

SITUAÇÕES ENVOLVENDO ESTRUTURAS ADITIVAS E MULTIPLICATIVAS NA PERSPECTIVA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Angélica Fontoura Garcia Silva < angelicafontoura@gmail.com> Universidade Anhanguera de São Paulo, Brasil; Maria Elisabette Brisola Brito Prado <bette.prado@gmail.com> Universidade Anhanguera de São Paulo, Brasil; Samira Fayes Kfourir da Silva < samira.kfourir@unopar.br> UNOPAR, Brasil

IV Formação de Professores de Matemáticas – CB - nível educativo 2

Palavras-chave: Competências profissionais. Estrutura aditiva. Estrutura multiplicativa. Ensino Fundamental.

RESUMO

Esta comunicação tem o objetivo de investigar competências profissionais de professores de Matemática para ensinar os campos conceituais aditivos e multiplicativos. Metodologicamente, tratou-se de uma pesquisa diagnóstica, envolvendo 63 professores da Rede Pública estadual de São Paulo. Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram os protocolos de atividades as quais solicitavam aos professores a elaboração, individualmente e sem material de apoio, de situações-problema distintas envolvendo as estruturas aditivas ou multiplicativas. A análise da classificação das situações elaboradas foi baseada nos estudos de Vergnaud e da competência para ensinar os dois tipos de estruturas apoiou-se nos estudos de Llinares. Os resultados obtidos mostraram que a maioria das situações elaboradas foram prototípicas e que a ideia de comparação não foi tão comum. Isso pode ser preocupante, uma vez que outras investigações identificaram que os estudantes tiveram mais dificuldade em raciocinar sobre as relações do que sobre quantidades. Inferimos que isso pode ocorrer, pelo fato desse eixo não ser desenvolvido adequadamente na escola. Conclui-se que a compreensão dos diferentes significados desses dois campos precisa ser contemplada tanto na formação inicial e continuada do professor, assim ele poderá desenvolver essa competência para o seu ensino.

Introdução

Da mesma forma como apontam documentos oficiais consideramos também ser a resolução de problemas um meio de proporcionar os contextos em que se possibilitem a construção de conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas, nos parece fundamental analisar a forma como professores desenvolvem a atividade profissional de selecionar e conceber tarefas matemáticas adequadas para ensinar os campos conceituais aditivos e multiplicativos. Assim,

temos aqui o objetivo de investigar competências profissionais de professores de Matemática para ensinar esse tema por meio da análise das categorias de situações elaboradas por eles. Esta investigação foi realizada durante o desenvolvimento de um processo formativo com professores que ensinam Matemática para os anos iniciais, desenvolvido no âmbito do Programa Observatório da Educação – projeto de pesquisa e formação financiado pela CAPES que ocorreram de três turmas nos anos de 2011 a 2015. Nestes cursos buscou-se discutir e refletir acerca de temáticas relacionadas ao ensino de resolução de problemas sobretudo, nos grupos que abordaram o ensino das estruturas aditivas ou multiplicativas. Essa investigação refere-se aos dados coletados de 3 turmas diferentes (A, B e C). Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram os protocolos os quais solicitavam aos participantes a elaboração, individual e sem consulta ou uso de material de apoio, de situações distintas envolvendo o campo conceitual que seria discutido no curso.

Relevância e Fundamentação Teórica

Para fundamentar a temática competência profissional do professor de matemática, encontramos ecos nas investigações de Llinares (2008). O autor propõe um sistema de atividades de ensino da matemática como prática formado por: seleção e planejamento de tarefas adequadas; introdução e desenvolvimento do discurso matemático e da gestão das interações matemáticas e, finalmente, interpretação e análise do pensamento matemático dos estudantes. Llinares (2011) afirma que um dos objetivos da formação do professor de matemática deve ser potencializar tanto o desenvolvimento do conhecimento e as habilidades necessárias para analisar o ensino como também a competência docente para “mirar com sentido” o processo de ensino e aprendizagem de matemática. Essa competência permite ao professor identificar os aspectos relevantes de uma situação de ensino, usar o conhecimento sobre o contexto para promover interações em sala e realizar conexões entre aspectos específicos, assim como, com os princípios e ideias mais gerais sobre o processo de ensino e de aprendizagem. Para tanto,

O desafio para os programas de formação de professores vem do caráter integrado do conhecimento (...) e como o professor chega a identificar e interpretar os aspectos relevantes do ensino de matemática. (LLINARES, 2011, p. 2, tradução nossa)

Nesse sentido, o processo formativo vivenciado pelos professores participantes da presente investigação aceitou esse desafio, ou seja, as ações formativas se pautaram a partir da análise da forma como os participantes desenvolviam as atividades de ensino, especificamente em: selecionar e conceber tarefas matemáticas adequadas.

