

PERSPECTIVAS DOCENTES ACERCA DE HABILIDADES DE REPRESENTACIÓN Y COMUNICACIÓN DE LO TRIDIMENSIONAL

Sabrina Grossi; Natalia Sgreccia

Facultad de Cs. Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario, Argentina.

sgrossi@fceia.unr.edu.ar, sgreccia@fceia.unr.edu.ar

Resumen

En esta ponencia se procura develar las visiones que docentes, de nivel superior de asignaturas vinculadas con la representación gráfica o su didáctica, tienen acerca de la importancia de su formación en futuros profesores de Matemática e ingenieros. Se realiza un estudio cualitativo, de tipo empírico, no experimental y con alcance descriptivo-comparativo, a través del cual los docentes en cuestión analizan seis propuestas de actividades orientadas en fomentar el dibujo de cuerpos durante el estudio de la Geometría en nivel medio de educación. Se concluye que las habilidades de representación y comunicación de lo tridimensional poseen un significativo potencial para desarrollar múltiples contenidos geométricos.

Palabras clave: Formación de profesores, Geometría espacial, Representación.

1. Introducción

Este trabajo surge a partir de un estudio realizado en el marco de una Beca de Investigación titulada “Las habilidades de representación y comunicación de información 3d: un estudio en la formación de Profesores en Matemática e Ingenieros” (UNR, 2015), la cual forma parte del Proyecto de Investigación denominado “Procesos de acompañamiento en la formación inicial y continua de profesores en Matemática” (UNR, 2014-2017).

Desde sus orígenes el ser humano, en su intento por comunicarse, ha empleado diversas formas de expresión: gestual, oral, escrita y también gráfica. Es por ello que el dibujo es un modo de comunicación, un lenguaje (Spencer, Dygdon y Novak, 2009). Particularmente en Geometría, la comunicación gráfica es una herramienta esencial en la representación de situaciones-problema. Más aún, la Geometría Descriptiva permite representar objetos 3d sobre una superficie 2d, estableciendo propiedades entre las figuras del espacio y las figuras planas.

La necesidad de utilizar representaciones planas para la enseñanza en asignaturas de diversas especialidades en las que intervienen objetos tridimensionales ha generado, desde hace décadas, un análisis crítico de las representaciones bajo diversas perspectivas: didáctica, psicológica, técnica, artística, etc. (Gutiérrez, 1998).

La importancia de la Geometría tridimensional suele estar asociada a acciones más bien sensoriales -ver/tocar- que cognitivas -modelizar/deducir/operar- (Sgreccia y Massa, 2010). En este sentido, alcanzar conocimientos relativos al dibujo mediante el desarrollo de habilidades motoras y sensitivas posibilitaría la capacidad de expresión gráfica para la interpretación y resolución de situaciones problemáticas, permitiendo la adquisición de conocimientos geométrico-espaciales, ligando así habilidades visuales y de razonamiento (Brooks, 2009).

Sin embargo, diversos estudios expresan que los profesores suelen no enseñar Geometría (Moore-Russo y Schroeder, 2007; Tavío y Méndez, 2006), resultando este hecho muchas veces de una formación inicial docente con un fuerte predominio en el cálculo simbólico. Esto significa que los docentes tienden a reproducir en su enseñanza modelos similares a los experimentados como estudiantes, excluyéndose la posibilidad de un desarrollo sistemático de habilidades de representación espacial y, con ello, la conceptualización del espacio, si no lo han experimentado previamente como alumnos. A partir de esta problemática se pretende, punteando cuestiones del modelo propuesto por Schön (1992), reflexionar sobre los testimonios de ciertos docentes sobre la representación plana en el desarrollo de contenidos geométrico-espaciales. Para este autor la reflexión -entendida como una forma de conocimiento- orienta la acción docente. Argumenta también que la praxis docente se caracteriza por la complejidad, la incertidumbre, la inestabilidad, la singularidad y el conflicto de valores. De esta forma la actividad docente comprendida como una actividad reflexiva permite ser indagada sobre sus concepciones, juicios de valor y procesos intuitivos que influyen directamente en el ejercicio mismo de dicha actividad.

