

RECORRIDOS DE ESTUDIO Y DE INVESTIGACIÓN CODISCIPLINARES EN MATEMÁTICA Y EN FÍSICA EN LA ESCUELA SECUNDARIA: RESULTADOS DE TRES IMPLEMENTACIONES

María Paz Gazzola; María Rita Otero; Viviana Carolina Llanos; Marcelo Arlego
Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT). Universidad
Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN).
Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Argentina
mpgazzola@exa.unicen.edu.ar, rotero@exa.unicen.edu.ar, vcllanos@exa.unicen.edu.ar,
marlego@exa.unicen.edu.ar

Resumen

En este trabajo se presentan resultados de tres implementaciones de un Recorrido de Estudio y de Investigación (REI) codisciplinar en matemática y en física en la Escuela Secundaria con N=81 estudiantes. El desarrollo y el alcance obtenido se describen utilizando la definición de REI desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), con especial énfasis en las preguntas formuladas y estudiadas. Los resultados permiten obtener algunas conclusiones favorables sobre la viabilidad de la enseñanza por investigación en este nivel.

Palabras clave: Enseñanza de la matemática y la física, Recorrido de Estudio e Investigación (REI), Escuela Secundaria.

Abstract

In this work, the results of three implementations of a Research and Study Course (RSC) co-disciplinary in mathematics and physics in Secondary School with N=81 students are presented. The development and scope obtained are described using the definition of RSC from the Anthropological Theory of Didactics (ATD), with a focus in the formulated and studied questions. The results allow to obtain some favourable conclusions on the viability of the teaching through research in this level.

Key-words: Physics and Mathematics teaching, Research and Study Course (RSC), Secondary School

1. Introducción

La enseñanza de las disciplinas escolares en la actualidad, está regida por un paradigma en el cual el saber se enseña fragmentado, separando entre “lo que es” y “para lo que sirve”. Primero se estudia el conocimiento por sí mismo y más tarde se descubren, tal vez, algunos usos. Esto genera un estudio inmotivado, porque lo que se estudia en la escuela es poco útil y carente de sentido. La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) propone la sustitución de este paradigma monumental por otro aún emergente, que promueve una enseñanza basada en la investigación y el cuestionamiento del mundo, que permitiría recuperar las *razones de ser* de los saberes enseñados, poniendo en primer plano las preguntas que motivaron su creación y motivan su uso. La *enseñanza por investigación* propuesta por la TAD (Chevallard, 2012), se realiza mediante un dispositivo didáctico llamado Recorrido de Estudio e Investigación (REI) (Chevallard, 2009, 2012).

Este trabajo es parte de una investigación que tiene por objetivo promover la enseñanza por investigación en la Escuela Secundaria Argentina en matemática y en física a partir

de la implementación de REI codisciplinarios. Los problemas que involucran más de una disciplina son especialmente apropiados para desarrollar este tipo de enseñanza, sobre todo si requieren modelizar situaciones física y matemáticamente. En este caso, se partió de un problema vinculado al hábitat de los estudiantes, relativo al fenómeno de la llamada Piedra Movediza, una voluminosa “piedra oscilante” que permaneció en equilibrio al borde de un cerro de 300 metros de altura durante miles de años, hasta que a principios de siglo XX se cayó. Se intenta comprender tanto el equilibrio de dicho sistema como las posibles causas de la caída (Otero, Gazzola, Llanos, Arlego, 2016). Investigar acerca de este fenómeno, requiere de diversos conocimientos físicos relativos a los sistemas oscilantes y conocimientos matemáticos necesarios para modelar estos sistemas, por ejemplo, las funciones armónicas. Se presentan aquí algunos de los resultados obtenidos en tres implementaciones realizadas con N=81 estudiantes de la escuela secundaria, en relación a los conocimientos matemáticos y físicos estudiados para dar respuesta a este problema.

