

## EL NÚMERO DE ORO Y PROPORCIONALIDAD ÁUREA EN LA ESCUELA SECUNDARIA UTILIZANDO EL SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICA GEOGEBRA. UN ESTUDIO DE CASO

Dechima Sabrina; Fioriti Gema; Ferragina Rosa  
Universidad Tecnológica Nacional. Facultad Regional Pacheco.  
[sabrinadechima@gmail.com](mailto:sabrinadechima@gmail.com)

### Resumen

Esta experiencia didáctica giró en torno al concepto de proporcionalidad áurea en un primer año de la escuela secundaria. Corresponde a un enfoque cualitativo. Durante su implementación se intentó observar la totalidad de los hechos sin reducirlos a sus partes integrantes y se desarrollaron preguntas antes, durante y después del proceso.

Como recomendación destacamos: Necesidad de que, en las instituciones educativas, se conformen equipos de trabajo capaces de planificar, producir y evaluar materiales relacionados con el uso de TIC para la enseñanza de la matemática, acorde a los diseños curriculares vigentes.

**Palabras clave:** Proporcionalidad Áurea, GeoGebra.

### Abstract

The research is focussed on the concept of 'Golden Proportionality'. It was developed in first year of a state high school. The aim of this work tends to expose a qualitative aspect of the topic. During the process of implementation, it was tended to observe the total of events instead of reducing them into separated or isolated parts. Some enquiries were asked, before, meanwhile and after the process.

As a recommendation, we give emphasis of the necessity of work teams, which were trained enough in planning; producing and testing tools al regards the use of technology. We consider the use of IT (Information Technology) in close connection with the math learning process according to the official syllabus.

### 1. Introducción

Podemos señalar que existe un número que convive con la humanidad desde tiempos inmemorables porque está presente en la naturaleza rigiendo patrones de crecimiento de organismos biológicos, en estructuras como: la pirámide de Keops, el Partenón y el Edificio Naciones Unidas. Pero también en tarjetas de crédito, cuadros y al mismo tiempo en los anillos de Saturno. Estamos haciendo referencia al llamado Número de Oro, también conocido como: sección áurea, proporción áurea o razón áurea.

Por lo antes expuesto y teniendo en cuenta la importancia que poseen en la educación superior, consideramos necesario que los alumnos que se encuentran cursando la escuela secundaria hayan tenido una primera aproximación a ellos.

### 2. Marco Teórico

En el año 2010, el Poder Ejecutivo de la República Argentina, lanzó el programa denominado: "Conectar Igualdad", él mismo otorga una computadora a los alumnos y docentes de todas las escuelas públicas del país. Al mismo tiempo se propone

capacitarlos en el uso de esta herramienta, buscando la paulatina incorporación de su uso en el desarrollo de las clases. Cambió significativamente la forma de trabajo, aprendizaje y comunicación, tanto individual como grupal. Esto se debe a que actualmente las teorías más avanzadas sostienen que los aprendices “construyen” el conocimiento de manera activa a partir de sus experiencias con el mundo que lo rodea dando origen a un nuevo paradigma educativo, llamado: “aprendizaje ubicuo” definido como el que se produce en todo lugar y momento; en consecuencia, se produciría aprendizaje a partir del entorno. Cope y Kalantzis (2009).

Por otra parte consideramos que un buen quehacer matemático es más que resolver problemas. También es encontrar buenas preguntas, buscar medios para resolverlas, desarrollar nuevos métodos, conjeturar propiedades, validar soluciones, interactuar con otros miembros de la comunidad. Sostenemos que los alumnos aprenden matemática haciendo matemática, por ende será necesario favorecer y promover el surgimiento de estrategias de resolución a las actividades que se propongan.

