

**O PROFESSOR RESOLVE SITUAÇÕES-PROBLEMA DE PROBABILIDADE E
PENSA SOBRE O SEU ENSINO EM UM CONTEXTO DE FORMAÇÃO
CONTINUADA**

Angélica da Fontoura Garcia Silva – Maria Gracilene de Carvalho Pinheiro – Ruy César

Pietro Paolo – Tânia Maria Mendonça Campos

angelicafontoura@gmail.com – gracilenepinheiro@gmail.com – rpietro Paolo@gmail.com

– taniammcapos@hotmail.com

Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN-SP – Brasil

Núcleo temático: IV Formação de Professores de Matemáticas –

Modalidad: CB,

Nível educativo: nível educativo 2

Palavras chave: Formação continuada, probabilidade, conhecimento profissional docente

Resumo

Esta comunicação tem o objetivo de identificar as interpretações iniciais e estratégias adotadas por professores tanto quando definem e resolvem situações-problema de probabilidade como quando discutem seu ensino. Para coleta de informações utilizou-se um questionário individual que procurou verificar as compreensões dos participantes a respeito do tema e seu ensino. As estratégias são identificadas por meio da análise de suas resoluções para situações envolvendo a ideia de aleatoriedade e comparação de probabilidades de ocorrência de um evento. Trata-se de uma coleta realizada no início de um processo formativo, desenvolvido no âmbito do Projeto Observatório da Educação, do qual participaram professores pedagogos e licenciados em Matemática. A análise, na qual foram considerados domínios para o ensino, propostos por Ball, Thames e Phelps aponta que os professores participantes, no geral, possuíam um conhecimento intuitivo de ideias ligadas à probabilidade utilizando-se predominantemente do raciocínio proporcional para resolver as situações propostas. Entretanto, considera-se que isso não significa, necessariamente, que eles tenham desenvolvido o raciocínio probabilístico necessário à compreensão mais ampla a respeito do tema. Notou-se também ideias inconsistentes não só a respeito do conceito de probabilidade e seu ensino, mas também sobre as representações e significados dos números racionais.

Introdução

Neste artigo apresentaremos uma análise de um questionário individual, desenvolvido com professores participantes de um processo formativo que tinha como objetivo discutir noções ligadas à Probabilidade e ao ensino desse tema. Esse instrumento de formação e pesquisa buscou identificar a compreensão desses professores acerca de ideias relacionadas ao conceito de probabilidade: aleatoriedade e comparação de probabilidades de ocorrência de um evento.

A literatura há alguns anos, vem mostrando estudos realizados por investigadores que se preocuparam em compreender como se desenvolve o raciocínio probabilístico de crianças (Piaget e Inhelder, 1951; Fischbein, 1975). Esses estudos revelaram que as crianças possuem ideias intuitivas acerca da probabilidade e dessa forma, recomendam que o seu ensino seja iniciado ainda nos primeiros anos de escolarização.

Nessa direção, educadores e pesquisadores da área da Educação Matemática vêm realizando investigações e discutindo a importância desse ensino com alunos nessa fase de escolarização (Campos e Pietropaolo, 2013; Batanero, Gómez, Contreras e Diaz, 2015; Campos e Felisberto de Carvalho, 2016; dentre outros). De maneira geral, essas investigações apontam que nos primeiros anos de estudo é possível mobilizar ideias intuitivas das crianças que são fundamentais ao desenvolvimento do pensamento probabilístico e esse, ao desenvolvimento de outras ideias matemáticas, como por exemplo, a de proporcionalidade. Nesse sentido, esses mesmos estudos apontam para a necessidade de *“discussões envolvendo diferentes estratégias de abordagem do conceito de probabilidade devem fazer parte dos processos de formação inicial e continuada dos professores.”* (Campos e Felisberto de Carvalho, 2016, p. 16), visto a importância de o professor em possuir o domínio necessário ao ensino desse tema.

Caminhando também nessa direção, currículos oficiais de diferentes países discutem tal importância e sugerem que o ensino de probabilidade seja apresentado desde os anos iniciais de escolarização (Brasil, 1997; Brasil, 2017; NCTM, 2000; Espanha, 2006).

Nessa perspectiva é que a análise do instrumento aqui discutido será apresentada com a pretensão de socializar as questões observadas em um processo formativo acerca do tema, no intuito de contribuir com os estudos em desenvolvimento no campo da Educação Matemática. Trata-se de um recorte de um projeto de Pesquisa de Doutorado que está sendo desenvolvido por uma das autoras desta comunicação, em colaboração com outros

professores e investigadores do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo, Brasil.