2. Marco teórico: los Recorridos de Estudio y de Investigación

Los *Recorridos de Estudio y de Investigación* (REI) (Chevallard, 2009, 2012) inician con una pregunta Q denominada *generatriz*. Los estudiantes (X) investigan y estudian esta pregunta, dirigidos por el profesor y (o conjunto de profesores Y) con el objetivo de aportar una respuesta R a Q , constituyendo un sistema didáctico del tipo $S(X; Y; Q)$. El estudio de Q (bajo ciertas limitaciones y condiciones) da lugar a la generación de nuevas preguntas derivadas Q_i , cuyas respuestas R_i pueden requerir del estudio de más de una disciplina, dando origen a REI codisciplinarios. Todas estas respuestas contribuyen a la construcción de la respuesta final R^\heartsuit . Para elaborar R^\heartsuit es necesario fabricar y organizar un *medio didáctico* M que reúna todos los recursos de los que X hará uso. Este medio se forma a partir de tres componentes y se denota: $M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, R_3^\diamond, \dots, R_n^\diamond, Q_{n+1}, \dots, Q_m, O_{m+1}, \dots, O_p\}$. Las R^\diamond son las respuestas preestablecidas y en cierto sentido “etiquetadas” en determinadas instituciones, que constituyen respuestas previamente construidas a preguntas cercanas o análogas a Q y a las cuales se puede tener acceso (libros, la web, el curso y los textos de un profesor, etc.); las Q_i que son las preguntas derivadas de Q (que pueden o no provenir del estudio de las respuestas “hechas” o bien pueden ser introducidas por los estudiantes o por el profesor), y las O_j que son las obras de diversas disciplinas que se reconstruyen en M (como conocimientos previos, teorías, praxeologías, que no están organizados como obras particulares pero se necesitan como instrumentos para el trabajo de análisis y contraste de las R^\diamond y la producción de R^\heartsuit). De esta manera la noción de REI se formaliza mediante el denominado *esquema herbartiano* (Chevallard, 2009): $[S(X, Y, Q) \rightarrow M] \rightarrow R^\heartsuit$. O en su forma desarrollada (Chevallard, 2013): $[S(X, Y, Q) \rightarrow \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, R_3^\diamond, \dots, R_n^\diamond, Q_{n+1}, \dots, Q_m, O_{m+1}, \dots, O_p\}] \rightarrow R^\heartsuit$.

En lo que sigue se presenta el recorrido realizado por el grupo de estudio, describiendo el REI generado a partir de la pregunta generatriz Q_0 : *¿Por qué se cayó la Piedra Movediza de Tandil?*, con especial énfasis en las preguntas formuladas y estudiadas y los conocimientos matemáticos y físicos construidos.

3. Metodología de investigación

Se realizaron tres implementaciones en el nivel medio, con N=81 estudiantes en total: el primer año se llevaron a cabo dos implementaciones en paralelo en cursos de 5^{to} año, en un colegio de gestión privada de la ciudad de Tandil; el segundo año, una implementación en 6^{to} año en un colegio público rural de la misma ciudad. Las