La experiencia didáctica que desarrollaremos en esta comunicación considera que el abordaje de temas geométricos favorece el desarrollo de conjeturas, permite la modelización y la argumentación. Pero además, como sostiene Vilchez González (2007, pág. 6): “Es la ciencia que nos facilita herramientas para representar el mundo que nos rodea, proporcionando un lenguaje que nos permite hacer las primeras descripciones de ese mundo en el que estamos inmersos”.

Por su parte, la utilización de GeoGebra, permitió una nueva mirada sobre los temas abordados, debido a que favoreció el desarrollo del trabajo matemático, aportando al mismo tiempo una rápida posibilidad de visualizar la unicidad, multiplicidad o nulidad de soluciones. Comprobamos como sostienen Ammann y González (2012, pág. 20), que la utilización de un software nos abre las puertas a nuevas acciones, “el alumno no fue sólo observador sino que exploró, conjeturó en un tiempo considerable menor a aquel utilizando en las construcciones con lápiz y papel”. Además permite una forma de analizar los problemas desde diversos aspectos íntegramente relacionados: simbólico, algebraico y geométrico.

### **3. Experiencia Didáctica Implementada**

La secuencia completa posee nueve actividades las que se desarrollaron en una modalidad taller a lo largo de cuatro clases de aproximadamente tres horas cada una. Las mesas y sillas se encontraban ubicadas en grupos, siendo los propios alumnos quienes eligieron con quien deseaban sentarse y siguiendo con el modelo 1 a 1, cada alumno contó con su respectiva computadora.

Se implementó en una Escuela de Educación Secundaria de la localidad de Belén de Escobar (Provincia de Buenos Aires). El curso contó con un total de 35 alumnos que poseían una edad entre 12-14 años. Es importante destacar que tenían un manejo previo de GeoGebra. En clases anteriores se realizaron: construcciones, mediciones y reproducción de figuras según propiedades, teniendo en cuenta las posibles herramientas que serían utilizadas en la implementación de esta secuencia y, de este modo, minimizar las dificultades relacionadas con el uso del software que pudieran surgir.

El desarrollo de las actividades permitió a nuestros alumnos tener una primera aproximación a los conceptos: Número de Oro y Proporcionalidad Áurea. A lo largo de las actividades se han incluido diferentes tareas: construcciones, análisis de datos, producción y verificación de conjeturas, exploración, deducciones, producción de propiedades; siempre propiciando el intercambio de miradas y opiniones sobre cada una de ellas. Esto se debe a que consideramos que el trabajo de los docentes no se centra en

presentar a los alumnos nombres, particularidades y propiedades que caracterizan los contenidos, sino que fueron los propios alumnos quienes las descubrieron luego de atravesar la totalidad de las consignas propuestas.

Desarrollaremos a continuación algunas actividades y su interpretación didáctica

### 3.1 Actividad “Segmento”

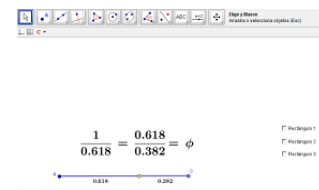
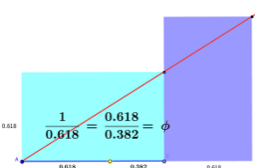
- Mueve el punto amarillo que divide al segmento en dos partes.  
Observa las distancias de dicho punto a los extremos del segmento.  
Compara la razón entre la longitud total del segmento y la de su parte mayor.  
Compara la razón entre la longitud total y la de su parte menor.
- ¿Puedes conseguir que ambas razones sean iguales? ¿Cuánto vale en ese caso aproximadamente?
- Haz clic sobre la casilla “Rectángulo 1” y “Rectángulo 2” y nuevamente desliza el punto amarillo. Describe lo que puedes observar.

Deseamos aclarar que para la implementación de las actividades se generaron diversos archivos con construcciones o imágenes. Esta decisión radica principalmente en el objetivo que los alumnos aborden las consignas planteadas en la actividad dando el tiempo suficiente y necesario para generar conjeturas, buscar regularidades y debatir las respuestas.

