

## SECUENCIA DIDÁCTICA PARA ESTUDIAR EL TEOREMA DE THALES Y SUS APLICACIONES EN LA ESCUELA SECUNDARIA

Hernández, Andrea Celeste

Colegio Monseñor Espinosa de San José. Bragado.

[andreafernandez\\_18@live.com.ar](mailto:andreafernandez_18@live.com.ar)

### Resumen

Este trabajo presenta algunos resultados de una implementación con estudiantes de 4to Año de la Escuela secundaria. Se diseña para tal fin una secuencia didáctica para estudiar el Teorema de Thales y dos de sus aplicaciones: la división de un segmento en partes iguales y triángulos semejantes. Las situaciones propuestas involucran tanto respuestas en lápiz y papel, como actividades que requieren del uso de software de geometría dinámica GeoGebra®. Se presentan en este trabajo las características del diseño y algunos resultados de la implementación.

**Palabras clave:** Teorema de Thales, GeoGebra, Escuela Secundaria.

### 1. Introducción

En la actualidad, la Enseñanza de la Geometría ha ido perdiendo espacio y sentido en las instituciones escolares, ya que presenta problemas tanto a nivel curricular como en la práctica efectiva en el aula. En el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Yves Chevallard (2004, 2009, 2012, 2013) se legitima el problema que atraviesa la enseñanza de la matemática en la Escuela Secundaria. La pedagogía predominante, elimina el estudio de preguntas a un conjunto de “obras muertas”, sin sentido, obras que no se cuestionan. Esta manera de considerar la enseñanza de la Matemática, conforma lo que Chevallard (2004) denomina el fenómeno de la *monumentalización* de saberes.

Como alternativa a este fenómeno de la monumentalización, Chevallard (2005) plantea que es necesario un cambio radical que pasa fundamentalmente por un redescubrimiento, de las *razones de ser* del contenido a enseñar y propone como dispositivos didácticos Actividades de Estudio y de Investigación (AEI) y Recorridos de Estudio y de Investigación (REI) para tal fin. Estos dispositivos, retoman la preocupación de la reconstrucción funcional de la matemática como respuesta a ciertos tipos de situaciones problemáticas, y sitúan las cuestiones  $Q$  como punto de partida del saber matemático (Chevallard, 2004).

Para Escudero Pérez (2005), los conceptos de Semejanza y Teorema de Thales tienen un peso histórico que les ha hecho estar presentes durante siglos en los programas de distintos niveles educativos, aunque el abandono sufrido por la geometría sintética en las matemáticas escolares durante la influencia de las matemáticas modernas ha afectado su tratamiento en los últimos años. Se evidencia entonces la pérdida de sentido y de las razones de ser, del “por qué” y el “para qué” del estudio del Teorema de Thales en las clases de Semejanza y Proporcionalidad Geométrica, debido a que su estudio se limita a la aplicación de las técnicas analíticas y resolución de ejercicios algebraicos, sin considerar las técnicas de geometría sintética que son la génesis de estas organizaciones matemáticas.

En este trabajo se analizan las características de un dispositivo didáctico que permita desarrollar técnicas de geometría sintética para estudiar, en clases de la escuela

secundaria, el Teorema de Thales, la división de segmentos en partes iguales y la semejanza de triángulos, a partir de preguntas, es decir, el profesor no tiene por principal actividad explicar, sino llevar cada clase nuevas preguntas para ser estudiadas en la clase.

## 2. Metodología

La investigación es de corte cualitativo, etnográfico y exploratorio. Se busca la exploración, descripción, y evaluación de un dispositivo didáctico propuesto para el estudio del Teorema de Thales y sus aplicaciones de una manera no habitual. El profesor del curso es el investigador; el curso seleccionado corresponde a un grupo de 4° año de la Escuela Secundaria de la ciudad de Bragado. Los estudiantes tienen entre 14 y 16 años y en total son (N=37) en el curso. Durante la implementación los estudiantes se organizan en grupos de cuatro a cinco integrantes. Las situaciones que integran el diseño, son entregadas en forma impresa para cada estudiante; y se cuenta al menos con una netbook por grupo para resolver las actividades en el software Geogebra®. En las clases se obtuvieron los protocolos escritos de los estudiantes, se tomaron registros de audios en las clases y también se registraron notas de campo.