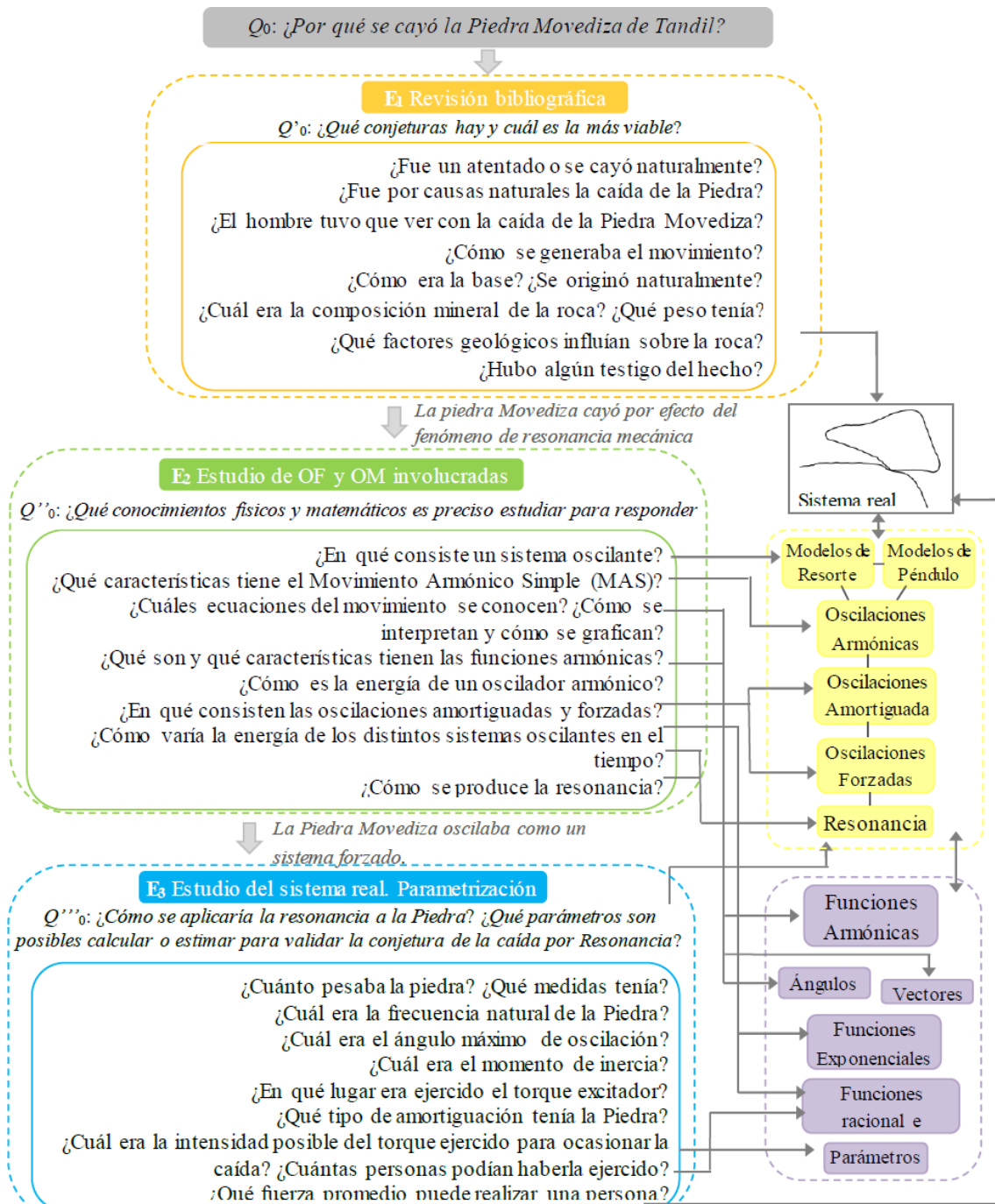
implementaciones realizadas el primer año, permitieron a los investigadores testear el dispositivo, analizar su viabilidad y modificarlo en función de los resultados, para la nueva implementación.

En todas las implementaciones el profesor propuso estudiar Q_0 y cada grupo de estudiantes discutió la pregunta y la reformuló generando nuevas preguntas. El profesor junto con los estudiantes, deciden cuáles estudiar. Así comienza un proceso de elaboración de respuestas, que se comunican y se contrastan sucesivamente. Para elaborar una respuesta es necesario construir un medio, que podemos considerar en el sentido en que lo hace Brousseau, aunque en un REI, el medio es una construcción colectiva, en la que intervienen en un pie de igualdad los estudiantes y el profesor. En estas tareas, el profesor orienta el estudio, y organiza los elementos que ingresan al medio. Sin embargo, como en las primeras implementaciones, no se disponía de acceso a internet ni a la biblioteca, el profesor fue el principal responsable de la constitución del medio, lo que resultó una restricción que afectó la amplitud y el estudio de la pregunta Q_0 . Esto cambió considerablemente en la tercera implementación, en las que sí se disponía de estas condiciones de infraestructura, y también el profesor había adquirido mayor experiencia en la gestión del REI, lo que permitió expandir la constitución del medio didáctico y generar mayor responsabilidad por parte de los estudiantes. Al finalizar el estudio, los estudiantes realizaron una síntesis del REI, que incluye los conocimientos físicos y matemáticos estudiados, las respuestas elaboradas y su alcance. Además, en la tercera implementación se decidió que los estudiantes realizaran síntesis parciales, que les permitían analizar y determinar dónde estaban y hacia donde seguiría el estudio. Cabe aclarar que la difusión del conocimiento de los estudiantes no es una práctica escolar extendida en la enseñanza tradicional, y por lo tanto inicialmente es un gesto que les resulta difícil y extraño.