En el applet desarrollado para esta actividad en particular, se observan las dimensiones que posee el segmento y los cocientes correspondientes para verificar que se encuentra dividido en proporcionalidad áurea; además se destaca que al deslizar el punto amarillo, las medidas y cocientes varían. Sin este archivo, desarrollar la actividad y obtener las conclusiones no hubiera sido posible, debido a que sería muy dificultoso confeccionar la cantidad suficiente de rectángulos para que puedan obtenerla.

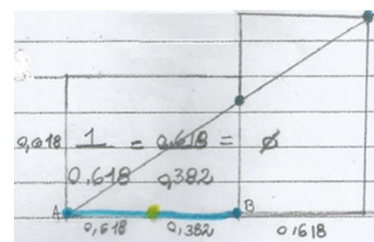
Al momento de abordar la consigna “c” los alumnos deben activar el rectángulo 1. A partir de su visualización y el desplazamiento del punto amarillo lograron identificar cómo varían sus dimensiones hasta ser áureo y al activar el segundo, puede observarse como varía uno en relación al otro.

Se buscó una aproximación directa con el contenido desde una actividad netamente matemática. A partir de ella se alude al rectángulo áureo y una de sus propiedades que los caracteriza de manera especial (cuando se colocan dos rectángulos áureos que poseen las mismas dimensiones como indica la figura, la recta AB pasa por el vértice C)<sup>2</sup>



Los alumnos lograron hallar el valor aproximado de la proporción áurea, identificar cuándo un rectángulo es áureo y las dimensiones que éste posee sin mayores dificultades.

La dificultad se presenta en el momento que deben explicar que sucede con la recta cuando las dimensiones de los rectángulos se encuentran en proporcionalidad áurea. Está estrechamente relacionada con la falta de vocabulario y el nivel de abstracción relacionado con la



<sup>2</sup> Al ubicar dos rectángulos áureos iguales como indica la figura. Los puntos A, B y C están alineados

edad de los alumnos, generando la necesidad de buscar una nueva estrategia puesto que consideraban que el lenguaje escrito no era suficiente. Consideraron que reproducir por medio de un dibujo lo que observaban era una explicación viable.

### 3.2 Actividad “Nacimiento de Venus”

Analiza si el cuerpo de la Venus presenta proporcionalidad áurea

El nacimiento de Venus 1483-1484 (en italiano: Nascita di Venere), es una pintura de Sandro Botticelli (1445 - 1510). El nacimiento de Venus representa una de las obras cumbres del maestro italiano. Está ejecutada al temple sobre lienzo y mide 278.5 centímetros de ancho por 172.5 cm de alto. Se conserva en la Galería de los Uffizi, Florencia.



Imagen

Al abrir el archivo, los alumnos, encontraron una pequeña descripción del cuadro: “El Nacimiento de Venus” y junto a ella un fragmento del mismo.

Destacamos que sin la herramienta *insertar imagen* que posee GeoGebra realizar la actividad sería muy complejo, debido a que sería dificultoso tomar una imagen del cuadro y a partir de ella tomar las dimensiones requeridas.

En el margen inferior derecho se visualiza un botón de la herramienta *ocultar/mostrar*; la cual se utilizó para que los alumnos comprueben si el cociente hallado corresponde a la proporcionalidad áurea. Se buscó que los alumnos anticipen una respuesta. Luego de hacerlo, ellos mismos examinaron y confrontaron los valores hallados. Finalmente, al analizar la presencia de la Proporcionalidad Áurea en el cuadro los alumnos llegan a las conclusiones, todas ellas expresadas de diferentes maneras y al mismo tiempo válidas.

