

Geoplanos II: Circulares geométricos

por

ÓSCAR CARRIÓN LOSTAL
(IES Valdespartera, Zaragoza)

El geoplano circular nos va a permitir introducir los polígonos que somos capaces de inscribir en una circunferencia dependiendo de si esos puntos están o no a la misma distancia, hablaremos de polígonos regulares o irregulares. También seremos capaces de hablar de lados, como de ángulos, así como de hallar las relaciones trigonométricas, etc.

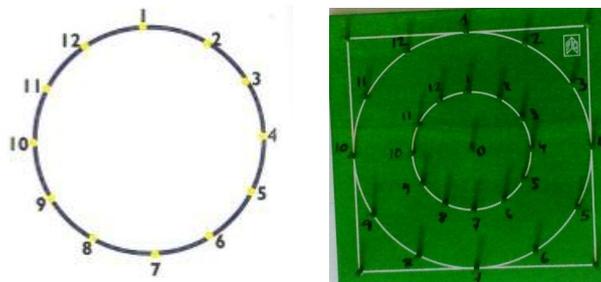


Imagen 1. Circunferencia dividida en 12 partes iguales y geoplano circular de 12 puntos

Actividades

Observaciones: En un *geoplano circular*, los puntos que se sitúan sobre la circunferencia son equidistantes. De los más usados en clase son los de 12 puntos, pero podemos construirnos los que nos interesen, bien manualmente (se requiere más tiempo para su construcción y coordinación con el Departamento de Plástica o de Tecnología) o bien a través de Geogebra o de plantillas que aparecen en algún libro de texto.

Primer ciclo de ESO. Polígonos en una circunferencia

Dado el geoplano circular de 12 puntos, se trata de unir los puntos consecutivamente:

- Si se une el punto 1 con el 2, el 2 con el 3, y así sucesivamente escribe la secuencia obtenida hasta cerrar el ciclo. ¿Qué polígono regular has obtenido? (ver imagen 2), ¿cuál es su ángulo interior?, ¿y su ángulo central?, ¿cuánto mide su lado?, ¿y el radio de la circunferencia?. En el caso anterior se denomina el polígono (12,1), donde el primer número hace referencia al número de puntos en que se ha dividido la circunferencia, y el segundo número que hemos ido uniéndolos de uno en uno, sin dejarnos ninguno en el camino.

Si unes el punto central del geoplano circular (0) con dos vértices consecutivos, por ejemplo el 8 y el 9, y el lado del vértice 8 al 9, se forma un triángulo (imagen 3). ¿De qué tipo es en función de sus lados?, ¿y de sus ángulos? Mide dichos lados y ángulos.

- Haz la misma operación que en el apartado anterior, pero ahora une puntos saltados de dos en dos (el 1 con el 3, el 3 con el 5 y así sucesivamente hasta

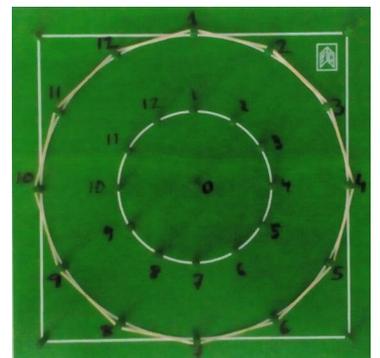


Imagen 2. Polígono regular de 12 lados

cerrar el ciclo), de tres en tres (el 1 con el 4, el 4 con el 7 y así sucesivamente hasta cerrar el ciclo), etc. En cada caso escribe la secuencia obtenida hasta cerrar el ciclo. ¿En qué casos has obtenido un polígono regular?, ¿qué puedes decir en esos casos?, es decir, qué propiedades o resultados puedes obtener, para asegurar que se va a obtener un polígono regular, ¿cómo es su notación?, ¿qué hay común entre ellos?, busca la analogía con el tema de las fracciones y con el de los divisores.

En dichos casos, nómbralos y obtén su ángulo interior y su ángulo central, así como la medida de sus lados. ¿En qué caso obtienes que el radio coincide con el lado? ¿En qué caso el triángulo obtenido al unir el centro del geoplano circular (0) con dos vértices consecutivos es equilátero? En los casos que no se obtiene un polígono regular, investiga cómo se llaman dichas figuras obtenidas.

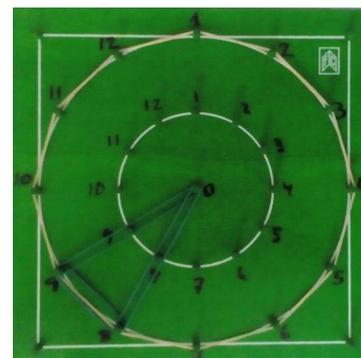


Imagen 3. Triángulo

Recuerda que para nombrarlos debes ir desde el (12,1), (12,2), ..., hasta el (12,12). Una vez tengas todos representados sobre el geoplano circular y dibujados en la ficha, ¿qué puedes decir sobre los dibujos o figuras obtenidas?, ¿era necesario dibujar todos o has encontrado una propiedad que te permita ahorrar trabajo y tiempo?

Aclaración: Para nombrar dichos polígonos se utiliza la notación (n, m) , donde n es el número de puntos equidistantes en que se divide la circunferencia, y m hace referencia a cómo vamos uniando dichos números. Al igual que pasa con las fracciones, podemos simplificar, es decir, el polígono $(12, 2) = (6, 1)$, hasta llegar a que los dos números sean primos entre sí.

Cuando has dibujado o has construido sobre el geoplano circular el polígono $(12, 5)$, ¿hay algo que te haya llamado la atención? (para ello fijate en su interior). Investiga si se puede generalizar el resultado que has obtenido.

