UNA EXPERIENCIA DE RECORRIDOS DE ESTUDIO E INVESTIGACIÓN EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES

Néstor Marcelo Escobar; Federico Javier Olivero; María Laura Santori
Universidad Nacional Del Comahue.
mlausantori@yahoo.com.ar

Resumen

Este trabajo tiene por objetivo describir y analizar una experiencia realizada en un taller denominado *Actividad Matemática y Resolución de Problemas* llevado a cabo durante el primer cuatrimestre del año 2015. Dicho taller forma parte del nuevo plan de estudios de la carrera Profesorado Universitario en Matemática de la Universidad Nacional del Comahue, vigente desde el año 2014. El objetivo de este espacio curricular es brindar a los estudiantes (futuros profesores), la posibilidad de vivenciar una propuesta didáctica donde la modelización matemática cobre un rol protagónico en la construcción de conocimientos matemáticos. Para tal fin la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) propone como dispositivo didáctico los recorridos de estudio e investigación (REI). Nosotros implementamos este dispositivo a lo largo del taller, basándonos en lo desarrollado por Barquero (2009) en su tesis doctoral.

Palabras clave: Formación de Profesores, Modelización Matemática, Teoría Antropológica de lo Didáctico, Recorridos de Estudio e Investigación.

Abstract

This paper aims to describe and analyze an experiment carried out in the workshop taught Mathematics and Problem Solving Activity during the first quarter of 2015. The workshop is part of the new curriculum of University Teachers career in mathematics at the National University Comahue, in force since 2014. The objective of this curricular space is to provide students (future teachers), the possibility of experiencing a methodological approach where mathematical modeling copper a leading role in the construction of mathematical knowledge. To this, the Anthropological Theory of Didactic (ATD) proposes as a didactical device the Research and Study Courses (RSC). We implement this device throughout the workshop, based on the developed by Barquero (2009) in his doctoral thesis.

Keywords: Teacher Training. Mathematical Modelling. Anthropological Theory of Didactics. Research and Study Course.

1. Introducción

En el año 2014 la Universidad del Comahue creó un nuevo plan de estudio de la carrera denominada “Profesorado Universitario en Matemática” (Ord. C.S. 1467/14 – UNCo, 2014). En este nuevo plan se ha incorporado, como espacio curricular obligatorio, el taller *“Actividad Matemática y Resolución de Problemas”* (en adelante AMRP) con el fin de introducir la modelización matemática a la enseñanza de las matemáticas universitarias.
La finalidad del taller AMRP es brindar al futuro Profesor/a un espacio en el cual pueda vivenciar una propuesta didáctica donde la modelización matemática cobre un rol protagónico en la construcción de conocimientos matemáticos, y constituye un primer eslabón de una sucesión de tareas propuestas a lo largo del plan de formación inicial de

profesorado, apuntando a fortalecer y enriquecer, desde las experiencias vividas, su equipamiento didáctico-matemático.
Como integrantes del proyecto de investigación "*La modelización matemática en la formación del profesorado*", perteneciente al Departamento de Matemática de la Facultad de Economía y Administración de la U. N. Co., propusimos a nuestros directivos poner en marcha por primera vez este taller, pensándolo también como un espacio para desarrollar nuestra tarea de investigación. Incorporamos al equipo de trabajo un Profesor de Biología, esta mixtura disciplinar permitió el trabajo co-disciplinar de manera más fluida y productiva, tanto en el diseño, como en la ejecución del taller.

