

RAZONAMIENTO CONDICIONAL CON CONTENIDO DISCIPLINAR EN ALUMNOS DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

Samuel Iván, Noya¹; Aníbal Roque, Bar²

¹Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y Agrimensura - Facultad de Ciencias.
Económicas - Universidad Nacional del Nordeste.

²Facultad de Humanidades - Universidad Nacional del Nordeste.
samuelivannoya@gmail.com, anibalrbar@hum.unne.edu.ar

Resumen

El presente trabajo pretende mostrar el desempeño de alumnos avanzados de la Licenciatura en Matemática y la Licenciatura en Física cuando realizan tareas que implican el uso de razonamiento condicional en dos de sus formas, Modus Ponens (MP) y Falacia de la Negación del Antecedente (NA). Para el logro del objetivo se solicitó a diez estudiantes de cada carrera la resolución de tres actividades relacionadas con el Teorema del Valor Medio del Cálculo Diferencial (TVM). En las tareas de tipo MP los alumnos mostraron buenos resultados sin embargo, en las de tipo NA se asumió que la negación del antecedente implicaba la negación del consecuente, sin advertir que dicha negación podía implicar también su afirmación. Si bien los resultados son preliminares, las dificultades advertidas poco contribuirían al logro de un razonamiento matemático que examine eficazmente las alternativas de solución ante problemas dados.

Palabras clave: Lógica, Universidad, Inferencias.

Abstrac

This paper aims to show the performance of advanced Undergraduate Mathematics and Physics students when they perform tasks that involve the use of conditional reasoning in two of its forms, Modus Ponens (MP) and fallacy of the inverse (FI). We asked ten students from each carrer to solve three activities related to the mean value theorem (MVT). Although students succeeded in the MP reasoning, in tasks involving the FI, they assumed that denying the antecedent implied denying the consequent, unaware that this denial could also imply the claim. Although the results are preliminary, the difficulties observed would not contribute to the achievement of a mathematical reasoning that effectively evaluates alternative solutions to given problems.

Keywords: Logic, University, Inference.

1. Introducción

El estudio sobre razonamientos condicionales ha sido ampliamente abordado en el marco de la psicología cognitiva, no obstante ello, los resultados emergentes de dichas investigaciones han sido disímiles; por diferencias metodológicas algunas veces, por discordancias en los encuadres teóricos otras.

Inglis y Simpson (2009), mediante un diseño experimental comparativo entre estudiantes de matemática y de disciplinas no matemáticas, ponen a prueba la hipótesis muy generalizada (Teoría de las Disciplinas Formales) de que el estudio de las matemáticas avanzadas desarrolla el pensamiento en general, y las habilidades de razonamiento condicional en particular. Los resultados hallados parecen mostrar el cumplimiento de dicha hipótesis, empero tales diferencias no son totalmente

contundentes. Un año más tarde los mismos autores discuten sus propios hallazgos, concluyendo que las distinciones encontradas podrían no deberse a la instrucción recibida, sino a distintas formaciones preuniversitarias, o a disímiles niveles de inteligencia (no valorados en el estudio). Esta última posibilidad podría estar determinada por diferentes estilos cognitivos o disposiciones del pensamiento que estarían dadas por fuera del contexto matemático

Según López Astorga (2015), la Lógica Mental no responde a los formatos del cálculo proposicional estándar. De acuerdo con ésta, el razonamiento humano funciona por medio de reglas formales, algunas de las cuales tienen validez en la lógica clásica. Para la Lógica Mental, las reglas básicas de razonamiento constituyen una serie de esquemas en el que, algunas normas como la disyunción no están incluidas, y otras tales como el condicional tienen ciertas restricciones en determinados contextos.

En particular, se distinguen diferentes tipos de reglas, los “Esquemas nucleares” que son reglas con un mayor uso, y “Esquemas afluentes” que son reglas que se aplican sólo si su uso a su vez permite la utilización de los Esquemas nucleares, además de los “Esquemas de Incompatibilidad” que refieren a contradicciones, entre otros. Dichos esquemas se rigen por una “Rutina de Razonamiento Directo” que indica el orden y la forma en que se utilizan los esquemas. En este marco, las cuatro inferencias condicionales se advierten como bicondicionales en sujetos no expertos, resultado coincidente con lo arribado por Geis y Zwicky (1971) en estudios anteriores, comportamiento denominado “perfección del condicional”. Dicha dificultad suele ser habitualmente superada cuando median procesos instruccionales, sin que ello implique el logro de razonamientos más complejos como el de reducción al absurdo. Así, cierta instrucción puede favorecer el reconocimiento de algunas formas lógicas, sin que ello derive en la adquisición plena de dicha competencia.