## 3. Diseño del dispositivo

El diseño se inspira en una transformación del trabajo de Chevallard (2009), quien utiliza la geometría sintética para estudiar operaciones. El diseño propuesto se compone de 4 situaciones, con 2 partes cada una; es decir, 8 en total; además se proponen actividades de síntesis, algunas a cargo del profesor y otras de los estudiantes. Luego de cada situación se proponen tareas que permiten mejorar y afianzar las técnicas construidas.

La Situación 1 permite obtener cálculos numéricos como resultado de establecer relaciones entre segmentos determinados sobre rectas paralelas. En la Parte 1 de esta situación se propone una actividad en lápiz y papel, mientras que en la Parte 2 se presenta un problema similar, utilizando como soporte el software de geometría dinámica GeoGebra®. El uso del software permite establecer las condiciones que debe cumplir una representación gráfica para que los segmentos correspondientes sean proporcionales.

Para la Situación 2, se presenta en el software de geometría dinámica una representación gráfica con los segmentos determinados sobre las transversales. En la Parte 1 de esta situación la construcción presentada contiene rectas paralelas y promueve el análisis de las posibles longitudes de los segmentos; mientras que en la Parte 2, se presenta una construcción inicialmente similar, pero las rectas paralelas no lo son al realizar modificaciones en la misma, y permite a los estudiantes generalizar las condiciones que dicha representación gráfica debe cumplir para que se verifique la relación de proporcionalidad de segmentos.

En la Situación 3, se presenta una representación gráfica con rectas paralelas y transversales, en un sistema de ejes cartesianos, el cual permite hallar las coordenadas de un punto sobre el eje  $x$  a partir de la proporcionalidad entre los segmentos y la división de un segmento unidad, en partes iguales. Primeramente se presenta el esquema en lápiz y papel, mientras que en la segunda parte de esta situación se presenta el mismo esquema en el software, con el objetivo de investigar y reconstruir las condiciones que cumple la representación gráfica para que un segmento de cualquier longitud se divida en partes iguales.

Con respecto a la Situación 4, en la Parte 1, se promueve la construcción en lápiz y papel de triángulos con lados proporcionales y se espera que analicen las propiedades que cumplen dichos triángulos. En la Parte 2 se presenta un problema en apariencia similar, pero cuyo análisis debe realizarse en Geogebra®, con el objetivo de analizar y considerar los diferentes casos en términos de posiciones de los lados, y esperando que los estudiantes reconozcan las condiciones que cumplen los mismos, para dar lugar a la definición de los triángulos semejantes.

#### 4. Presentación de resultados

En este apartado se seleccionan algunos protocolos para mostrar el trabajo de los estudiantes. Los datos correspondientes a la situación inicial permiten interpretar que los estudiantes pudieron establecer la relación de proporcionalidad entre los segmentos correspondientes; y resolver una operación matemática de forma gráfica aplicando técnicas de geometría sintética. En la segunda parte de la Situación 1, resuelta con el software de geometría dinámica GeoGebra®, los estudiantes reafirmaron la operación matemática, así como también la condición que debe cumplir la representación gráfica para resolverla: los segmentos correspondientes son proporcionales en representaciones gráficas que tienen rectas paralelas y transversales.