2. Marco Teórico

Para el desarrollo de este trabajo, y del taller, nos hemos posicionado desde la perspectiva teórica que nos brinda la teoría antropológica de lo didáctico (TAD), (Chevallard 1999, 2001, 2002, 2013, Chevallard, Bosch y Gascón, 1997).
Para la TAD, la modelización no es únicamente un aspecto de las matemáticas, sino que toda actividad matemática puede ser interpretada como una actividad de modelización. Esta afirmación adquiere pleno sentido si, en primer lugar, la noción de modelización no queda limitada sólo a la "matematización" de situaciones extra-matemáticas, y en segundo lugar, cuando se dote de un significado preciso a la actividad de modelización dentro del modelo general de la actividad matemática (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997). Desde esta perspectiva, la modelización matemática debe formar parte integrante de cualquier proceso de estudio de las matemáticas.
Chevallard (2004) manifiesta que el problema en la enseñanza de la matemática actual es debido a que la epistemología escolar dominante elimina las "razones de ser" de las organizaciones matemáticas que se proponen estudiar en una institución. Este fenómeno lo relaciona con otro al que denomina *monumentalización del saber*, caracterizado por presentar a los objetos de estudio como obras terminadas (monumentos), como objetos ya creados, que a lo sumo se pueden visitar. La TAD propugna la necesidad de superar el *paradigma escolar de la visita de las obras*, por medio de un nuevo paradigma, *el del cuestionamiento del mundo*, centrado en la necesidad de aportar respuestas a cuestiones problemáticas que surgen en la vida en sociedad y que se necesitan abordar para mejorar tanto nuestra comprensión del mundo como las formas de vivir colectivamente. En este nuevo paradigma, el estudio de obras preestablecidas no desaparece pero sí queda condicionado a la necesidad de utilizarlas para resolver problemas y cuestionar el mundo que nos rodea.
A fin de avanzar hacia el paradigma del cuestionamiento del mundo, en el marco de la TAD se propuso un nuevo dispositivo didáctico, los *recorridos de estudio e investigación* (REI), que integra la razón de ser de los saberes escolares en el corazón del proceso de estudio (Chevallard, 2013, Barquero, Bosch y Gascón, 2011) y favorece el desarrollo de las condiciones que se requieren para hacer posible una actividad matemática funcional. Diversos trabajos dan muestra de la investigación realizada en este sentido (Barquero, 2009; Ruiz-Munzón, 2010; Serano 2013, Lucas 2015, Ruiz Olarria 2015).
Un REI parte de una cuestión Q_0 *"viva" para la comunidad de estudio,* que guiará el trabajo durante todo el recorrido y oficiará de motor para la búsqueda de respuestas y nuevas cuestiones. Esta cuestión Q_0 debe ser considerada por la comunidad de estudio como una cuestión a resolver, en un sentido fuerte, y debe ser lo suficientemente

problematizadora para demandar la puesta en marcha de una verdadera investigación por parte de los estudiantes (Chevallard, 2001, 2009, 2013).

3. Puesta en marcha de un REI en la formación de profesores.

Como ya mencionamos, posicionados desde la perspectiva teórica de la TAD, describiremos y analizaremos una experiencia de REI realizada en un taller brindado a alumnos de la carrera Profesorado Universitario en Matemática de la Universidad Nacional del Comahue. Para realizar el diseño del REI y en particular la elaboración de la cuestión inicial del taller, nos basamos en lo desarrollado por Barquero (2009) en su tesis doctoral, en la cual describe de manera detallada el diseño y la implementación de recorridos de estudios investigación en torno al *estudio de la dinámica de poblaciones*. Por falta de espacio no realizaremos la descripción del diseño a priori de nuestro REI, pero si comentaremos en forma resumida su experimentación.

3.1 Cuestiones generales respecto al taller.

El taller se llevó a cabo desde marzo a junio del 2015 mediante un encuentro semanal de cuatro horas, y estuvo a cargo de los autores de este trabajo. Es importante destacar que dos de los docentes pertenecen al departamento de matemática y el restante de ellos es Profesor de Biología. Esta mixtura disciplinar permitió el trabajo co-disciplinar de manera más fluida y productiva, tanto en el diseño, como en la ejecución del taller.
En el desarrollo del taller participaron 21 alumnos de segundo año de la carrera, dos alumnos avanzados de la carrera que cursaban el taller en condición de vocacionales y dos alumnos del Profesorado de Física, que optaron por este taller como materia optativa de su carrera. Esto generó una gran heterogeneidad de niveles de conocimientos matemáticos, lo cual, lejos de ser un obstáculo importante, resulto un desafío al momento de plantear las cuestiones y tareas del taller.
Respecto a la dinámica general del taller, durante todo el recorrido los estudiantes trabajaron en los mismos grupos formados por dos o tres integrantes. Al finalizar cada encuentro, debían entregar a los docentes un informe detallando lo desarrollado por el grupo en ese encuentro. Además, en cada encuentro se elegía un “grupo secretario” que sería el encargado de exponer, al iniciar el próximo encuentro, una síntesis de lo realizado por los grupos en el encuentro anterior.