Nas próximas seções, expomos dois estudos desenvolvidos com professores em contexto de formação continuada, por meio dos quais pretendemos, sobretudo, discutir a relevância da nossa investigação; a base teórica adotada na análise das informações produzidas; os participantes de pesquisa, bem como o contexto em que ela se desenvolveu; o instrumento de formação e pesquisa analisado – Questionário –; as informações produzidas – resoluções dos professores investigados –; e por fim, nossas reflexões acerca do observado.

Estudos relacionados à nossa investigação

No tocante às investigações realizadas com professores acerca do ensino e da aprendizagem de Probabilidade, poucos são os estudos já desenvolvidos. Neste trabalho apresentamos brevemente, dois desses: um desenvolvido no Brasil por Campos e Pietropaolo (2013) e o outro, na Espanha, realizado por Batanero, Gómez, Contreras e Diaz (2015). Em ambos, os pesquisadores realizaram suas investigações em um contexto de formação da qual participaram professores dos anos iniciais da Educação Básica, em exercício – Campos e Pietropaolo (2013) – e professores em formação inicial para lecionarem nessa fase de escolarização – Batanero, Gómez, Contreras e Diaz (2015) – e buscaram em Ball, Thames e Phelps (2008) a base teórica para analisar elementos do conhecimento matemático para o ensino de Probabilidade.

No estudo de Campos e Pietropaolo (2013) estavam envolvidos 27 professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental da rede estadual paulista. O recorte do referido estudo traz a análise dos pesquisadores acerca das concepções e práticas dos professores com relação aos processos de ensino e de aprendizagem de noções sobre probabilidade nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, identificados em um instrumento diagnóstico, aplicado com o intuito de “(...) *delinear a imagem conceitual* [segundo a perspectiva de Tall e Vinner (1981)] *constituída pelos professores em relação à probabilidade (...) e em relação aos conhecimentos pedagógicos concernentes a esse mesmo tema.*” (CAMPOS e PIETROPAOLO, 2013, p. 66).

Com base na análise das observações, os autores concluíram que as noções que sustentam o conceito de probabilidade não são desenvolvidas, pelos professores investigados, com os

seus alunos, pois esses professores não possuíam um repertório de conhecimento e situações e também porque desconsideravam a relevância desse tema. Segundo esses pesquisadores, eles possuíam pouco conhecimento de conteúdo especializado para ensinar probabilidade.

Para os pesquisadores, a imagem conceitual construída pelos professores em relação ao ensino de probabilidade nos anos iniciais tinha relação, principalmente, com a razão entre dois números inteiros positivos.

Em relação à investigação feita por Batanero et. al. (2015) da qual participaram 157 professores em formação para o ensino nos anos iniciais, os investigadores propuseram um questionário constituído de duas partes, contendo problemas, por meio dos quais eles pretendiam analisar o conhecimento comum e especializado do conteúdo – primeira parte – e o conhecimento do conteúdo e dos estudantes – nesse caso a análise foi feita a partir do olhar dos professores para a identificação e justificativas de respostas de alunos do ensino Fundamental a problemas sobre probabilidade.

Os resultados desse estudo evidenciaram, segundo os autores, no que se refere à primeira parte do questionário, os professores apresentaram um raciocínio probabilístico insuficiente na resolução dos problemas, ao passo que eles demonstraram serem capazes de identificar e explicar as respostas incorretas dos alunos. Importante salientar que a segunda parte da investigação ocorreu após análise e discussão da primeira parte.

Os estudos aqui descritos apontam para a necessidade de outras investigações acerca do conhecimento do professor sobre probabilidade, como alternativas para o desenvolvimento de propostas de ensino que contribuam com a formação do professor.

A respeito da Base Teórica

Para elaboração e análise do instrumento de formação e pesquisa aqui apresentado, adotamos os estudos de Ball, Thames e Phelps (2008), segundo os quais categorias de conhecimentos sobre a Matemática devem ser consideradas por professores e pesquisadores: Conhecimento do Conteúdo – Comum e Especializado –; Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes e Conhecimento do Conteúdo e do Ensino.

Tais categorias chamam-nos a atenção para a necessidade de o professor conhecer sobre os conteúdos da Matemática – *“o que os professores necessitam saber sobre Matemática”* (Ball, Thames e Phelps, 2008) – mas também compreender sobre ideias envolvidas no conceito que

está sendo proposto aos alunos e mais ainda, sobre o próprio aluno: como eles aprendem, como raciocinam matematicamente.

Foi nessa perspectiva, nossa busca por refletir, com os professores, durante o processo formativo, e analisar quais eram as suas percepções, “(...) *como e onde poderiam os professores usar esse conhecimento* [no nosso caso, sobre probabilidade], *na prática.*” (BALL, THAMES e PHELPS, 2008).