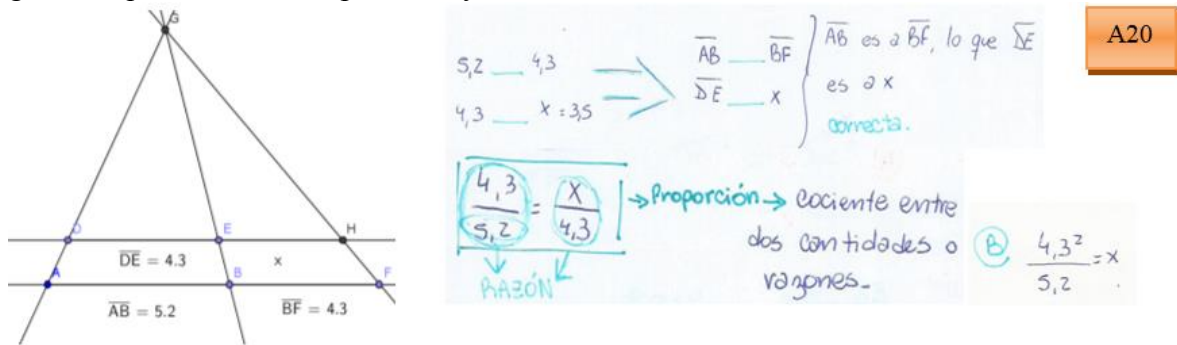


Figura 1: Resolución del estudiante A20

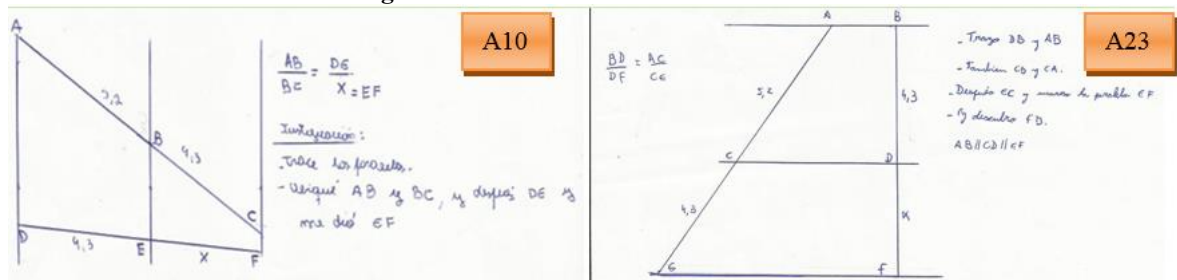


Figura 2: Representaciones gráficas de los estudiantes A10 y A23 respectivamente

En la Situación 2, se presenta en el software GeoGebra® un esquema junto con una hoja de cálculo que permite a los estudiantes analizar la proporción  $\frac{3}{4} = \frac{a}{b}$ , considerando los posibles valores que pueden tomar los segmentos a y b para que la proporción se cumpla. En la Parte 2 de esta situación se crea un archivo que contiene la misma proporción, con un esquema en apariencia similar pero con características diferentes, ya que las rectas paralelas no se mantienen a partir del desplazamiento de los puntos móviles. En los siguientes protocolos puede observarse que los estudiantes analizaron los posibles valores de los segmentos a y b, comparando las características de cada esquema, lo que permitió describir las condiciones que debe cumplir la gráfica para que los segmentos sean proporcionales.

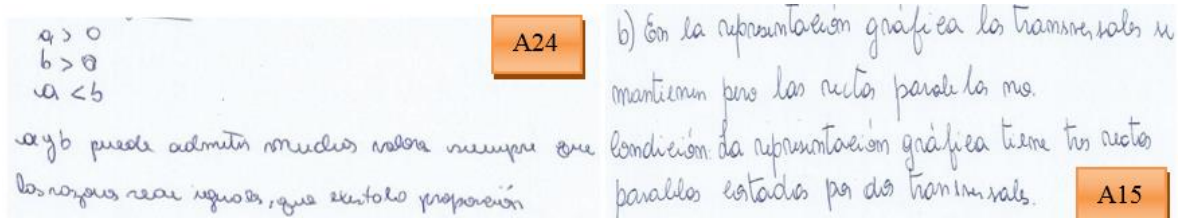


Figura 3: Resolución de los alumnos A24 y A15 respectivamente

Los estudiantes confirmaron la condición que debe cumplir la representación gráfica para que los segmentos correspondientes sean proporcionales y esto permitió entonces generalizar las condiciones planteadas con anterioridad en la Situación 1 y facilitó al docente la institucionalización del Teorema de Thales, el cual se presentó como una síntesis de las situaciones resueltas.

Los resultados obtenidos en la Situación 3 permiten interpretar que los estudiantes lograron construir una de las aplicaciones del Teorema de Thales: la división de un segmento en partes iguales. Para la elaboración de las respuestas, los estudiantes aplicaron el Teorema de Thales para identificar la abscisa de un punto ubicado sobre el eje  $x$ , a partir del planteo de la proporción entre segmentos correspondientes; y también ubicar puntos a igual distancia. A partir del análisis del esquema similar presentado en GeoGebra®, generalizaron la aplicación de la técnica de dividir un segmento en partes iguales y la institucionalizaron mediante una síntesis.