3.2 Desarrollo del recorrido.

En el primer encuentro del taller, se les propuso a los estudiantes la lectura de dos artículos periodísticos publicados en distintos diarios. El primero de ellos (http://www.rionegro.com.ar/diario/neuquen-tambien-contamina-el-rio-limay-5638593-9862-nota.aspx) describe la contaminación del río Limay por el crecimiento de la población de la bacteria *Escherichia coli*.
El otro artículo (http://www.clarin.com/sociedad/Sindrome-uremico-hemolitico-contagia-chico-dia-Argentina_0_1271872846.html) habla de los riesgos de la presencia de esta bacteria y las consecuencias asociadas al síndrome urémico hemolítico.
Se realizó una puesta en común sobre lo leído lo que llevó a preguntarnos si se podía estudiar el crecimiento de esta población, para lo cual fue necesario que el Profesor de Biología contara a los estudiantes algunas características básicas de las poblaciones de bacteria y su crecimiento. A continuación se les solicitó que armaran grupos de dos o tres integrantes y se les entregó a cada grupo el primer dossier elaborado por los

docentes, en el que se detallan las características de una población de bacterias *Escherichia coli*, se explica cómo se puede determinar la cantidad de población de bacterias en un medio a través de un espectrofotómetro, se les muestra una tabla y un gráfico con los datos referentes a la densidad óptica de un cultivo de bacterias Escherichia coli realizado en un experimento, y se plantea la cuestión inicial a estudiar (Q_0), la que guiará y articulará todo el proceso de estudio:

Q_0: *Dada una población de la que conocemos su tamaño en algunos periodos de tiempo, ¿Podemos predecir cómo evolucionará el tamaño de esta población después de n periodos? ¿Será siempre posible predecir el tamaño de la población a largo plazo? ¿Qué tipo de hipótesis sobre el entorno, sobre la población y sobre su crecimiento se pueden asumir? ¿Cómo podemos hacer estas predicciones y cómo las podemos validar?*

Se propuso a cada grupo que en base a los datos y a las cuestiones planteadas, trabajen en la formulación de posibles nuevas cuestiones que considerasen pertinentes para ayudar a responder la cuestión inicial. Al finalizar esta instancia cada grupo compartió las preguntas elaboradas, las que permitieron, con la ayuda del Profesor de Biología, indagar sobre las características del sistema a modelizar.

A continuación la propuesta fue que exploren ciertos datos de la población de bacterias *Escherichia coli* que fueron dados en el dossier, y que busquen herramientas que les permitan analizar el comportamiento de esta población y determinar cómo será su evolución. Queremos destacar que en esta instancia los estudiantes tuvieron muchas dificultades para realizar la tarea solicitada ya que la mayoría de ellos no estaban habituados a la autonomía y responsabilidad que les estábamos otorgando. Esta redistribución de responsabilidades en la topogénesis de la clase rompía drásticamente el contrato didáctico dominante a lo largo de su recorrido de formación hasta el momento.

Para dirigir el estudio hacia un horizonte común, se propuso que aunáramos los criterios, el vocabulario y las hipótesis a considerar, descartando el uso de modelos "*estereotipados*". El objetivo en esta etapa era "construir" modelos matemáticos (por más difícil que esto les pareciera a los estudiantes). Ante el desconcierto de algunos grupos, los docentes intervenimos, por medio de preguntas para ayudarlos en la búsqueda de herramientas que les permitieran analizar los datos ofrecidos en el primer dossier.

Luego de realizar una puesta en común del trabajo desarrollado por cada grupo, se determina que hay dos posibles hipótesis que podrían considerarse respecto del tiempo: *el tiempo discreto, o el tiempo continuo*. Los docentes propusimos comenzar con el estudio del modelo discreto.

La Imagen 1 muestra un esquema del primer recorrido realizado por los alumnos, los grupos trabajaron en la construcción del modelo $M_{1,2}$ que se ajuste a los datos, asumiendo las hipótesis H_1 y H_2. Luego el profesor de Biología realizó un análisis del modelo obtenido.

Para continuar nuestro trabajo, y aludiendo a que el investigador tiene nuevos datos, se agrega a la tabla de valores dos datos más de la densidad óptica en tiempos posteriores, y se les pide que vuelvan a completar la tabla y obtengan conclusiones sobre el modelo. En general las conclusiones son que el modelo obtenido no se ajusta a los últimos datos experimentales por lo que seguramente hay factores en el crecimiento de la población que no fueron tenidos en cuenta en este modelo.