El trabajo que aquí se presenta intenta develar aspectos que configuran el desarrollo de habilidades específicas en la formación superior asociados con la representación bidimensional de objetos tridimensionales. Y esto en particular en asignaturas afines del Profesorado en Matemática (PM) así como de Sistemas de Representación de carreras de Ingeniería de la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario.

Esta comunicación se centra en la visión que los docentes de dichos espacios tienen acerca de la representación plana de objetos geométricos espaciales: importancia, dificultades, posibilidades, limitaciones; en la formación básica de profesores y de ingenieros.

2. Marco teórico

Gutiérrez (1998) destaca el valor de las representaciones planas de cuerpos geométricos espaciales adecuadas a estudiantes de diferentes edades. Analiza formas usuales de representación plana de objetos 3d (proyecciones en perspectiva, paralela, isométrica, ortogonal, ortogonal codificada, representación por niveles). Señala que una representación plana perfecta es la que puede transmitir al observador la misma cantidad de información que el cuerpo tridimensional real al que representa. Pero ninguna forma de representación plana de cuerpos espaciales es perfecta, por lo que es necesario que los estudiantes sean capaces de manejar varias de ellas, superando aquella pérdida de información al pasar del espacio al plano. Manifiesta, también, la necesidad de enseñar Geometría tridimensional y sus representaciones planas mediante condiciones que favorezcan aprendizajes significativos.

Barrantes, López y Fernández (2015) advierten sobre la presencia de representaciones geométricas estereotipadas⁴ en muchas de las propuestas de enseñanza, las cuales generan interpretaciones sesgadas de las figuras espaciales por parte de los alumnos. A dichas representaciones estereotipadas las denominan distractores, clasificándolos de dos maneras: de orientación (por ejemplo: suelen representarse los cuerpos solo apoyados sobre el plano horizontal) y de estructuración (por ejemplo: suelen presentarse las definiciones de poliedros solo para cuerpos convexos).

⁴ Denominadas de esta manera porque repiten patrones o presentan elementos que inducen a la atribución de propiedades inexistentes así como a la formación de conceptos erróneos sobre lo que se está representando.

En este aspecto, es importante que los sistemas de representación (conjunto de operaciones que permiten obtener las proyecciones de un objeto del espacio sobre un plano) que se trabajen sean variados y reversibles (dada una figura en el espacio, pueden siempre obtenerse sus proyecciones sobre un plano y dadas las proyecciones de la figura, puede determinarse la posición en el espacio de cualquier punto de la figura).

Por su parte, Höffer (1981) describe cinco tipos de habilidades básicas que una buena enseñanza de la Geometría debería ayudar a desarrollar: visuales; de razonamiento; de dibujo y construcción; de comunicación; de aplicación y transferencia. Asimismo durante el trabajo áulico estas habilidades se vinculan continuamente; es por ello que la formación y el refuerzo de las habilidades de dibujo ayudan al estudio general de la Geometría espacial.

3. Metodología

Para la realización de este trabajo se adoptó un enfoque metodológico cualitativo, de tipo empírico, no experimental y con alcance descriptivo-comparativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2006).

La recolección de datos se llevó a cabo a partir de entrevistas individuales a tres docentes. Las mismas se realizaron de manera oral siendo grabadas para su posterior transcripción textual. Los docentes entrevistados corresponden a quienes están a cargo de tres espacios curriculares de primer año: Geometría I (DG), Práctica de la Enseñanza I (DP) y Representación Gráfica (DR). Las dos primeras corresponden a la carrera PM y la tercera a carreras de Ingeniería de la institución de referencia. La elección de las asignaturas se debió a que las mismas propenden un primer acercamiento a problemáticas disciplinares o didácticas relativas a la representación de cuerpos y el abordaje geométrico espacial.

A modo de guía para realizar las entrevistas, se compartió una propuesta de enseñanza (Grossi y Sgreccia, 2015) con seis actividades para trabajar representaciones planas durante clases de Geometría espacial: la 1^a plantea promover la representación de cuerpos en momentos donde no se solicita explícitamente; la 2^a propone analizar cuerpos poliedros no estándar, procurando no restringirse solo a cuerpos estereotipados; la 3^a consiste en vincular formas diferentes de representar un determinado cuerpo; la 4^a implica describir la representación realizada por un compañero, tratando de desentrañar ambigüedades en la representación; la 5^a propone que un alumno actúe de emisor y otro de receptor de información acerca de un cuerpo geométrico que el emisor tiene en sus manos y que el receptor debe adivinar; y la 6^a incorpora un software (por ejemplo: GeoGebra) para la visualización dinámica de cuerpos en la pantalla de la computadora. Cabe advertir que esta propuesta pone especial énfasis en el desarrollo de la habilidad de dibujo y construcción, considerándose factible de implementar desde los primeros años de escolaridad secundaria. En base a la misma, se preguntó a cada docente:

