

# Geoplanos I: cuadrados e isométricos

Óscar Carrión Lostal  
(IES Valdespartera, Zaragoza)

El *geoplano* es un recurso didáctico usado en matemáticas, para que nuestros alumnos aprendan conceptos geométricos de una manera manipulativa.

Hay de distintos tipos en el mercado: cuadrados, isométricos y circulares.

El objetivo principal del presente artículo es enunciar distintas actividades que podemos trabajar con nuestros alumnos en clase, abarcando todos los conceptos que deben adquirir nuestros alumnos en el bloque de Geometría, centradas en el Primer Ciclo de ESO.

En primer lugar les presentaremos el material, para que lo puedan manipular a su antojo y se familiaricen con el mismo, y a continuación les iremos planteando las distintas actividades. Me centraré en los geoplanos cuadrados e isométricos, dejando para el próximo artículo el geoplano circular.

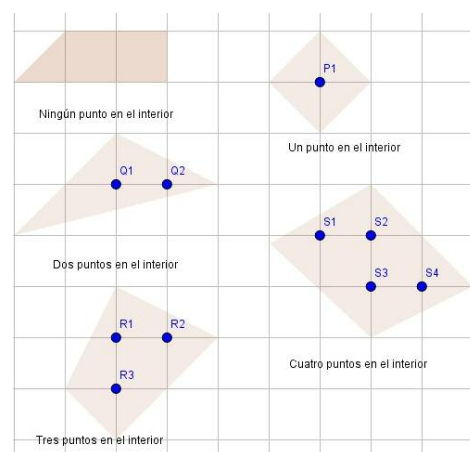
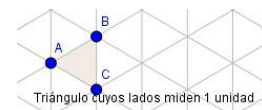
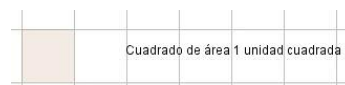


## Actividades

En un *geoplano cuadrado*, se toma la longitud entre dos vértices o dos puntos consecutivos en horizontal o en vertical, como una unidad.

En un *geoplano isométrico*, la longitud entre dos puntos consecutivos en una unidad.

1. Dada un geoplano cuadrado o isométrico, dibuja el triángulo o el cuadrado más pequeño. ¿Cuál es su área? A continuación, dobla la longitud de sus lados, ¿qué ocurre con sus áreas?
2. Construye sobre un geoplano cuadrado y dibuja sobre una trama cuadrada distintos polígonos (dos como mínimo por apartado), tales que sus vértices coincidan con los puntos de la trama, que tengan:
  - Ningún punto en su interior
  - Un punto en su interior
  - Dos puntos en su interior
  - Tres puntos en su interior

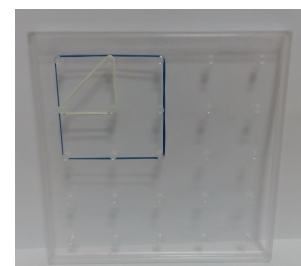


Por cada polígono dibujado, anota los puntos que tiene su contorno y calcula su área. ¿Hay alguna relación? Si eres capaz de encontrar dicha relación has averiguado un **TEOREMA**.

3. En el geoplano cuadrado de  $3 \times 3$ , encuentra todos los triángulos geoméricamente distintos que se pueden construir y dibújalos sobre una trama cuadrada, de tal forma que los vértices del triángulo coincidan con los puntos de la trama.

Aquí tienes un ejemplo, el contorno cuadrado azul es la trama del geoplano  $3 \times 3$ , y dentro tienes un ejemplo de un triángulo, en este caso rectángulo.

4. En el geoplano cuadrado de  $4 \times 4$  construye todos los triángulos cuya área sea 1, 2 o 3 unidades cuadradas y que sean geoméricamente diferentes y dibújalos sobre la trama cuadrada. ¿Qué puedes decir de sus perímetros?



Aquí tienes un ejemplo de uno de esos triángulos, ¿cuál es su área?, ¿a que te resulta fácil?...