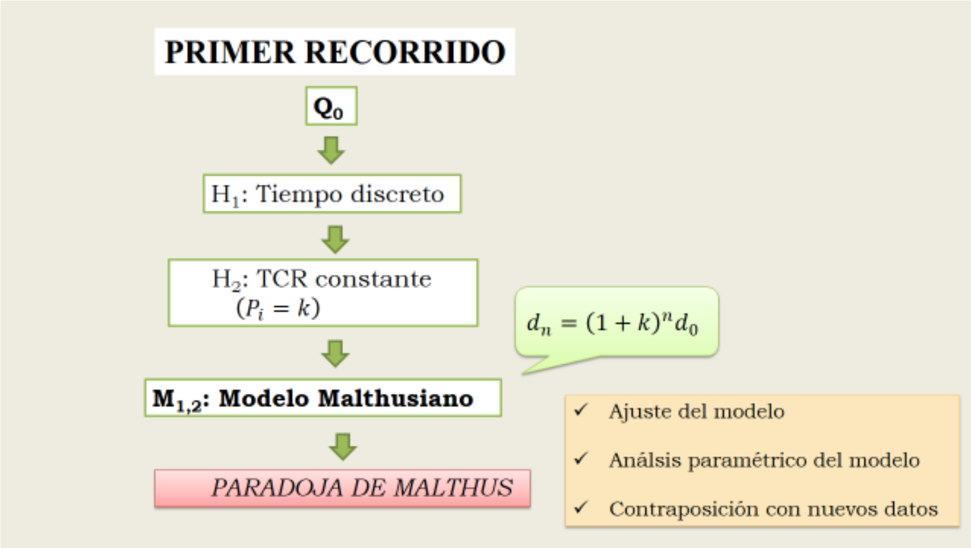

Imagen 1: Esquema del Primer Recorrido.

Ante estos nuevos interrogantes, el profesor de biología realiza una exposición sobre la paradoja de Malthus (surge aquí un análisis sobre la finitud de los recursos y la definición de la *capacidad de carga del sistema*) que ayuda a aclarar las cuestiones relacionadas con el modelo y los nuevos datos.

Luego de esta intervención, se pone a discusión la posibilidad de modificar la H_2. Se proponen nuevas hipótesis y se llega finalmente al modelo *Logístico discreto*. En la Imagen 2 se muestra un esquema del segundo recorrido. Para analizar el comportamiento del modelo Logístico se necesitó iterar la sucesión y realizar una simulación del modelo por medio de un programa computacional.

Este tipo de trabajo nunca había formado parte de la actividad matemática de los estudiantes y en un principio les generó cierta inseguridad, que con el correr del trabajo se fue disipando, convirtiendo así a la exploración mediante simulación con la computadora, en una herramienta fundamental del taller.

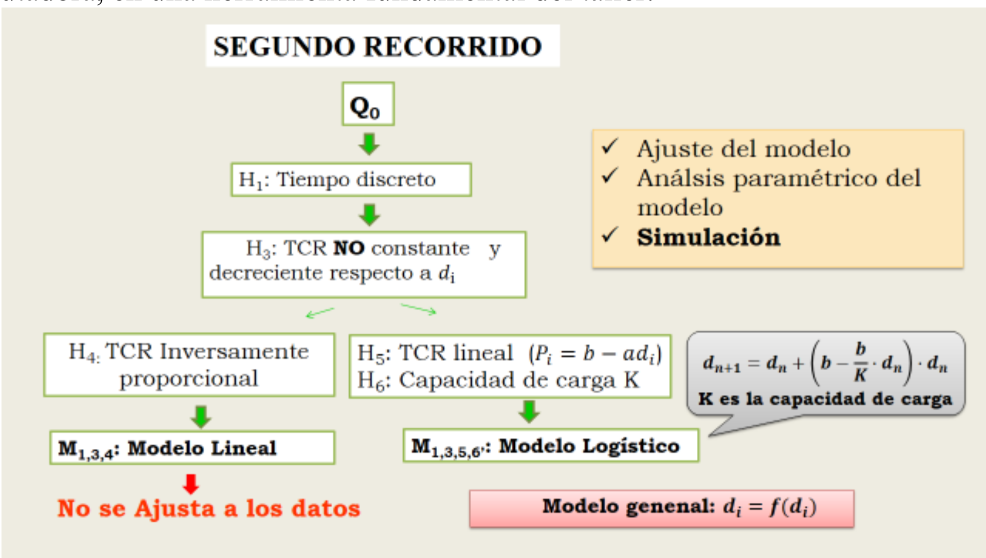

Imagen 2: Esquema del Segundo Recorrido.