- ¿Cómo ve la posibilidad de incorporar propuestas de este tipo en clases de Geometría?
- ¿Qué valor formativo percibe en las mismas?
- ¿Qué dificultades prevé en los alumnos desde el enfoque de los sistemas de representación? ¿Qué aportes podría hacer para nutrirlas?

Para el procesamiento de información se empleó la técnica de análisis comparativo de testimonios. Este reporte se detiene a analizar lo que expresan los docentes dentro de un trabajo investigativo más amplio en donde se ha pretendido comparar el desarrollo de las habilidades propias del dibujo que se fomenta en las carreras de Ingeniería y el

análisis de su potencialidad formativa en el PM. Aunque las orientaciones profesionales del PM y de Ingeniería son diferentes, es relevante en ambas la adquisición y comprensión de sistemas de representación gráfica del espacio tridimensional para la comunicación a otros (ya sean alumnos en el primer caso o clientes en el segundo).

Se busca contribuir, a partir de un análisis comparativo entre dichos testimonios, al estudio sistemático de las prácticas de enseñanza de la representación gráfica, reconociendo a su vez su devenir en contextos complejos y dinámicos (Gutiérrez, 1995).

4. Resultados

En lo que sigue se comparte una síntesis de los hallazgos relativos a cada una de las tres cuestiones sobre las que fueron interrogados los docentes.

4.1. Posibilidad de incorporar propuestas de este tipo en clases de Geometría (Tabla 1)

Puede apreciarse que tanto DG como DP involucraron en sus respuestas justificativos de por qué no incluyen actualmente propuestas de este tipo, o si lo hacen, lo hacen de manera superficial. Ambos aprueban el valor de implementarlas pero no lo hacen de manera corriente. Por su parte, DR manifiesta la dificultad de pasar del espacio al plano aludiendo el origen del problema a la falta de práctica por parte de los alumnos.

En cuanto a consideraciones generales sobre la representación de lo tridimensional, es posible inferir que los tres docentes coinciden en lo provechoso de aplicar este tipo de propuestas en el aula. Si bien consideran valioso un trabajo al respecto revelan ciertas dificultades a la hora de ponerlo en práctica.

DG	DR	DP
<ul style="list-style-type: none"> • En la Geometría del espacio hay graves problemas porque los chicos pierden la noción del espacio en algún momento de la escolaridad. • Es una cuestión muy difícil el espacio. • Los tiempos con los que uno llega para dar el desarrollo de un tema condicionan el trabajo sobre la representación. • En la carrera predomina la formalización en detrimento de la manipulación, limitando así la imaginación. • Todas las propuestas se pueden incorporar, todas son interesantes. 	<ul style="list-style-type: none"> • Los alumnos que inician Ingeniería están acostumbrados a visualizar en el espacio. Ven las cosas pero les cuesta mucho trabajo relacionarlo con una representación plana. • Falta de práctica en representación. • Existe una analogía entre las habilidades intelectuales y físicas. Representar es una mera gimnasia intelectual, es una habilidad que por supuesto habría que desarrollarla. • El término representación gráfica es muy amplio. 	<ul style="list-style-type: none"> • Son actividades para proponer que el docente haga en el aula en torno a su tema. Después se verá el modo de trabajo de cada tipo de actividad. Va a depender del grupo de alumnos que tenga y tendrá que complementarla con algunas otras actividades. • Son actividades para aplicar en la escuela secundaria porque involucran un montón de habilidades que hay que promover en dicho nivel.

Tabla 1: Posibilidad de incorporar propuestas de este tipo en clases de Geometría

4.2. Valor formativo de este tipo de propuestas (Tabla 2)

Sin entrar en detalle sobre cada propuesta, se procura rescatar aquellas observaciones que resultaron las más relevantes para este reporte. Se subrayan las vinculaciones con otros contenidos geométricos que posibilita la representación en sí misma.

