

# La Matemática como una de las Humanidades

por

FRANCISCO JAVIER PASCUAL BURILLO

(IES Pablo Gargallo, Zaragoza)

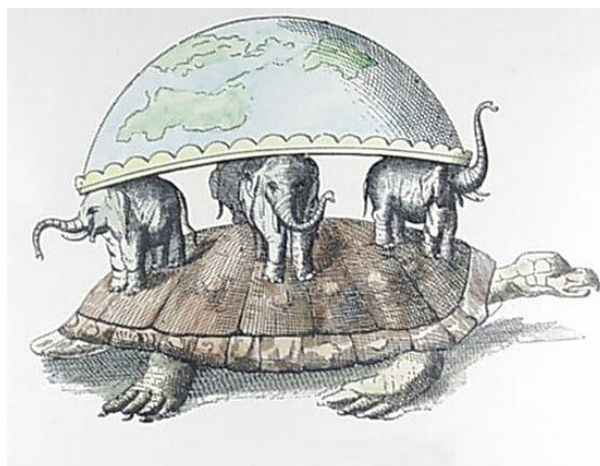
En el anterior número de *Entorno Abierto*, Christian Martín [6] escribía (y describía) la situación de nuestro alumnado, sometido a la presión «alienante de resultados minúsculos» que «insertamos» en sus mentes.

Quien más, quien menos ha sufrido esa alienación bajo el empuje de la serie *definición-proposición-teorema-corolario-ejercicios* que inevitablemente culmina (o al menos culminaba) con un examen. Una tarea que impedía, en la mayoría de las ocasiones, un pequeño espacio de calma en el que contemplar la belleza de los resultados y de los razonamientos que conducen a ellos.

En ese mismo artículo se propone dar a las Matemáticas una visión *humanista*, correspondiente a la construcción humana que son, sujetas a cambio y evolución continuos. Así, reconocido el hecho, nos queda por tanto la tarea de buscarle acomodo a nuestra disciplina entre las Humanidades (paradójicamente ahora que, tras el éxito de las Ciencias Sociales, las Humanidades corren en la búsqueda de la etiqueta de *Ciencias Humanas*). Es posible que, cuando consigamos ser una *humanidad*, allí no quede nadie para acompañarnos. No nos debería resultar extraño, pues ya hubo un tiempo en el que estuvimos solos, pero al otro lado. En el bien conocido *mito de la caverna*, Platón declara que el mundo sensible no es el mundo real, sino una *sombra* de este, reservando a las matemáticas el privilegio de aprehender el *mundo de las Ideas* a través de la razón. El resto de las disciplinas quedaban aparte, ocupándose de lo terrenal, de lo que se aprecia con los sentidos. Poco duró esta situación privilegiada por la vía de la desaparición de ese *mundo de las Ideas*, convertidas por Aristóteles en simples *formas* que abstraemos de los objetos reales. Desalojados de nuestro trono, resultaba que las matemáticas debían responder en alguna medida a la realidad empírica, de la cual no constituyen sino meras abstracciones.

Ya a finales del siglo XIX dos inventos modernos (la geometría analítica y el cálculo diferencial) habían hecho progresar las matemáticas de forma inflacionaria y no demasiado meticulosa. Se imponía la necesidad de sentar las bases y de recuperar el rigor con el que se había comenzado allá por los tiempos de Euclides. Al tiempo, convenía tener una interpretación para la relación entre las matemáticas y la realidad.

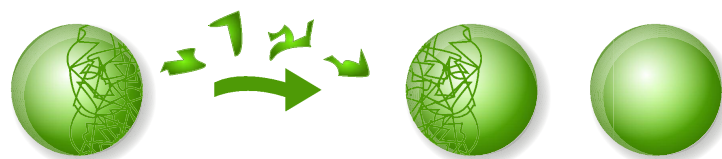
La *primera vía* para lograr estos objetivos consistió en la búsqueda de los fundamentos de las Matemáticas en *leyes del pensamiento* que fueran *autoevidentes*, de forma que resultara imposible negarlas. El resultado más acabado de este *logicismo* —elaborado por Whitehead y Russell— puede decirse que fue (casi) un éxito. Las Matemáticas se podían derivar de la lógica, si bien había que incluir algunas *correcciones técnicas*<sup>1</sup> —con el fin de evitar paradojas— y axiomas *ad hoc* no demasiado *auto-*



*evidentes*<sup>2</sup>. En todo caso, las matemáticas descansaban en la lógica y esta, en la realidad de lo que es evidente, aunque resulta un tanto extraño tener que basar la verdad de las proposiciones matemáticas sobre la condición de que existen infinitos objetos en el Universo. Pero así, las matemáticas resultan *reales*, pues responden a una *necesidad lógica*.

El segundo intento, al que se conoce como *formalismo*, parte del éxito de Hilbert al reducir la geometría a un sistema axiomático, junto a unas normas de razonamiento. La extensión de esta forma de proceder a toda la matemática es lo que se conoce como *Programa de Hilbert*. Aquí, las matemáticas no son más que un conjunto de signos, con sus relaciones bien definidas y una teoría de la demostración. Estos signos resultan verdaderos para cualquiera de las interpretaciones que se les pueda dar, al modo que en los modelos de *geometría axiomática* se definen «puntos» y «rectas»<sup>3</sup>.

