segundo luego de transcurrido los 30 segundo del establecimiento de la llamada, c_r : crédito disponible para cualquier consumo.

A continuación, el EPM propuso salir del tema para estudiar la OM de funciones definidas a trozos. Estas tareas hacen referencia a los siguientes tipos de tarea:

T_1 : Establecer el dominio de validez de expresiones definidas a trozos.

T_2 : Establecer la imagen de funciones definidas a trozos.

T_3 : Hallar puntos de intersección de funciones definidas a trozos con los ejes de coordenadas.

T_4 : Representar gráficamente funciones definidas a trozos.

T_5 : Establecer intervalos de positividad y negatividad de funciones definidas a trozos.

T_6 : Hallar la expresión de funciones definidas a trozos representadas gráficamente.

T_7 : Establecer funciones continuas y discontinuas.

Aquí se buscó que los alumnos se familiaricen con ciertas técnicas específicas de funciones definidas a trozos y poder contar con mayor conocimiento para abordar Q_1 y Q_5 . El análisis de estas cuestiones derivó en el análisis de funciones definidas a trozos compuestas por funciones racionales. Así, los alumnos propusieron expresiones del tipo que se indica a continuación, para cada una de las compañías consideradas:

$$c_m(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t = 0 \\ \frac{ce}{t} & \text{si } 0 < t \leq 30 \\ \frac{c_e + c_s(t - 30)}{t} & \text{si } 31 \leq t \leq \left[\frac{c_r - c_e}{c_s} + 30 \right] \end{cases}$$

Siendo c_m : el costo medio, c_e : el costo por establecimiento de la llamada; c_s : costo por segundo luego de transcurrido los 30 segundo del establecimiento de la llamada, c_r : crédito disponible para cualquier consumo.

Este constituyó el primer encuentro de los alumnos con la función racional. Por lo tanto, el EPM propuso estudiar funciones racionales mediante tareas que se encuentran representadas por los siguientes tipos de tareas:

T_1 : Establecer el dominio de validez de expresiones racionales.

T_2 : Establecer la imagen de funciones racionales.

T_3 : Hallar puntos de intersección de funciones racionales con los ejes de coordenadas.

T_4 : Representar gráficamente funciones racionales.

T_5 : Establecer intervalos de positividad y negatividad de funciones racionales.

T₆: Hallar la expresión de funciones racionales representadas gráficamente.

Finalmente, con el propósito de recuperar el análisis realizado a los planes ofrecidos por las compañías de telefonía celular y aportar respuestas a la situación inicial, el EPM propuso a los alumnos la siguiente tarea:

Revisar todo el estudio realizado sobre las compañías de telefonía celular y elaborar un informe en el que esboce respuesta a ¿Qué compañía de telefonía móvil nos conviene contratar si nos comunicamos mediante llamadas locales?.

Los trabajos fueron realizados en grupos. La propuesta de los alumnos recuperó lo realizado desde el inicio de la situación, profundizando en la utilidad de la matemática para el análisis de la situación.

5. Conclusiones

La situación inicial propuesta por el EMP generó gran interés en el grupo de estudiantes y resultó ser rica en el conjunto de preguntas derivadas. Si bien, el análisis de estas cuestiones fue en gran parte controlado y regulado por el EMP, los alumnos asumieron la responsabilidad de búsqueda de respuesta, proponiendo y estudiando situaciones concretas. La inexperiencia docente del EMP, la restricción temporal, la necesidad de cumplir con un diseño curricular y el sistema evaluativo de la institución, hizo que la dialéctica del estudio y la investigación estuviera poco dirigida por los alumnos. El medio gestado por los estudiantes hizo que las respuestas fueran validadas por sus propias experiencias y por la constatación entre los grupos de trabajo.

Se continuará la investigación con EPM en torno al tratamiento de la cuestión: *¿Cómo comparar tarifas de telefonía celular?* Ya que es de interés social, permite problematizar una situación real y mostrar la utilidad de la matemática para desarrollar una respuesta. La cuestión habilita la realización de ciertos gestos propios del paradigma de la investigación y del cuestionamiento del mundo en las condiciones actuales de la escuela secundaria.

6. Referencia bibliográfica

Artaud, M.; Cirade, G. & Jullien, M. (2011). Intégration des PER dans l'équipement praxéologique du professeur. Le cas de la formation initiale. En M. Bosch, et. al (Eds.), *Un panorama de la TAD*, 769 – 794.

Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes it Special?. *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.

Cantoral, R. (2013). Tendencias: Los métodos de investigación para profesionalización docente en Matemáticas. *RELIME*, 16(1), 5-12.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19/2, 221-266.

Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. Recuperado de: <http://yves.chevallard.free.fr>

Chevallard, Y. (2013a). Journal du Séminaire TAD/IDD. Théorie Anthropologique du Didactique & Ingénierie Didactique du Développement. Recuperado de: <http://yves.chevallard.free.fr/>

Chevallard, Y. (2013b) Éléments de didactique du développement durable. Leçon 3. Recuperado de: <http://yves.chevallard.free.fr/>

Corica, A., Otero, M. (2015a). The Mathematics Teacher's Profession: the Perspective of Future, for that you consider submitting to assessment. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 3(2), 145 - 158.

- Corica, A., Otero, M. (2015b). Diseño e implementación de un curso para la formación de profesores en matemática: una propuesta desde la TAD. *BOLEMA*. En prensa
- Fennema, E. & Loef, M. (1992). Teacher' Knowledge and its impact. En D.A. Grows (ed.). *Handbook of Research on Mathematicis Teaching and Learning*, 147-163.
- Gellert, U., Becerra, R. & Chapman, O. (2013). Research Methods in Mathematics Teacher Education. In M. Clements, A. Bishop, C. Keitel-Kreidt, J. Kilpatrick & F. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education*, 27, 327-360.
- Godino, J. (2009). Categorías de Análisis de los Conocimientos del Profesor de Matemáticas. *UNION*, 20, 13 -31.
- Hernández, R.; Fernández, C; Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Otero, M.; Fanaro, M.; Corica, A. R.; Llanos, V. C.; Sureda, P.; Parra, V. (2013). *La Teoría Antropológica de lo Didáctico en el aula de Matemática*. Buenos Aires: Dunken.
- Parada, R. & Pluvinage, F. (2014). Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. *RELIME*, 17(1), 83-113.
- Ponte, J., & Chapman, O. (2008). Preservice Mathematics Teachers' Knowledge and development In L. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 225- 236). New York, NY: Routledge.
- Rico, L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria. *Revista de currículo y formación de profesorado*, 8(1), 1-15.
- Robert, A. & Pouyanne, N. (2005). Formar formadores de maestros de matemáticas de educación media: ¿Por qué y cómo?. *Educación Matemática*, 17(2), 35-58.
- Rodriguez, E.;Hidalgo, M.; Sierra, T. (2013). La modelización a través de los recorridos de estudio e investigación: el caso de la comparación de tarifas de telefonía móvil. *Actas del IV Congreso Internacional sobre la TAD*. Toulouse(France)
- Ruiz, A.; Sierra, T.; Bosch, M. & Gascón, J. (2014). Las Matemáticas para la Enseñanza en una Formación del Profesorado Basada en el Estudio de Cuestiones. *BOLEMA*, 28(48), p. 319-340.
- Shulman, L. (2006). Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. *Profesorado. Revista de curriculum y formación del profesorado*, 9(2), 1 -30.