1,6

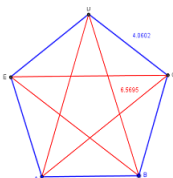
PRESENTA PROPORCIONALIDAD ÁUREA = 1,618

### 3.3 Actividad “Pentágono”

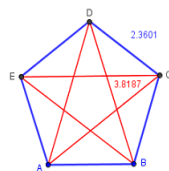
- Acciona el botón Pentagrama o Pentalfa. ¿Cuántas diagonales posee el pentágono? ¿Qué figura describen?
- Realiza el cociente entre la longitud de la diagonal y el lado del pentágono. ¿Cuál es el valor que hallaste?
- ¿Qué sucede con el resultado anterior si modificas la longitud del lado del pentágono? ¿Puedes llegar a alguna conclusión?
- Como habrás podido deducir en los ejercicios anteriores, el valor que has hallado está estrechamente ligado con el pentágono regular. Activa la casilla correspondiente a los 3 rectángulos áureos. ¿Puedes describir brevemente que ocurrió?

Las actividades desarrolladas fueron aumentando su dificultad paulatinamente. Comenzamos midiendo objetos de la vida cotidiana y nuestros propios cuerpos. En esta

instancia consideramos que los alumnos pueden comenzar a establecer condiciones generales. En ésta en particular, estamos buscando que puedan transformar la exploración en palabras.



$$\frac{1.6180}{1.0000} = 1.618$$



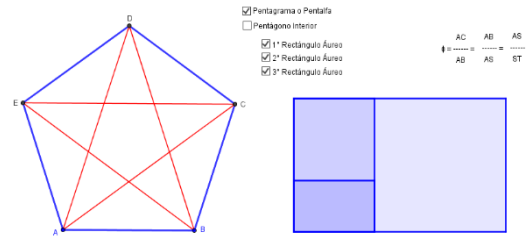
$$\frac{3.8187}{2.3601} = 1.618$$

En este caso se trabajó la proporcionalidad áurea desde otra figura, pretendiendo de esta manera que los alumnos comprendan que el contenido está en estrecha relación

con diversos objetos y no necesariamente sólo con los segmentos o rectángulos.

La importancia de las consignas radican que al realizar el cociente entre la longitud que posee una diagonal y un lado, los alumnos obtuvieron nuevamente el valor del Número de Oro; aprovechando la función arrastre que posee GeoGebra. Esto permite el paso de la geometría estática del lápiz y papel a la geometría dinámica. Se podía modificar la ubicación inicial de los puntos A o B.

Por estar trabajando con un software de geometría dinámica, la longitud de los lados y diagonales variaron y se actualizaron de manera instantánea, pero por su parte el cociente permanece invariante. Siendo ésta la propiedad que se deseaba obtener.



En esta oportunidad todos los alumnos lograron identificar que el pentágono posee cinco diagonales las cuales describen una estrella, que el cociente entre el lado y una diagonal permanece invariante al modificar sus longitudes. Arribar a la misma conclusión utilizando una construcción realizada con lápiz en papel sería muy difícil, debido a que en ella sólo podemos observar la construcción concluida y si deseamos modificar las dimensiones que en ella se presentan debemos comenzar de cero nuevamente; en definitiva el uso del applet en este caso es imprescindible.

Las respuestas obtenidas por los alumnos al abordar la actividad generaron la posibilidad de generar nuevas preguntas, realizando una retroalimentación:

- ¿Cuántos rectángulos áureos podemos construir?

Los alumnos concluyeron: Infinitos. Cada valor hallado al modificar la longitud del lado genera un nuevo rectángulo áureo

- ¿La proporción áurea está relacionada con otras figuras y no solo rectángulos?

La proporción áurea está relacionada además del rectángulo con el pentágono

- ¿Dónde pudimos identificar a la proporción áurea?