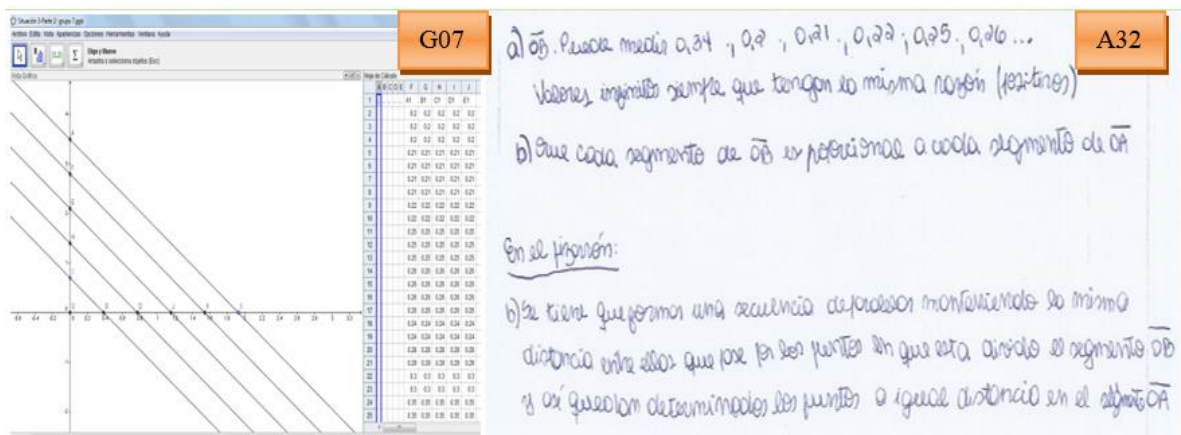


Figura 4: Visualización del software del grupo G07 y resolución del estudiante A32

A partir de la resolución de la Situación 4, los estudiantes construyeron el concepto de triángulos semejantes como una aplicación del Teorema de Thales, ya que decidieron trazar una paralela a un lado del triángulo para la construcción de triángulos cuyos lados sean proporcionales, representación gráfica que cumple las condiciones estudiadas en las primeras situaciones.

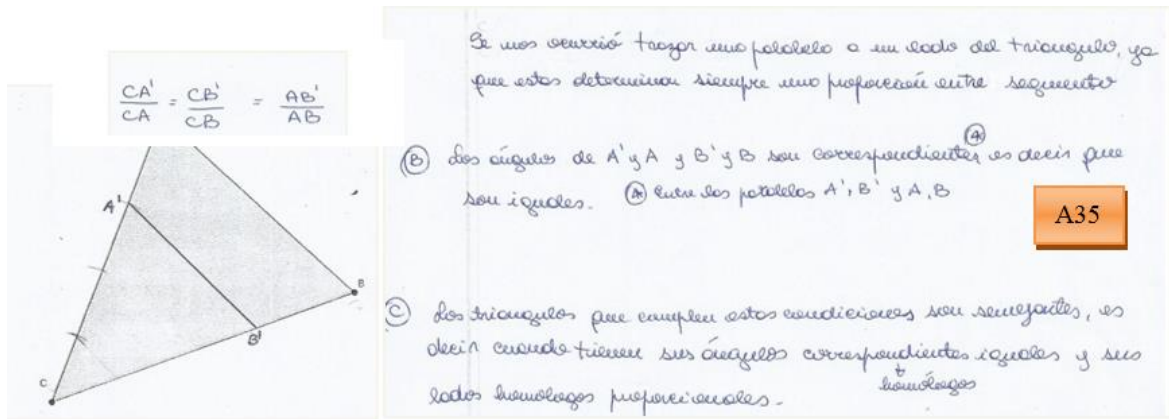


Figura 5: Resolución del estudiante A35

En la Parte 2 de esta situación resuelta en GeoGebra®, los estudiantes analizaron las características y propiedades de cualquier par de triángulos semejantes, y generalizaron la condición necesaria para la construcción de los mismos, considerando las distintas posiciones de la paralela a un lado del triángulo.