De todas las clases, se obtuvieron los protocolos escritos de los estudiantes, que fueron digitalizados y devueltos en el encuentro siguiente, se registraron los audios “generales” de cada y notas de campo a cargo de los investigadores.

4. Resultados

El estudio de Q_0 dio lugar a la formulación de numerosas preguntas derivadas que permitieron identificar tres etapas: la primera consistió en una revisión bibliográfica acerca de las diversas conjeturas existentes en la cultura sobre la caída de la Piedra Movediza, que les permitió a los estudiantes obtener información útil para considerar alguna de ellas y desestimar otras, y finalmente asumir que la caída podría explicarse a partir del fenómeno de resonancia mecánica. En una segunda etapa, se estudiaron los conocimientos físicos y matemáticos involucrados y se establecieron analogías con el sistema real. En la tercera etapa, se analizó cómo podría aplicarse este fenómeno al sistema real estudiado, utilizando las soluciones de la ecuación de un sistema oscilante amortiguado y forzado y estimando posibles parámetros a partir de los datos disponibles de la Piedra. En el esquema 1 se presentan secuencialmente las preguntas formuladas y efectivamente estudiadas en cada etapa y los conocimientos matemáticos y físicos que estas preguntas permitieron estudiar o reconstruir.



Esquema 1: preguntas derivadas de Q_0 formuladas y estudiadas. Conocimientos matemáticos y físicos estudiados o reestudiados.

El estudio realizado en la primera etapa permite considerar al sistema real como un sistema oscilante. Sin embargo, la situación es mucho más compleja: se trata de un sistema oscilante en roto-traslación, que considerando un posible amortiguamiento en el roce con la base y un torque externo periódico, remite a soluciones matemáticamente similares a las de un sistema más sencillo, aunque, claramente, con parámetros diferentes (Otero, Gazzola, Llanos, Arlego, 2016). Aun así, en este contexto, la primera respuesta, aunque no es la más apropiada, se acepta en principio como punto de partida provisorio que posteriormente será cuestionada. Esto permite la emergencia de Q''_0 y numerosas preguntas vinculadas a ella, acerca de los conocimientos matemáticos y físicos pertinentes para comprender y responder Q_0 .

En la segunda etapa se buscó, entonces, comprender qué es un sistema oscilante y resonante y sus vinculaciones con la matemática. Inicialmente, el estudio transitó por las oscilaciones y por los sistemas tipo resorte y péndulo, el MAS y por las funciones armónicas que lo describen. Luego, se estudiaron los sistemas amortiguados y forzados de los modelos ya mencionados. Este estudio se realizó mediante dispositivos del tipo Actividades de Estudio y de Investigación (AEI) elaborados por los investigadores y gestionados por el profesor en las clases, lo que generó diversas “salidas del tema”, gesto característico de una enseñanza por REI y más aun de un estudio codisciplinar, porque es preciso “salir” el tema principal, para ir a estudiar otros y luego volver a ingresar para reinterpretarlos. Además, se utilizaron herramientas como GeoGebra, Graphmatica y applets obtenidos del sitio *física con ordenador*¹⁷, creado por Ángel Franco García, un curso interactivo de física en internet, que se puede descargar y utilizar sin conectividad, que es lo que efectivamente ocurrió en las dos primeras implementaciones. Finalmente, se realizaron experimentos sencillos en el aula, que permitieron vivenciar propioceptivamente a los estudiantes el fenómeno de resonancia y asociarlo a la caída de la Piedra Movediza. La figura 1, correspondiente al protocolo del estudiante A63, muestra la síntesis realizada por su grupo que resume los conocimientos estudiados en esta etapa y algunas de sus relaciones.