Luego avanzamos en una nueva hipótesis: *H_1': Tiempo continuo.* La tarea ahora fue pensar qué herramientas nos permiten analizar el crecimiento de la población si consideramos que depende del tiempo. Algunos grupos proponen usar la derivada como razón de cambio de la población respecto del tiempo, surgiendo así la cuestión: ¿cómo se interpreta la derivada cuando tenemos un conjunto de datos experimentales?

Acordamos los nuevos elementos con los que trabajaríamos a partir de esta nueva hipótesis y continuamos con la elaboración de nuevas hipótesis que nos permitan desarrollar nuevos modelos para analizar el crecimiento de la población dependiente del tiempo. En la Imagen 3 se muestra un esquema del tercer y cuarto recorrido.

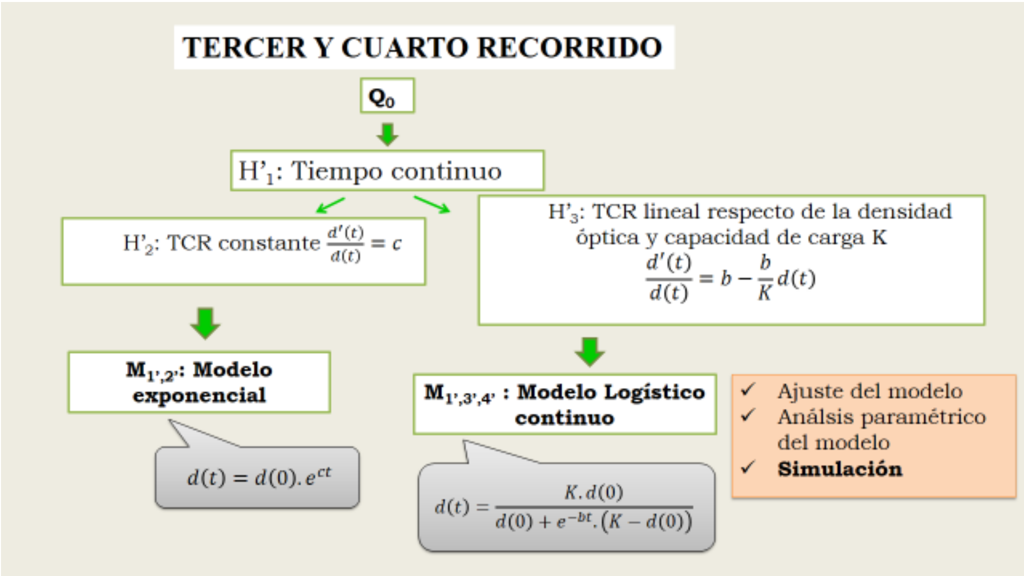

Imagen 3: Esquema del Tercer y Cuarto Recorrido.

Sintéticamente diremos que el trabajo realizado a partir de estas hipótesis, si bien fue arduo ya que derivó en un trabajo con *ecuaciones diferenciales de primer orden*, los alumnos demostraron a esta altura del taller, un compromiso con las tareas realmente sorprendente para nosotros, y pudieron dar respuesta a las cuestiones parciales que surgieron en el transcurso del recorrido.

Finalmente se realizó un último encuentro en el que se les entregó a los grupos una serie de actividades que permitieron sintetizar y ordenar las cuestiones estudiadas, la evolución de éstas durante el taller, los modelos que surgieron para poder responder a ellas y las respuestas obtenidas durante todo el proceso.

4. Aportes y Conclusiones.

Esta modalidad de trabajo aportó nuevas perspectivas a los futuros profesores desde dos miradas bien diferenciadas, pero con una raíz común. Por un lado, los alumnos pudieron vivenciar una experiencia educativa verdaderamente basada en la resolución de problemas donde el objetivo último no era aprender (o enseñar) un determinado contenido matemático, sino, por el contrario, resolver un problema, aunque su respuesta fuera provisoria y parcial, usando (creando y aprendiendo) nuevos objetos matemáticos.