López Astorga (2015), reexamina los resultados obtenidos por Attridge e Inglis (2013), trabajo que muestra las dificultades de estudiantes de matemática de nivel posobligatorio al operar con los condicionales, para afirmar que el no reconocimiento de las falacias se debe a que su formación en lógica es de jerarquía intermedia, lo que significa que no se equipara con la de estudiantes más avanzados en la disciplina, y en este sentido, es compatible con lo previsto por la Lógica Mental.

La aceptación de las falacias lógicas, amén de su interpretación como bicondicionales, puede tener otra explicación. Particularmente en el caso de la Negación del Antecedente (NA), Nicolai y Attorresi (2004) afirman que algunas proposiciones formuladas como Modus ponens (MP) promueven su inferencia obversa, es decir que la negación del antecedente obliga necesariamente la del consecuente, y en este sentido, es tan válida como aquélla.

Los antecedentes reseñados dan cuenta de disímiles comportamiento de los estudiantes de matemática cuando operan con tareas lógicas, resultados que no cierran la cuestión acerca de la incidencia de la lógica en los procesos formativos de dichos alumnos, motivo por el cual sigue vigente la pregunta de si efectivamente la formación en disciplinas formales conlleva a la adquisición de competencias lógicas. Así, el presente trabajo tiene por objetivo describir el desempeño de estudiantes de ciencias formales (matemática) y de ciencias fácticas muy formalizadas (física) cuando realizan tareas en las que se hallan implicados los razonamientos MP y NA.

Este estudio tiene finalidad heurística, y en este sentido, intenta adscribir el comportamiento de los estudiantes a la formación recibida en el marco de la universidad. Así, se pretende comprender los resultados emergentes de las tareas resueltas a la luz de las tensiones dadas entre las imposiciones lógicas supuestas, y las interpretaciones y sesgos evocados por los alumnos.

2. Metodología

La muestra estuvo constituida por veinte estudiantes avanzados, diez de la Licenciatura en Matemática y diez de la Licenciatura en Física de la U.N.N.E., ubicada en la Ciudad de Corrientes, Argentina, quienes debían resolver tres actividades relacionadas con el Teorema del Valor Medio (TVM). La primera tarea correspondía a un caso de MP, y las dos restantes a NA. Como requisito para la ejecución las tareas se requirió la aprobación previa de la materia Análisis Matemático I, en el caso de los alumnos de Matemática, y Cálculo Diferencial e Integral I en el caso de los alumnos de Física.

Se detallan a continuación cada una de las actividades propuestas:

Actividad 1: Conteste si la siguiente afirmación es verdadera o falsa justificando su respuesta de la manera más detallada posible, ya sea a través de contraejemplos, demostraciones o la cita de propiedades o teoremas que usted conozca.

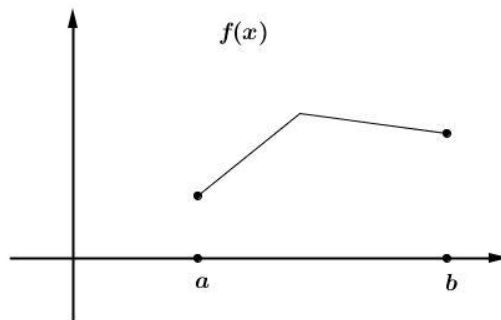
Si $P(x)$ es una función polinómica en $[a, b]$ entonces existe $c \in (a, b)$ tal que:

$$P'(c) = \frac{P(b) - P(a)}{b - a}$$

Actividad 2: Conteste si la siguiente afirmación es verdadera o falsa justificando su respuesta de la manera más detallada posible, ya sea a través de contraejemplos, demostraciones o la cita de propiedades o teoremas que usted conozca.