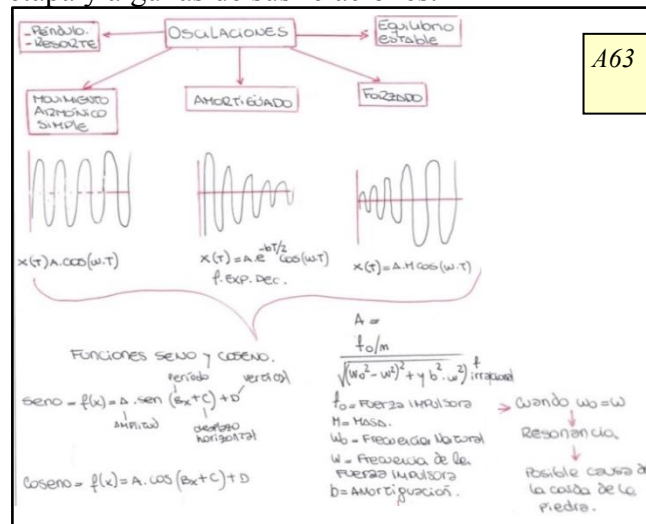


Figura 1: protocolo correspondiente al estudiante A63

En las dos primeras implementaciones, no se pudo ir más allá de la segunda etapa y de una explicación cualitativa del problema (Gazzola, Otero, Llanos, Arlego, 2015). El estudio fue orientado a comprender que la piedra oscilaba como un sistema forzado cuando era perturbada apropiadamente por personas y que, si dicha perturbación se realizaba “en el lugar justo, con la frecuencia justa”, condiciones que dependen del sistema, la amplitud de oscilación podría haber crecido hasta ocasionar la caída.

En la tercera implementación, en cambio, el estudio se profundiza más: se incorporan al medio las soluciones de las ecuaciones que describen el movimiento de sistemas oscilantes amortiguados y forzados, que son funciones armónicas multiplicadas por otras funciones (exponenciales e irracionales) y se analizan estas composiciones utilizando software. Esto permitió justificar que la resonancia del sistema (siempre bajo sus limitaciones) se pudo analizar a partir de la amplitud “ A_m ” (Figura 2). Por otro lado, utilizando consideraciones geométricas, los estudiantes calcularon el ángulo crítico de oscilación como se muestra en la figura 3 (protocolo del estudiante A80).

¹⁷ Ángel Franco García. Universidad del País Vasco (España). Curso interactivo de física en internet. Disponible en <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/default.htm>.

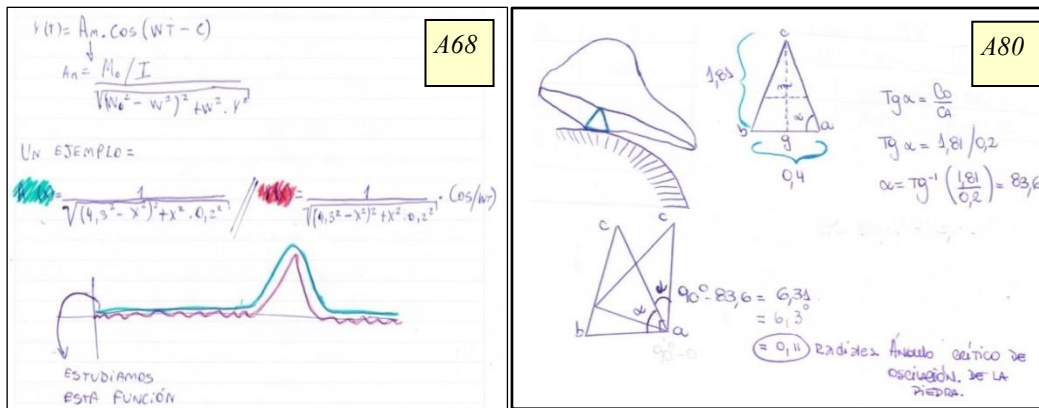


Figura 2 y 3: protocolos correspondiente a los estudiantes A68 y A80 respectivamente

El valor del ángulo crítico, permite determinar posibles condiciones, compatibles con el sistema real, en las que la función A_m adopta valores superiores a él, lo que significa que la piedra se cae. Se discutieron los diferentes parámetros de la función y las unidades de medida de cada uno. Los datos de la morfología de la Piedra Movediza se obtuvieron a partir de los trabajos realizados para construir una réplica fija y la frecuencia propia de oscilación es un dato tomado de la historiografía. El valor del momento de inercia y una estimación del coeficiente de amortiguación ingresaron al medio por el profesor. Finalmente, los estudiantes buscaron posibles torques que habrían podido ejercer un número razonable de personas para determinar si efectivamente, en esas condiciones, la piedra podría haberse caído. El protocolo correspondiente al estudiante A75 (figura 4), resume el trabajo realizado por su grupo y la respuesta parcial al problema.