Para que un problema de esta naturaleza pueda vivir en el aula y cobre real sentido es necesario romper con los límites disciplinarios y trabajar en forma conjunta con las diferentes disciplinas que involucra el estudio del problema. El hecho de poder contar con el apoyo constante de un profesor de biología y el eventual asesoramiento de un especialista en ecuaciones diferenciales ayudó a que los alumnos experimenten una situación mucho más real de investigación.

La figura de "grupo secretario" fue esencial para fomentar la discusión sobre el trabajo realizado, además de permitir que resultara muy natural y necesario formalizar las sucesivas cuestiones estudiadas y las respuestas construidas durante el proceso de estudio de la cuestión inicial. Esta modalidad de institucionalización fomentó el

desempeño de los estudiantes frente a sus compañeros en el pizarrón, lo que fue altamente valorado por ellos mismo como parte de su formación como profesores.
A pesar de las reticencias iniciales mostradas por los estudiantes a los cambios introducidos con los REI en la dinámica de clases, la devolución final que hicieron ellos respecto a la vivencia que tuvieron en el taller fue muy positiva. La autonomía asumida por los estudiantes durante el transcurso de los REI es una condición imprescindible para poder desarrollar la actividad de modelización matemática y, en consecuencia, constituye un resultado importante en relación al problema didáctico abordado, que ellos mismos valoraron positivamente en los comentarios finales del taller.
Uno de los cuestionamientos más reincidentes durante el taller hacia el modo de trabajo tuvo que ver con una marcada necesidad de los estudiantes a contar con material teórico de antemano. Muchos estudiantes vieron como algo negativo el hecho que, previo al trabajo sobre el problema, o sobre los modelos, no tengan una referencia a qué obras matemáticas recurrir. A pesar de ello, casi la totalidad de los estudiantes se sorprendieron a si mismo con la cantidad de "temas" matemáticos que habían aprendido durante el transcurso del taller. Esto muestra como la historia didáctica de los estudiantes condiciona de a priori la posibilidad de evaluar una propuesta diferente de clase. Más aún, muchos de ellos veían como muy positiva la propuesta del taller y sugerían que hubiese más materias con esta modalidad en la carrera de profesorado.

5. Referencias

Barquero, B. (2009). Ecología de la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las matemáticas. Tesis doctoral. Departament de Matemàtiques. Universitat Autònoma de Barcelona.
Barquero, B.; Bosch, M., & Gascón, J. (2011). Los recorridos de estudio e investigación y la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las ciencias experimentales. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(3), 339-352.
Chevallard, Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
Chevallard, Y. (2001) Les TPE comme problème didactique. Disponible en http://yves.chevallard.free.fr/
Chevallard, Y. (2002). Les mathématiques dans les formations universitaires: un schéma alternatif. Trabajo presentado en el seminario de Mathématiques et sciences humaines de la Facultédes sciences de Luminy (Université de la Méditerranée). http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=55.
Chevallard, Y. (2004). Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. Texto preparado para una comunicación en «Journées de didactique comparée». Lyon, 3-4 mayo de 2004. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=45.
Chevallard, Y. (2009). La notion de PER: problèmes et avancées. http://yves.chevallard.free.fr/.
Chevallard, Y. (2013). *La matemática en la escuela: Por una revolución epistemológica y didáctica*. Buenos Aires. Argentina: Libros del Zorzal.
Chevallard, Y., Bosch, M., Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE/Horsori.
Lucas, C. (2015). Una posible razón de ser del cálculo diferencial elemental en el ámbito de la modelización funcional. Tesis Doctoral. Universidad de Vigo.
Ruiz Munzón, N. (2010). La introducción del álgebra elemental y su desarrollo hacia la modelización funcional. Tesis Doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona.

Ruiz-Olarría, A. (2015). La formación matemático-didáctica del profesorado de secundaria. De las matemáticas por enseñar a las matemáticas para la enseñanza. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Madrid.
Serrano, L. (2013). La modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa: análisis ecológico y propuesta didáctica. Tesis Doctoral. IQS. Universitat Ramon Llull.