Teniendo en cuenta el gráfico que se muestra a continuación conteste si existe " c " en el intervalo (a, b) tal que

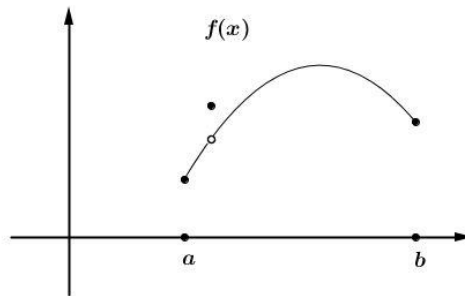
$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$



Actividad 3: Conteste si la siguiente afirmación es verdadera o falsa justificando su respuesta de la manera más detallada posible, ya sea a través de contraejemplos, demostraciones o la cita de propiedades o teoremas que usted conozca.

Teniendo en cuenta el gráfico que se muestra a continuación conteste si existe " c " en el intervalo (a, b) tal que

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$



3. Resultados

Se clasificaron las respuestas dadas por alumnos en las siguientes categorías:

Actividad 1 - Modus Ponens

Alumnos de Matemática: Seis argumentaron la validez de la proposición (con diferentes niveles de precisión) haciendo uso explícito y correcto del TVM, mientras que dos interpretaron que la consigna estaba vinculada con dicho teorema, pero lo citaron erróneamente o de manera muy imprecisa. Por último, dos estudiantes argumentaron que la proposición era falsa, uno de estos porque consideró que no se aclaraba en la consigna la condición de continuidad de la función, lo cual dejaría entrever que consideraba que no se cumplía con una de las condiciones suficientes del TVM, y consiguientemente la falsedad de la tesis (NA). El otro alumno manipuló algebraicamente la expresión pero cometió errores que lo llevaron a concluir que la proposición era falsa, pues consideró haber encontrado un contraejemplo. Estos resultados muestran (en los casos donde lograron identificar la relación con el TVM) un uso correcto del MP.

Alumnos de Física: Seis argumentaron la validez de la proposición haciendo uso explícito y correcto del TVM, mientras que los cuatro restantes argumentaron que la misma era válida pero a través de interpretaciones ad-hoc, donde mostraron ejemplos particulares que satisfacían la igualdad, pero como una identidad algebraica desvinculada de la interpretación del TVM.

Actividad 2 - Falacia de la Negación del Antecedente

Aquí, como era de esperarse en función de estudios previos hechos por la psicología cognitiva, muchos alumnos argumentaron que la negación de la hipótesis traía consigo la negación de la tesis. En esta actividad se pedía analizar una proposición en función de un gráfico. La función allí representada no cumplía con la hipótesis de derivabilidad que solicitaba el TVM y no presentaba ningún punto que satisficiera lo que dicho teorema propone, es decir, estamos ante un caso donde no se cumple la hipótesis ni la tesis de dicho teorema.

Alumnos de Matemática: Cinco contestaron correctamente diciendo que la afirmación era falsa, pero la argumentación de dichas respuestas eran incorrectas dado que la verdad de la proposición $H \Rightarrow T$ no implicaba $\neg H \wedge \neg T$. Otros dos estudiantes contestaron incorrectamente diciendo que la afirmación era verdadera, y en un caso ocupando el mismo TVM para justificar la respuesta. Por último, dos alumnos contestaron correctamente diciendo que la proposición era falsa y justificaron su respuesta correctamente pero en términos coloquiales e imprecisos. Sólo un estudiante no respondió.

Alumnos de Física: Ocho expresaron que la proposición era falsa, pero al igual que los de matemática argumentaron que la falsedad de la misma se debía a que no se cumplían

algunas de las hipótesis del TVM. Tres de estos manifestaron explícitamente el no cumplimiento de las hipótesis del TVM, y los otros cinco lo dejaron entrever argumentando que la función representada no era derivable o no era continua. Por último, dos estudiantes contestaron incorrectamente diciendo que la proposición era verdadera y justificando sus respuestas con un alto grado de imprecisión.

Actividad 3 - Falacia de la Negación del Antecedente

En esta actividad se pedía analizar una proposición en función de un gráfico. La función allí representada no cumplía con la hipótesis de continuidad que solicita el TVM, sin embargo, en este caso sí podía observarse la existencia de un punto que satisfacía lo que dicho teorema propone, es decir, que estamos ante un caso donde no se cumple la hipótesis pero sin embargo sí se cumple la tesis de dicho teorema ($\neg H \wedge T$). Nuevamente dado que aquí la hipótesis no se cumplía, era de esperarse que los alumnos argumentaran que la proposición era falsa.