En cajitas de cigarrillos, Tic Tac, cuadros, tarjetas de créditos y nuestros DNI

#### 4. Conclusiones y Prospectivas

Como docentes reconocemos que la matemática es una ciencia abstracta y con un lenguaje complejo que resulta dificultoso de comprender para muchas personas. Pero al mismo tiempo, sostenemos que se puede intentar superar los conflictos que su aprendizaje genera si se la logra relacionar con la realidad, partiendo de situaciones concretas que permitan a los alumnos: observar las situaciones que en ella se generan, experimentar, buscar invariantes, crear conjeturas, demostrar, extraer conclusiones y porque no equivocarse.

Fueron los alumnos quienes se involucraron en su propio proceso teniendo como meta la exposición de reflexiones. Se apeló constantemente a relacionar los conocimientos de los que disponían, las actividades desarrolladas, ensayos, errores, aciertos, aportes y discusiones realizadas por ellos mismos. Este proceso cargó de sentido la tarea desarrollada, debido a que se favorece al mismo tiempo la autonomía y el control de cada una de sus producciones.

También el acceso a recursos digitales y su utilización para el desarrollo de las actividades marcó una diferencia. El software GeoGebra, favorece la exploración, al mismo tiempo posibilitó trabajar con contenidos desde distintos registros.

A partir de la implementación de la secuencia, los alumnos adquirieron ciertas destrezas matemáticas entre las que destacamos:

- Realizar de manera independiente partes de las actividades.



- Respetar y escuchar las propuestas de sus compañeros, concediendo valor a la palabra de un compañero, de la misma manera que lo hacen con el docente
- Tomar nota de sus producciones y comprometerse en las respectivas puestas en común
- Revisar los errores que han cometido y tomar nota de las correcciones realizadas

Algunas perspectivas que consideramos a futuro: En el aula, debe generarse una verdadera producción matemática, donde el docente tiene que: coordinar, mediar, colaborar, aportar contra ejemplos, así como también la reflexión sobre aquellos aspectos de la producción que no fueron comprendidos en su totalidad. En las Instituciones Educativas se deberían formar equipos de trabajo capaces de planificar, producir y evaluar materiales multimedia para la enseñanza, acorde a los diseños curriculares vigentes, teniendo presente el contexto y necesidades de nuestros alumnos y profesores.

Al mismo tiempo los trabajos interdisciplinarios, como el abordado en esta secuencia, nos permitirían trabajar con colegas de otras áreas. Los temas son numerosos, tanto en relación a problemas de la enseñanza como a contenidos.

Ajustes que consideramos necesarios realizar:

- Análisis de la proporcionalidad áurea a partir de manipular material concreto. Evitando la duda que las fotos han sido modificadas con la intención de que ellas cumplan dicha razón.
- Realizar la construcción del compás áureo. Él nos permitirá obtener las mediciones de manera más precisa, aún en espacios reducidos como lo son las falanges de los dedos.
- Luego de la realización de todas las actividades y la puesta en común final, que los alumnos realicen una exposición de las conclusiones a las que han arribado con el resto del alumnado en una feria de ciencias. De esta manera compartirían su experiencia y los conocimientos adquiridos con el resto de la institución. Consideramos que a partir de ella, también los docentes se sentirían motivados a realizar experiencias similares en sus respectivas áreas.

## 5. Referencias

- Ammann, S., Biofano, F., Cicala, R., González, C., & Lupinacci, L. (2012). *GeoGebra. Entra al aula de Matemática* (Segunda Edición ed.). (R. Ferragina, Ed.) Montevideo, Uruguay: Ediciones Espartaco.
- Cope, B., & Mary, K. (2009). *Ubiquitous Learning. Exploring the anywhere/anytime possibilities for learning in the age of digital media.* (E. Quintana, Trad.) Illinois.
- Vilchez González, N. (2007). "Enseñanza de la Geometría con utilización de recursos multimedia". Aplicación a la Primera etapa de Educación Básica. Tesis para obtener el grado de Doctora en Pedagogía. *Dialnet*. Recuperado el 17 de Mayo de 2014: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/tesis?codigo=8263>