5. Cálculo de la longitud de segmentos. Calcula cuántos segmentos de distinta longitud hay en cada uno de los geoplanos cuadrados de  $3 \times 3$ ,  $4 \times 4$  y  $5 \times 5$ . Para no dejarte ninguno ayúdate construyendo una tabla de doble entrada, de la longitud de los catetos de los triángulos rectángulos que aparecen. ¿Qué has aplicado para hallar dicha longitud?
6. Encuentra todos los cuadrados distintos que se pueden construir en un geoplano cuadrado de  $9 \times 9$ . ¿A qué se parece dicha cuadrícula? Clasifícalos en función de su tamaño. ¿Cuántos hay de cada tipo? Generaliza el problema a un geoplano cuadrado de  $n \times n$ .
7. Dado un geoplano cuadrado de  $10 \times 10$ , construye todos los triángulos que tengan de área una unidad cuadrada. ¿Cuántos te han salido?, ¿te han parecido muchos o pocos?, argumenta el porqué de esta situación.
8. Dibuja sobre una trama cuadrada diferentes rectángulos que tengan la misma superficie. De todos ellos encuentra el de perímetro mínimo y máximo. ¿Qué puedes decir al respecto? Argumenta tu respuesta.
9. Clasifica los siguientes triángulos y calcula su perímetro y área. ¿Cuáles de ellos son simétricos?, en tal caso dibujar los ejes de simetría.

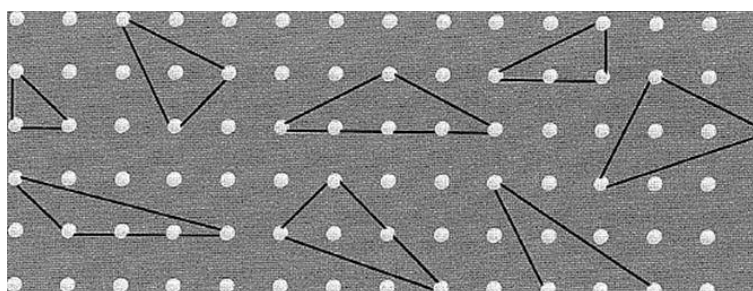
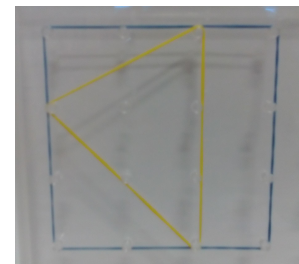


Imagen extraída del libro de texto de 1.º de ESO de la Editorial Marfil

10. Clasifica las siguientes figuras y calcula su área y perímetro. ¿Cuáles de ellas son simétricas?, en tal caso dibujar los ejes de simetría.

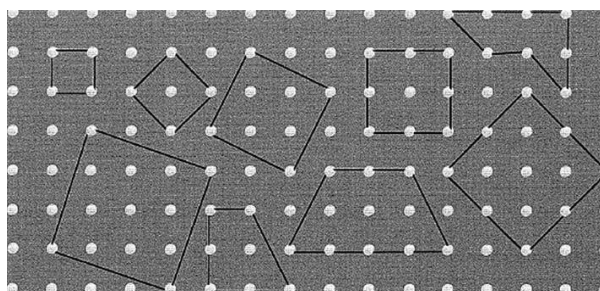
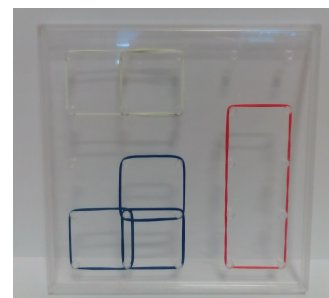


Imagen extraída del libro de texto de 1.º de ESO de la Editorial Marfil

11. Sobre una trama cuadrada  $n \times n$  dibuja distintos polígonos (no tienen por qué ser regulares) cuyos vértices estén sobre los puntos de la trama, empieza por la de  $2 \times 2$ , luego  $3 \times 3$ , y así sucesivamente. ¿Cuál es el polígono de mayor número de lados que puedes construir?
12. Poliminós: Dibuja ordenadamente sobre una trama cuadrada (ayúdate de material didáctico como el geoplano o de los policubos para visualizarlo mejor) todos los biminós (asociación de dos cuadrados unidos

por uno de sus lados), triminós, tetraminós, pentaminós y hexaminós diferentes geoméricamente hablando. ¿Cuántos hay distintos en cada caso? En la figura tienes construido sobre el geoplano el único biminó, y los dos triminós diferentes que hay.