DG	DR
1 ^a : señala que para reconstruir un objeto en 3d se necesitan muchos	1 ^a : sugiere darle el lugar que corresponde a la representación (familiarizándose) pues se convierte en imprescindible y

<p>cortes planos, marcándose discrepancias al pasar de una dimensión a otra.</p> <p>3^a: remarca cierto interés por ejemplo para el cálculo de área, cuando se pretende calcular el área de la superficie lateral de un cuerpo pues lo que se hace en realidad es el desarrollo plano para después poder hallar una fórmula de cálculo.</p> <p>4^a: plantea tratar de ver cuáles son las características fundamentales que tiene el espacio y que se necesitan saber reconocer para representar en el plano.</p>	<p>necesario.</p> <p>2^a: remarca su valor para la visualización espacial, útil para quienes siguen una carrera afin. Ejemplifica: "... al cursar <i>Álgebra y Geometría y trabajar con un cuerpo, al poder visualizarlo tendrá alguna idea de cómo representarlo, cuáles son los problemas que se le plantean y elaborará estrategias propias para resolverlo</i>".</p> <p>3^a: comenta que si bien a ciertos alumnos les resulta fácil encontrar desarrollos planos, otros no están acostumbrados y tienen mayor dificultad, presentándose como problemas: entender la representación y vincular el desarrollo con la representación, que son cuestiones superables con práctica.</p> <p>4^a: señala que el punto es mostrar la tridimensionalidad de un objeto en el plano, pues mirando la representación (dibujo) se puede tener una idea de qué objeto se trata pero se pierden datos. Comenta: "...Las representaciones hechas por un técnico necesitan ser más exactas pues la representación puede dar lugar a engaños".</p>
--	---

Tabla 2: Valor formativo de este tipo de propuestas

4.3. Dificultades de aprendizaje para representar y posibles aportes al respecto

(Tabla 3)

Se pretende remarcar aquellos aportes que brindaron los docentes como plus para las actividades propuestas, notándose una concurrencia hacia la manipulación de cuerpos como apoyo y base para la posterior representación 2d así también como para la comprensión de conceptos geométricos.

DG	DR	DP
<p>Construcción 3d de objetos, sobre todo cuando cuesta la representación 2d del objeto 3d así como la visualización 3d del dibujo 2d (por ejemplo: tres pirámides que conforman un prisma).</p>	<p>Pueden presentarse dos posibilidades para la 5^{ta} propuesta:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Si está escrito o grabado y luego releerá o escuchará el mensaje no tendrá una aclaración específica. En este caso las limitaciones pueden ser bastante grandes. 2. En tiempo real, el emisor va describiendo mientras tiene un acuse de recepción por parte del receptor, pudiéndose detectar ambigüedades en la comunicación, posibles variantes de interpretación, y puede corregirse. 	<p>Buscar el desarrollo plano para que, con material concreto, armen un cuerpo y después recién trabajar con imágenes planas y que ellos dibujen. Que sirva como nexo.</p>

Tabla 3: Dificultades de aprendizaje para representar y posibles aportes al respecto

A modo general, podemos referir de cada entrevistado algunas nociones particulares:

- DG aporta que cuando uno pasa de representar en 2 dimensiones algo que es de 3 hay una abstracción muy importante, muy grande, porque justamente se está restando una dimensión; por lo que se debe ser consciente de cuáles son los elementos que se están dibujando para poder entender y decodificar el mensaje que está escrito. Concluye, así, haciendo referencia a la carrera en la que dicta Geometría, que es fundamental hacer esta relación entre el plano y el espacio que es lo que le falta al PM porque no tiene Representación Gráfica como asignatura/taller formativo. Si bien no cree que sea fundamental, ayudaría mucho.
- DR advierte que la Geometría Analítica es la resolución de los problemas geométricos por métodos aritméticos, por su parte la Geometría Gráfica o Cálculo Gráfico es la resolución de los problemas geométricos por métodos gráficos.
- DP añade que todas las propuestas presentadas favorecen al desarrollo de las habilidades de dibujo, comunicación, construcción, lenguaje matemático o geométrico, imaginación, etc. Presentan un valor específico geométrico (no hay para

hacer cuentas), son todas operaciones mentales y habilidades propias de la Geometría que suelen tratarse en la escuela muy vinculadas al eje Medidas.