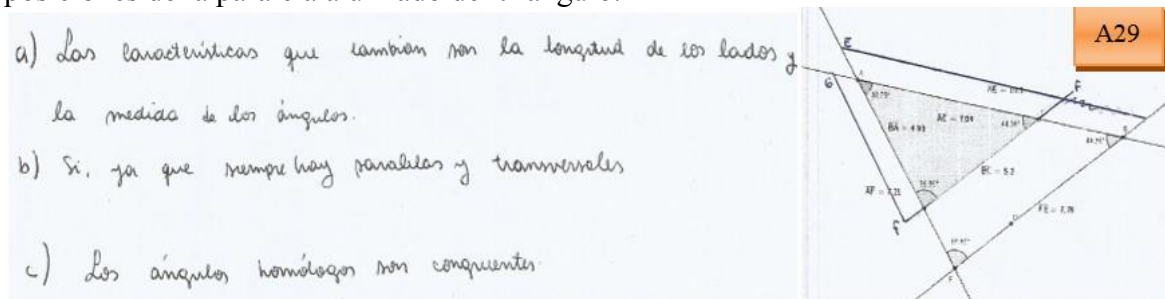


Figura 6: Resolución del estudiante A29

Los resultados obtenidos a partir de las respuestas de la Situación 4, permiten observar que los estudiantes pudieron construir triángulos cuyos lados sean proporcionales aplicando nuevamente una técnica de geometría sintética, el trazado de la recta paralela a uno de sus lados; analizar la relación de congruencia que existe entre los ángulos homólogos y definir el concepto de triángulos semejantes con el uso de Internet. Con la aplicación de la geometría dinámica, los estudiantes analizaron distintos pares de triángulos semejantes y verificaron las características que cumplen estos pares de triángulos, estudiada en la Parte 1 de esta situación.

## 5. Conclusiones finales

La implementación del dispositivo ha permitido la construcción de las características y propiedades del Teorema de Thales, y las dos aplicaciones directas: división de un segmento en partes iguales y semejanza de triángulos. El uso de la herramienta informática GeoGebra®, permitió generalizar las características y propiedades del teorema.

Los resultados del estudio fueron muy positivos, no sólo para los estudiantes sino para el profesor, quien por primera vez trata de llevar a cabo un estudio no tan tradicional. Por pequeños que parezcan los cambios sólo por eso son significativos, pues el profesor ya conoce que su principal función no es explicar sino pensar en “buenas” situaciones. Se plantea como una limitación la dificultad de aplicar las técnicas de geometría sintética, la cual se refleja en la insistencia por parte de los estudiantes de resolver problemas en el marco algebraico, aún cuando no tenían información para hacerlo. Esto

se debe a que los estudiantes están acostumbrados a resolver situaciones en el marco analítico-algebraico y no en el marco geométrico.

Otras restricciones están vinculadas con las dificultades que conllevan introducir cambios en la enseñanza, que afectan al manejo de los tiempos, la organización del trabajo en el aula y la evaluación. Fue difícil para el docente dar el lugar a los estudiantes para que a partir del diseño y de una dirección apropiada de su parte, puedan arribar a resultados esperados y aceptar que los alumnos pueden resolver de manera autónoma las situaciones problemáticas. Sin embargo esta es una de las contribuciones más importantes de este trabajo para la profesora.

## 5. Referencias

Chevallard, Y. (2004). Vers une didactique de la codisciplinarité. Notes sur une nouvelle épistémologie scolaire. Disponible en: <http://yves.chevallard.free.fr> Traducción Lic. Verónica Parra. NIECyT. UNCPBA.

Chevallard, Y. (2005). La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire: transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire. Conferencia dada en la 3<sup>a</sup> «Université d'été Animath», Saint-Flour, 22- 27 de Agosto de 2004. Publicado en *La place des mathématiques vivantes dans l'éducation secondaire*, APMEP, 239-263. <http://yves.chevallard.free.fr/>

Chevallard, Y. (2009). La notion de PER: problèmes et avancées. Disponible en <http://yves.chevallard.free.fr/> Traducción: Lic. Llanos Viviana y Lic. Parra Verónica. CONICET. NIECyT. Departamento de Formación Docente. Facultad de Ciencias Exactas. UNCPBA. Mayo 2011.

Chevallard, Y. (2012). Théorie Anthropologique du Didactique & Ingénierie Didactique du Développement. Journal du séminaire TAD/IDD. Disponible en: <http://www.aixmrs.iufm.fr/formations/filieres/mat/data/fdt/2001-2012/journal-tadidd-2011-2012-7.pdf>

Chevallard, Y. (2013). Journal du Séminaire TAD/IDD. Théorie Anthropologique du Didactique & Ingénierie Didactique du Développement. Disponible en: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/journal-tad-idd-2012-2013-5.pdf>

Escudero Pérez, I. (2005). Un análisis del tratamiento de la semejanza en los documentos oficiales y textos escolares de matemáticas en la segunda mitad del siglo XX. *Enseñanza de las ciencias*, 23 (3), pp. 379-392.