Alumnos de Matemática: Ocho contestaron incorrectamente diciendo que la afirmación era falsa, argumentando el no cumplimiento de alguna de las condiciones requeridas en la hipótesis del TVM; de los cuales seis hacen explícito esto en su respuesta, y dos lo dejan entrever en sus justificaciones altamente imprecisas. Cabe destacar un caso particular en que, si bien justificó la no existencia de un punto como el requerido (dada la discontinuidad de la función), dejó ver en la gráfica el punto que satisfacía la igualdad planteada en el ejercicio. Esto da cuenta de la fuerza con que opera la NA en los alumnos. Por último, sólo un alumno dice que la respuesta es verdadera pero sin un justificativo correcto, y otro dejó sin responder la consigna.

Alumnos de Física: Siete respondieron incorrectamente diciendo que la afirmación era falsa, y argumentando el no cumplimiento de alguna de las condiciones requeridas en la hipótesis del TVM, de los cuales cinco lo hacen explícito en sus respuestas, y dos lo dejan entrever en sus justificaciones. Por último, sólo un alumno afirma que la respuesta es verdadera pero sin un justificativo correcto, y dos dejaron sin responder la consigna.

4. Conclusiones

En las tareas de tipo MP los alumnos mostraron buenos resultados, si bien tratándose de estudiantes de ciencias formales o muy formalizadas, era esperable que una proporción mayor respondiera correctamente. Lo hallado no se aleja demasiado de lo comunicado por gran parte de las investigaciones en el marco de la psicología cognitiva, pero sí pone en discusión lo expresado por la Teoría de las Disciplinas Formales (Inglis y Simpson, 2008).

En los razonamientos de tipo NA los estudiantes supusieron que la negación del antecedente implicaría la negación del consecuente, sin advertir que dicha negación podía implicar también su afirmación. Los resultados podrían deberse a la perfección del condicional (Geist y Zwicky, 1971) o a la obversión del MP (Nicolai y Attorresi, 2004), lo que debiera ser menos esperable en estudiantes de matemática y física. Es posible pensar que en este caso, por tratarse de formas lógicas inválidas, los procesos formativos no hicieron hincapié sobre los porqué de su invalidez, y así indujeran inadvertidamente a sesgos de razonamiento en estos casos. Suele ser habitual que en la formación inicial universitaria se soslayan o no se hagan explícitas las razones que habilitan el uso de ciertas técnicas y metodologías, haciendo sólo énfasis en la necesidad de su uso. Esta cuestión puede conducir eventualmente a no poner en discusión los

criterios de validez sobre los que se sustentan los quehaceres disciplinares, y con ello la naturalización de formas de operar sin los análisis convenientes.

Es posible que la formación inicial en matemática apunte sobre todo al desarrollo de razonamientos válidos, soslayando que también es importante el reconocimiento de los falaces, no sólo con el fin de distinguirlos claramente de los primeros, sino también de identificar convenientemente los valores de verdad que devienen de su aplicación. Si bien los resultados son preliminares, las dificultades advertidas poco contribuirían al logro de un razonamiento matemático que examine eficazmente las alternativas de solución ante problemas dados.

5. Referencias

- Attridge, N. Inglis, M. (2013). Advanced mathematical study and the development of conditional reasoning skills. <http://homepages.lboro.ac.uk/~mamji/files/AttridgeInglis2013.pdf>
- Geis, M. L., Zwicky A. M. (1971). *On invited inferences*. *Linguistic Inquiry*, 2, 561-566.
- Inglis, M., Simpson, A. (2008). *Conditional inference and advanced mathematical study*. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 187-204.
- Inglis, M., Simpson, A. (2009). *Conditional inference and advanced mathematical study: Further Evidence*. *Educational Studies in Mathematics*, 72, 185-198.
- López Astorga, M. (2015). *The formal discipline theory and metal logic*. *Praxis Filosófica*, N° 41, Julio-diciembre, 11-25.
- Nicolai, L. Attorresi, H. (2004). *Estudio sobre los modos de aceptación de falacias lógicas*. *IX Jornadas de Investigación. Facultad de Psicología. Universidad de Buenos Aires. Buenos Aires*.