Investiga dónde has visto representados dichas figuras o dibujos en la vida real. Haz fotos o incorpora fotografías donde aparezcan.

Nota: El esquema anterior de trabajo se puede repetir para cualquier división de puntos de la circunferencia. En clase, lo que suelo hacer, es que elija cada uno de un grupo un número distinto, ya sea primo o compuesto, que se haga la plantilla con geogebra de la división de la circunferencia en dicho número, y a partir de ahí, que dibujen todos los casos posibles que se le pueden dar y que saque sus conclusiones. Y luego se pone en común en cada grupo de 4-5 alumnos, y posteriormente en toda la clase en su conjunto.

Es interesante hacerlo en la plantilla de 12 puntos, por el número de divisores que tiene, y también en la de 10 puntos, ya que sale el pentágono regular en uno de sus posibles casos, y las relaciones entre los lados de dicho pentágono, nos da juego para introducir el número áureo. En el libro de 1.º de ESO de la Editorial Marfil aparecen distintas plantillas para trabajar:

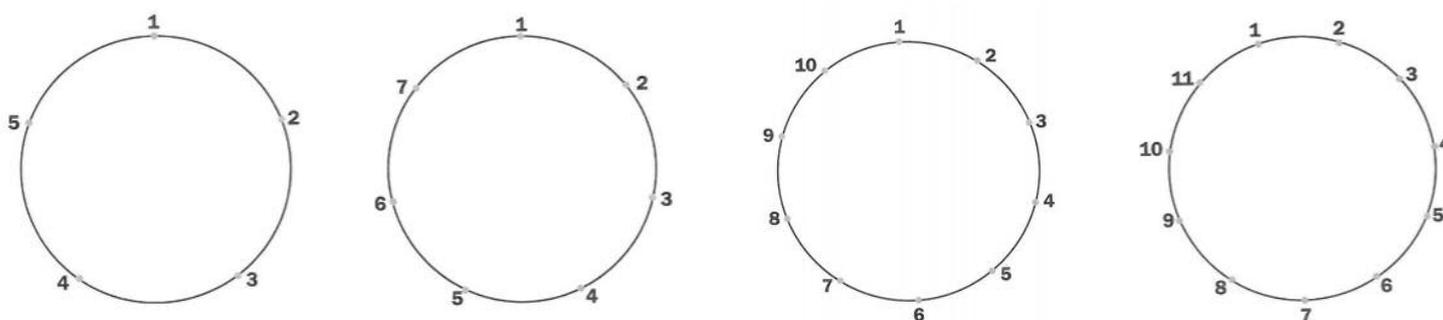


Imagen 4: Plantillas de 5, 7, 10 y 11 puntos

Problema 2 de la I Olimpiada Matemática de EGB (2.º ESO):
El emblema pitagórico

En la figura, dado el pentágono regular (geoplano circular de 5 puntos) se forma el pentágono estrellado, al unir las distintas diagonales, el cual se denominó la estrella de Italia, el símbolo de la escuela Pitagórica. ¿Qué notación tendrá? Calcula los siguientes ángulos: ABC, FCG, AIE, HGB y el ángulo central.

Mide el lado y la diagonal de ese pentágono regular. ¿Cuál es su relación?, ¿qué tipo de número es?, ¿qué nombre recibe?, ¿conocías ya algún número de ese tipo? Investiga en qué otros contextos aparece dicho número.

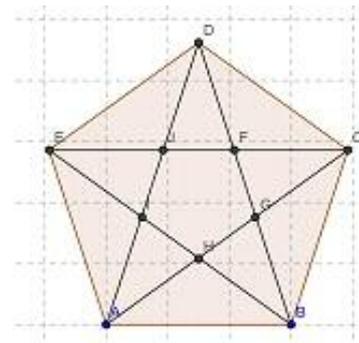


Imagen 5. Pentágono regular y estrellado

Segundo Ciclo de ESO. Razones trigonométricas

Dado el geoplano circular de 12 puntos, averigua qué polígonos te interesan de todos los posibles, para hallar las relaciones trigonométricas de los ángulos de 30°, 45° y 60°.

Una vez que los tengas, dibújalos, y sobre ellos localiza el triángulo rectángulo, en el cual vas a hallar las relaciones trigonométricas y completa la siguiente tabla:

Ángulo	Seno	Coseno	Tangente
30°			
45°			
60°			

Pista: Recuerda que de los casos posibles de polígonos estrellados de 12 puntos, está el (12,3), que una vez se simplifica (al dividir por 3, como el caso de las fracciones) es el (4,1), que es el caso del cuadrado. Si el radio de la circunferencia lo suponemos 1 (es decir la distancia de 0 a 4, o de 0 a 7, o de 0 a 10, o de 0 a 1 en el geoplano circular), vemos en la figura que se han formado 4 triángulos rectángulos, cuyos ángulos son 90°, 45° y 45°. De ahí puedes sacar las distintas relaciones trigonométricas para el ángulo de 45°.



Imagen 6: Razones trigonométricas para 45°

Se trata de que sigas este mismo proceso para hallar las demás razones trigonométricas.

Bibliografía

Libro de texto de 1º ESO: Lluís M. Botella, Luis M. Millán, Pascual Pérez y José Cantó, de la Editorial Marfil, ISBN: 978-84-268-1299-5.

Problemas de las Olimpiadas Matemáticas: aparecen en la página web de la Sociedad Aragonesa de Profesores de Matemáticas. El enlace es: <https://drive.google.com/file/d/0BxWO9erf9WnrZWF6c0ZteEdZMlk/view>