- Reconoce que la habilidad de representación no se adquiere por sí sola, citando como ejemplo el caso del truncamiento de cuerpos -qué figura plana queda cuando se trunca un cuerpo de determinada manera también requiere de imaginación-. Por otra parte, se refiere a la manipulación como una técnica importante para que los estudiantes le den un uso facilitador de la visualización. En este aspecto menciona al software como un portador de sentido.

5. Comentario final

Formar docentes en Matemática supone formar profesionales aptos para manipular y adecuar contenidos científicos específicos de manera que sean asimilables por los alumnos. Formar en representación no es un tema menor ni que dependa solo de la curiosidad personal ni mucho menos de la habilidad artística que posea el futuro profesional. Este aspecto forma parte del conocimiento especializado del contenido del docente (Ball, Thames y Phelps, 2008), contemplando conocimientos y habilidades matemática-geométricas propias de los docentes, que generalmente no posee cualquier otro adulto.

En general, de lo analizado, puede afirmarse la importancia del trabajo concientizado e intencionado sobre modos de representación plana de lo tridimensional para el desarrollo de conocimientos espaciales. Los docentes entrevistados, desde su perspectiva didáctica y en cuanto a la formación geométrica que imparten, aprueban el valor formativo de incluir propuestas que fortalezcan habilidades de dibujo para la adquisición de contenidos geométricos. Aunque reconocen que no hacen este trabajo de manera habitual, pues a la hora de ponerlo en práctica suelen avanzar con otros aspectos (cálculo de medidas, formalización matemática, por ejemplo). También mencionan la importancia de la práctica regular de los alumnos, indispensable para afianzar las habilidades de representación y, por ende, para la adquisición de contenidos espaciales. En lo referente a la cuestión de pasar del espacio al plano (representar en forma bidimensional algo que en su naturaleza es tridimensional), esto es, el proceso de eliminación de una dimensión, los entrevistados sostienen que genera inconvenientes pues provoca pérdida de información. En este aspecto coinciden en que hay que tener especial cuidado. Es importante reconocer qué relación guarda el plano con el espacio y cuál es la información de utilidad que se quiere resguardar para un determinado trabajo geométrico.

Finalmente, es posible distinguir el compromiso que el docente de Matemática de nivel medio debe tener con relación a la representación de cuerpos durante el desarrollo de sus clases de Geometría espacial. Se recomienda poner en práctica, desde la formación de profesores, actividades que complementen el trabajo tridimensional, fortaleciendo tanto la interpretación de representaciones como la producción de las mismas.

Referencias bibliográficas

- Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Barrantes, M., López, M. y Fernández, M.A. (2015). Análisis de las representaciones geométricas en los libros de texto. *PNA*, 9(2), 107-127.
- Brooks, M. (2009). Drawing, Visualisation and Young Children's Exploration of "Big Ideas". *International Journal of Science Education*, 31(3), 319-341.

- Gutiérrez, A. (1998). Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. *EMA. Investigación e innovación en Educación Matemática*, 3(3), 193-220.
- Gutiérrez, A. (1995). *Área de conocimiento: didáctica de las matemáticas*. Madrid: Síntesis.
- Grossi, S. y Sgreccia, N. (2015). *¿Y si enseñamos a dibujar?* Propuesta de enseñanza presentada en las IV Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. La Plata, octubre.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación* (4^o ed.). México: Mc Graw Hill.
- Höffer, A. (1981). Geometry is more than Proof. *Mathematics Teacher*, 74(1), 11-18.
- Moore-Russo, D. y Schroeder, T. (2007). *Preservice and inservice secondary mathematics teachers' visualization of three-dimensional objects and their relationships*. Trabajo presentado en el Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Reno, Nevada, octubre.
- Schön, D. (1992). *La formación de profesionales reflexivos*. Barcelona: Paidós.
- Sgreccia, N. y Massa, M. (2010). Beliefs of future teachers about the teaching of solids in secondary school. *Proceedings of the Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 34(2), 104.
- Spencer, H., Dygdon, J. y Novak, J. (2009). *Dibujo técnico* (8^o ed.). México: Alfaomega.
- Tavío, C. y Méndez, J. (2006). La democratización del conocimiento matemático: popularizando la geometría. *Revista UNO*, 12(42), 61-70.