Los resultados obtenidos condujeron a la formulación de R^\heartsuit que sostiene la posibilidad de que la piedra se haya caído por resonancia, cuando los lugareños intentaban hacerla oscilar. Actualmente, se continúan realizando implementaciones en nuevos cursos con estudiantes del mismo nivel y se han modificado varios aspectos para ampliar los alcances y el estudio de Q_0 y los conocimientos matemáticos y físicos involucrados.

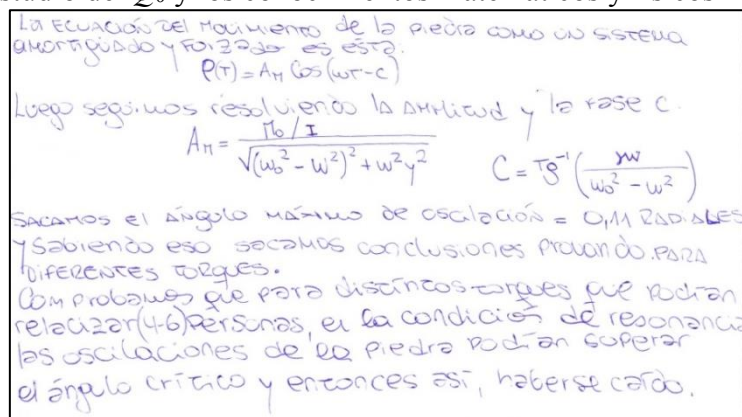


Figura 4: protocolo correspondiente al estudiante A75

5. Conclusiones

En este trabajo presentamos algunos resultados obtenidos en tres implementaciones de un REI codisciplinar en la Escuela Secundaria. En las primeras implementaciones ocurrieron restricciones que afectaron la amplitud y los resultados del recorrido, y no permitieron ir más allá de una respuesta cualitativa al problema. En cambio, en la tercera implementación, la mayor experiencia del profesor y las modificaciones en el diseño, permitieron a los estudiantes ampliar el estudio. Aun así, en ninguno de los casos, se acaba por desarrollar estrictamente un REI codisciplinar en el sentido fuerte propuesto por la TAD, pues se requiere de condiciones que no están disponibles en las

instituciones escolares, actualmente regidas por la paradigma monumental. Aun así, los resultados presentados señalan la relevancia de una enseñanza basada en el estudio de preguntas, y la viabilidad de algunos gestos propios del paradigma de la investigación y cuestionamiento del mundo.

6. Referencias

- Chevallard, Y. (2009). *La notion de PER: problèmes et avancées*. IUFM Toulouse, Francia. Disponible en: <http://yves.chevallard.free.fr/>. Obtenido el 03 de mayo de 2016.
- Chevallard, Y. (2012). Théorie Anthropologique du Didactique & Ingénierie Didactique du Développement. *Journal du séminaire TAD/IDD*. Disponible en: <http://yves.chevallard.free.fr/>. Obtenido el 05 de Mayo de 2016.
- Chevallard, Y. (2013). *Analyses praxéologiques: esquisse d'un exemple*. IUFM Toulouse, Francia. Disponible en: <http://yves.chevallard.free.fr/>. Obtenido el 05 de Mayo de 2016.
- Gazzola, M. P.; Otero, M. R.; Llanos, V. C.; Arlego, M. (2015). Enseñanza codisciplinar a la Física y la Matemática en la Escuela Secundaria por medio de Recorridos de Estudio y de Investigación. *Revista de Enseñanza de la física*, número especial, pp. 117-124. ISSN 0326-7091 (papel). ISSN 2250-6101 (en línea)
- Otero, M. R.; Gazzola, M. P.; Llanos, V. C.; Arlego, M. (2016). Co-disciplinary Physics and Mathematics Study and Research Course (SRC) within three study groups: teachers-in-training, secondary school students and researchers. *Review of Science, Mathematics and ICT Education*. Grece. En prensa desde el 4 de febrero de 2016.