El programa de Hilbert fracasó en 1931, cuando Gödel demostró sus *teoremas de incompletitud*, estableciendo que cualquier sistema formal admite nuevos axiomas. Resultó que nuestra matemática axiomatizada, acompañada de sus normas de razonamiento, es *correcta* —es decir, que todo lo demostrable es verdadero— pero no *completa* —esto es, que no todo lo verdadero es demostrable. Luego estamos de nuevo en la casilla de salida pues, cuando nos encontremos con un enunciado *indecidible*<sup>4</sup>, tendremos que optar por declararlo verdadero o falso antes de continuar. La dificultad estriba en que, para esta tarea, no contamos con ningún criterio definitivo pues, en cierto sentido, lo que existen son los signos y no los objetos a los que se refieren.



Una tercera corriente, rival de la anterior, fue el *intuicionismo*<sup>5</sup>, que predicaba que los conceptos matemáticos solo son admisibles si están sustentados en la *intuición*. Los intuicionistas rechazan toda demostración no constructiva, desechando en particular el principio del *tercero excluido*<sup>6</sup> y las demostraciones por *reducción al absurdo*. En particular consideran que las matemáticas están basadas en la extensión al infinito de métodos que solo son válidos para lo finito, por lo que se embarcaron en la inmensa tarea de reescribirlas aplicando su método y su lógica. Lamentablemente, las matemáticas así construidas resultan irreconocibles para la mayoría de nosotros, despojadas de multitud de resultados<sup>7</sup>.

Ninguna de estas tres corrientes (cuatro, si tenemos en cuenta el *platonismo*) consiguió dar por zanjada la cuestión acerca de la naturaleza de las Matemáticas, aunque todas lograron dar respuestas parciales. Un siglo después, las Matemáticas siguen avanzando hacia lo alto, prestando menos atención a la base en un difícil equilibrio entre el platonismo y el formalismo. Como expresan Davis y Hersch en [3], «el matemático típico es platónico los días de semana y formalista los domingos». Esto es, oscila entre creer que los objetos matemáticos son reales y hay que descubrirlos a ellos y sus propiedades (cuando trabaja con ellos) o que son una invención (cuando se pregunta por su naturaleza). Aunque, quizá, la postura más común es no preguntarse por su naturaleza.

Pero entonces, ¿qué ocurre si nos encontramos con un teorema que contradice la realidad? Este es el caso del Teorema de Banach-Tarski, que demuestra que se puede descomponer una bola y, con las piezas, construir dos bolas idénticas a la original. Desde luego, esto no ocurre en la realidad, así que parece que nos tenemos que quedar con la idea de que son una invención, un *arte*, unos signos despojados de significado real. Pero, ¿de verdad alguien piensa seriamente que las matemáticas son un arte?



## Referencias Bibliográficas

- [1] AMSTER, P. (2004), *La matemática como una de las Bellas Artes*, Colección: Ciencia que ladra. Siglo XXI Editores Argentina.
- [2] CARLAVILLA, J. y FERNÁNDEZ, G. (2004), «Historia de las Matemáticas», Proyecto Sur de Ediciones.
- [3] DAVIS, P. y HERSH, R. (1988), *Experiencia Matemática*. Editorial Labor/MEC
- [4] DOXIADIS, A. y PAPADIMITRIOU, C. (2014), *Logicomix, una búsqueda épica de la verdad*, Salamandra.
- [5] MADRID CASADO, C., (2013), *En el principio fue el axioma. Hilbert, las bases de la Matemática*, Colección Grandes Ideas de la Ciencia. RBA Coleccionables.
- [6] MARTÍN RUBIO, C., (2016), «Aquel 17 de noviembre demostró, que no todo se puede demostrar», *Entorno Abierto*, nº13, pp. 18-21.
- [7] PIÑEIRO, G., (2012), «La intuición tiene su lógica. Gödel, los teoremas de incompletitud». Colección Grandes Ideas de la Ciencia. RBA Coleccionables.
- [8] SORENSEN, R., (2007), *Breve Historia de la Paradoja*, Tusquets Editores.

1 La teoría de tipos *ramificada* puede considerarse el esqueleto del sistema formal de los *Principia Mathematica* de Whitehead-Russell y permite resolver la paradoja de Russell (ver [2] pp.164-167 o [6] p 324) y la de Berry (ver [5], pp. 261-262).

2 Los más señalados son el *Axioma de reducibilidad* y el *Axioma de infinitud*. Este último establece que existe algo con infinitos entes y resulta imprescindible para demostrar que existen infinitos números naturales.

3 Estamos pensando en modelos de Geometría no euclídea como el de Beltrami-Klein o el disco de Poincaré, donde puntos y rectas se definen según diferentes propiedades, resultando las proposiciones y Teoremas verdaderos para todos los modelos.

4 Esto es un enunciado consistente con el resto de los axiomas (no engendra contradicciones), pero indemostrable él mismo y su negación a partir de los mismos.

5 Cuyo principal defensor fue L. Brouwer.

6 Que dice que, dada una proposición, o bien es verdadera, o bien lo es su negación.

7 Como por ejemplo, el Teorema de Bolzano. Suele decirse que la historia la cuentan los ganadores y, en este caso, el intuicionismo resultó perdedor y, quizá por ello, permanece alejado de las Facultades. Pero esta es otra historia.



Presentación del cómic:

## DUDAS, AXIOMAS Y NAVAJAS SUIZAS

Javier Pascual, Mario Cosculluela y Agustín Burillo

31 de enero de 2017 a las 19:30 horas

Sala de Juntas de la Facultad de Educación  
Campus Plaza San Francisco  
Universidad de Zaragoza



RSME2017  
2 A R A G O Z A



Instituto Universitario de Investigación  
de Matemáticas  
y Aplicaciones  
Universidad Zaragoza