Participantes de Pesquisa e Contexto da Pesquisa

Participaram desta investigação 22 professores pedagogos e licenciados em Matemática, pertencem ao quadro efetivo da Rede Estadual de Ensino de São Paulo, que se propuseram a discutir e refletir sobre questões relacionadas ao ensino e à aprendizagem de probabilidade, num contexto de formação e pesquisa, desenvolvido no âmbito do *Projeto Observatório da Educação*. Trata-se de um projeto financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES e coordenado, no âmbito da universidade, por um dos autores desta publicação.

Instrumento de Formação e Pesquisa

As situações apresentadas neste instrumento – Figura 1 – visavam investigar quais eram os conhecimentos dos professores acerca do conteúdo (Ball, Thames e Phelps, 2008). Neste caso, aqui discutimos acerca de ideias ligadas a compreensão de aleatoriedade por meio de eventos simultâneos – questões 1, 2 e 3 –; descrição de eventos possíveis e quantificação de probabilidades em eventos equiprováveis – questão 2 e 3 –; relação entre eventos: eventos dependentes, independentes – questão 3.

Questão 1: Carlos tem 10 moedas de 1 real. Ele jogou todas as moedas para o alto e deixou que caíssem no chão. Assinale a alternativa que você considera mais provável que aconteça. Justifique sua resposta.

- a) Todas as moedas vão cair com o lado “cara” virado para cima.
- b) Algumas moedas vão cair com o lado “cara” para cima e outras com o lado “coroa” para cima.
- c) Todas as moedas vão cair com o lado “coroa” virado para cima.

Questão 2: Uma moeda honesta foi lançada oito vezes e em todas elas obteve-se “cara”. É possível de se obter “cara” num próximo lançamento? Qual a probabilidade?

Questão 3: Ana e Bruna estão brincando de “cara e coroa”. Cada uma tem sua própria moeda. Analise as situações descritas abaixo:

- a) Ana jogou sua moeda 12 vezes e saiu “cara” 8 vezes
- b) Bruna jogou sua moeda 48 vezes e saiu “cara” 32 vezes

Qual das duas situações descritas demonstra, com mais certeza, que uma delas possui uma moeda que costuma dar o mesmo resultado? Por quê?

Figura 1: Instrumento de Formação e Pesquisa

Fonte: acervo dos pesquisadores

Informações Produzidas: protocolos dos professores investigados

Inicialmente, apresentamos sucintamente, sob o ponto de vista das ideias subjacentes à probabilidade, as respostas dos professores a cada questão proposta.

No que se refere à primeira situação, percebemos que os 22 professores investigados apresentaram alternativa “b” como resposta, sendo que, apenas 6, justificaram suas escolhas. E nessas, de maneira geral, foi possível perceber que as professoras fizeram uso de expressões e termos apresentados e discutidos nas sessões de formação anteriores, como por exemplo: impossível, improvável, provável, aleatório.

Porém o uso parece, em alguns casos, ocorrer de maneira inconsciente, apresentando indícios da necessidade de propor atividades que possam reforçar a compreensão das ideias que formam o conceito de probabilidade.

Em relação à segunda questão, 18 professores disseram “sim” à possibilidade de se obter cara num próximo lançamento, afirmado ser de 50% a probabilidade dessa ocorrência. Porém algumas justificativas nos chamaram a atenção, por exemplo: “É improvável que se obtenha cara no próximo lançamento; porém há 50% de chance para as duas.” (PROFESSORA JADE). A resposta da professora, assim como da maioria talvez confirme o observado na questão anterior, pois embora tenha concluído de forma acertada, a participante considerou ser improvável a obtenção de um mesmo resultado no próximo lançamento da moeda.

Segundo Bryant e Nunes (2012) essa é uma linha de raciocínio comum entre crianças e adultos: “A common mistake made by adults and children, is to disregard the independence of successive events in a random situation. One’s chance of getting a tail on the next toss of a coin is not affected by what happened on previous throws.” (BRYANT e NUNES, 2012, p. 4).

Quanto à terceira situação, 15 do total de professores participantes reconheceram a equivalência nas duas situações e desses, a maioria fez uso do raciocínio proporcional para justificar a escolha da resposta dada ao problema, como por exemplo, a resposta apresentada pela Professora Virginia – Figura 2.

Questão 3: Ana e Bruna estão brincando de “cara e coroa”. Cada uma tem sua própria moeda. Analise as situações descritas abaixo:

a) Ana jogou sua moeda 12 vezes e saiu “cara” 8 vezes 12 → 8

b) Bruna jogou sua moeda 48 vezes e saiu “cara” 32 vezes 48 → 32

Qual das duas situações descritas demonstra, com mais certeza, que uma delas possui uma moeda que costuma dar o mesmo resultado? Por quê?