De todos los hexaminós que te han salido, ¿cuáles de ellos corresponden al desarrollo plano de un sólido platónico que ya conoces?, ¿cómo se llama dicho sólido platónico? ¿Qué propiedades o características ves que se tienen que dar en el desarrollo plano para poder construir dicho sólido platónico?

13. Sobre una trama cuadrada dibuja distintos triángulos rectángulos. ¿Es alguno de ellos equilátero?
14. ¿Se puede dibujar sobre una trama cuadrada un triángulo equilátero? Si es afirmativa la respuesta dibuja unos cuantos casos, y en caso de ser negativa explica por qué.
15. ¿Cambia tu respuesta del ejercicio anterior, si en vez de tener una trama cuadrada tuvieras una trama isométrica?, si es afirmativa tu respuesta, ¿a qué es debido?
16. Dibuja sobre una trama isométrica todos los triángulos equiláteros distintos. Halla el área de todos ellos, en función del área del más pequeño que has encontrado. (Recuerda que ya se ha dibujado en la actividad 1). ¿Qué puedes decir?, ¿qué secuencia has encontrado?, ¿cómo se denominan a dichos números?
17. A dos triángulos equiláteros unidos por uno de sus lados le llamamos **DIAMANTE**.

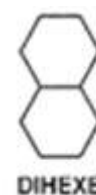


Encuentra de manera ordenada cuántos triamantes (agrupaciones de 3 triángulos equiláteros unidos por alguno de sus lados) geoméricamente diferentes hay. ¿Y tetramantes? Dibújalos todos, ¿cuáles de ellos corresponden con el desarrollo plano de un sólido platónico que conoces?, ¿cómo se denomina dicho sólido platónico? ¿Qué propiedades o características ves que se tienen que dar en el desarrollo plano para poder construir dicho sólido platónico? ¿Y pentamantes? Dibújalos todos.

Si unieras ocho triángulos equiláteros y los dibujaras todos geoméricamente diferentes, ¿cuáles de ellos corresponden con el desarrollo plano de un sólido platónico que conoces?, ¿cómo se denomina dicho sólido platónico? ¿Qué propiedades o características ves que se tienen que dar en el desarrollo plano para poder construir dicho sólido platónico?

18. ¿Se pueden dibujar cuadrados sobre una trama isométrica?, si es afirmativa tu respuesta, ¿cuál de ellos es el de menor área?
19. Dibuja sobre una trama isométrica distintos hexágonos. ¿Cuál de ellos tiene el mínimo perímetro?, y ¿la mínima área?
20. Un *polihexe* es una agrupación de hexágonos regulares iguales y adyacentes por uno de sus lados.

En particular, un dihexe es una agrupación de dos hexágonos regulares iguales y adyacentes por uno de sus lados como el de la imagen.



Dibuja de manera ordenada sobre la trama isométrica o hexagonal todos los trihexes geoméricamente diferentes, y lo mismo para los tetrahexes.

## Bibliografía

- Libro de texto de 1.º y 2.º ESO:* Autores Lluís M. Botella, Luis M. Millán, Pascual Pérez y José Cantó, de la Editorial Marfil, ISBN: 978-84-268-1299-5 y 978-84-268-1353-4.
- Geometría de 1.º y 2.º ESO:* Autores Salvador Caballero, Pascual Pérez y otros, de los cuadernos LOGSE, ISBN: 84-7579-954-X y 84-7890-163-9.
- Recursos en el aula de matemáticas:* Autores Francisco Hernán y Elisa Carrillo, Editorial Síntesis, número 34, ISBN: 84-7738-032-5.
- Guía de Recursos Didácticos:* Autores Guillermo Cabañas, Carmen Calvo, etc, Coordinador Javier Brihuega del Ministerio de Educación y Ciencia, ISBN: 84-369-2718-4.
- Problemas de ingenio para primer ciclo de secundaria:* Autor Miquel Capó, de la Editorial CCS con ISBN: 978-84-9842-302-0.