Ambas possuem a mesma possibilidade.

Figura 2: Instrumento de Formação e Pesquisa

Fonte: acervo dos pesquisadores

Todavia, também para esta situação, pudemos perceber ideias equivocadas dos professores.

O Professor João, por exemplo – Figura 3 – apresentou uma justificativa pouco convincente do ponto de vista da Matemática e da própria probabilidade.

Questão 3: Ana e Bruna estão brincando de “cara e coroa”. Cada uma tem sua própria moeda. Analise as situações descritas abaixo:

a) Ana jogou sua moeda 12 vezes e saiu “cara” 8 vezes

b) Bruna jogou sua moeda 48 vezes e saiu “cara” 32 vezes

Qual das duas situações descritas demonstra, com mais certeza, que uma delas possui uma moeda que costuma dar o mesmo resultado? Por quê?

Ambas, porque eles costumam dar sempre o mesmo resultado.

Figura 3: Instrumento de Formação e Pesquisa

Fonte: acervo dos pesquisadores

Talvez possamos julgar que na resposta apresentada pelo professor tenha ocorrido o que nos adverte Bryant e Nunes (2012): “(...)Another kind of mistake, called the ‘positive recency’

effect, is to predict after a run of one outcome that the same outcome is more likely to happen the next time.” (BRYANT e NUNES, 2012). Como não há espaço suficiente nesta comunicação, discutiremos mais profundamente num outro artigo.

Nossas reflexões acerca do observado: uma primeira interpretação

Analisando os resultados das informações produzidas por meio deste instrumento de formação e pesquisa – Questionário – na perspectiva dos domínios para o ensino, definidos por Ball, Thames e Phelps (2008), concluímos que, de modo geral, os professores participantes desta pesquisa demonstraram, diante da resolução das três questões propostas, possuírem um conhecimento intuitivo sobre noções básicas ligadas à probabilidade e utilizaram-se, predominantemente, do raciocínio proporcional para justificarem a escolha das respostas apresentadas às questões. Todavia consideramos que tal fato não significa que eles possuam o raciocínio probabilístico necessário à compreensão real de todas as ideias que são subjacentes ao conceito de probabilidade.

Pelo exposto, aprofundamos as discussões e reflexões dessas e de outras noções relativas à Probabilidade durante a formação, pois também percebemos inconsistência sobre as representações e significados dos números racionais.

Referências Bibliográficas

Ball, D. L.; Thames, M. H.; Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, Pennsylvania, v. 59, n. 5, p. 389-407, Nov./Dec. DOI: 10.1177/0022487108324554.

Batanero, C.; Gómez, E.; Contreras, J. M. e Diaz, C. (2015). *Conocimiento Matemático de Profesores de Primaria em Formación para la Enseñanza de la Probabilidad: um estudio exploratório*. *Práxis Educativa*, 10 (1), 11-34. <http://www.ugr.es/~batanero/pages/formacionprofesores.html>. Consulta 10/04/2017.

Brasil. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular* (2017). Brasília. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base>. Consulta 15/04/2017.

Brasil. Secretaria de Educação Fundamental. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília.

Bryant, P. e Nunes, T. (2012). *Children’s Understanding of Probability: a literature review*. www.nuffieldfoundation.org. Consulta 15/04/2017.

Campos, T. M. M. e Felisberto de Carvalho, J. I. (2016). Probabilidade nos Anos Iniciais da Educação Básica: contribuições de um programa de ensino. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – EM TEIA*, vol. 7, n. 1, 1-18.

Campos, T. M. M. e Pietropaolo, R. C. (2013). *Um Estudo sobre os Conhecimentos Necessários ao Professor para Ensinar Noções Concernentes à Probabilidade nos Anos Iniciais*. In: Borba, R., Monteiro, C. (Organizadores). *Processos de Ensino e Aprendizagem em Educação Matemática*. Capítulo 2, pp. 55-91. Recife: UFPE.

Espanha. Ministério da Educação. Real *Decreto 1513/2006*, de 7 de Diciembre, por el que se establecen lãs enseñanzas minimas de La educacion primaria. 2006. www.mec.es/files/rd-primaria-y-anexos.pdf. Consulta 08/02/2017.

Fischebein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.

NCTM. *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia. (2000). <http://standards.nctm.org>. Consulta 08/02/2017.

Piaget, J; Inhelder, B. (1951). *A Origem da Ideia do Acaso na Criança*. Trad. de Ana Maria Coelho. Rio de Janeiro: Record.