Além das ideias de Llinares, nos apoiamos nos estudos de Vergnaud para analisar as situações elaboradas, uma vez que as orientações curriculares brasileiras sugerem o ensino dos campos conceituais (aditivo e multiplicativo). Para Vergnaud (1990, 2009) o campo conceitual é formado por um conjunto de situações que requerem o domínio de uma série de conceitos de naturezas distintas. Consideramos, assim como o autor que a compreensão dos conceitos que envolvem tanto as estruturas aditivas como as multiplicativas se dá a partir da manipulação de um conjunto de situações (S), que dão sentido ao conceito (a referência); um conjunto de invariantes (I) por meio do qual operacionaliza os esquemas (o significado); um conjunto de representações desse conceito (R) (o significante). Segundo o autor, no Campo Conceitual Aditivo as relações estabelecidas são ternárias e considera a multiplicidade de estruturas aditivas que podem ocorrer em função das relações estabelecidas nas diversas situações.

Para defini-lo, Vergnaud (2009, p.200) esclarece que um bom caminho é iniciar os estudos pela análise das categorias: Composição – duas medidas se compõem para resultar uma terceira; Transformação – uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra; Comparação – uma relação liga duas medidas – Composição de Transformação – duas transformações se compõem para resultar em uma transformação; Transformação de uma relação – uma transformação opera sobre um estado relativo (uma relação) para resultar em um estado relativo; composição de relações – dois estados relativos (relações) se compõem para resultar em um estado relativo.

Vergnaud (1982, 2009) chama a atenção para o fato de que em uma mesma classe de situações os níveis de dificuldade são diferentes e que a compreensão do Campo Conceitual Aditivo é desenvolvida em um amplo período: “desde os 3 ou 4 anos até os 15 ou 16 anos”. (Vergnaud, 1982, p. 40). Considera que algumas situações são mais facilmente compreendidas pelas crianças de 5 ou 6 anos. Tais situações envolvem a ideia de composição, na qual são apresentadas as partes e solicita-se o todo, já nas outras duas – Transformação positiva e negativa – a estrutura está relacionada à ideia temporal, na qual existe uma quantidade inicial que se modifica por uma ação (transformação) que apresenta modificação

no resultado em relação à quantidade (estado final). Outras situações envolvendo também a ideia de transformação, por exemplo, não são facilmente compreendidas pelas crianças. Na situação: *Bruno tinha algumas canetas, ganhou 3 e ficou com 9. Quantas canetas tinha Bruno inicialmente?* o nível de dificuldade é muito maior do que as situações prototípicas. Vergnaud (1982) explica que esse tipo de problema é resolvido pelas crianças mais tardiamente.

Em relação às Estruturas Multiplicativas apresentam em seu campo de estudo a resolução de problemas que requerem uma multiplicação, uma divisão ou a combinação de ambas. O Campo Conceitual Multiplicativo é formado por situações de Isomorfismo de Medidas, Produto de Medidas, Comparação e Proporcionalidade Múltipla. No Isomorfismo de medidas, a relação é quaternária por considerar quatro quantidades, sendo duas quantidades de medidas de certo tipo e duas outras medidas, de outro tipo. Produto de Medidas é para o Vergnaud (2009) uma relação ternária das quais uma é o produto das duas outras duas. Nessa categorização encontramos produto cartesiano, medida de área e a ideia de combinatória. A categoria Comparação utiliza-se de expressões “vezes mais” ou “vezes menos. Em relação a Proporcionalidade Múltipla, o autor considera ser aquela que envolve a combinação de, pelo menos, três grandezas (pelo menos seis valores. Nesse tipo de situação uma das grandezas é proporcional a duas outras, separadamente.

Nas estruturas multiplicativas também encontramos situações que possuem um grau de dificuldade menor que as demais. Por exemplo, no isomorfismo de medidas, as situações que envolvem a multiplicação, normalmente não são resolvidas pelos professores como relação quaternária. Seria interessante que o professor, discutisse que ao desenvolver o trabalho com as estruturas multiplicativas, utilizando-se das relações quaternárias, a fim de possibilitar aos seus alunos a compreensão de o porquê de se multiplicar quantidades de grandezas diferentes se tenha como resultado apenas uma das grandezas. Outra situação que poderíamos classificar como prototípica são as que envolvem a ideia de comparação entre duas quantidades de mesma natureza. Neste tipo de situação ternária é possível ser resolvida por estudantes já no início da escolarização, pois mesmo antes de chegar na escola as crianças tem contato com relações de dobro ou metade, por exemplo. A esse respeito Gitirana , Campos, Spinillo e Magina (2014) afirmam que tais situações são “bem próximas às aditivas em que se têm apenas duas grandezas de mesma natureza que são comparadas de forma multiplicativa por um escalar (uma razão ou relação), uma o referente e outra o referido”.

Entretanto, Vergnaud considera que situações envolvendo, por exemplo, alguns tipos de comparação, proporcionalidade simples (sobretudo a quarta proporcional e quota) e múltipla oferecem mais dificuldades aos estudantes do que as demais situações.

Análise e discussão dos protocolos dos professores: estruturas aditivas

Duas turmas (A e B) elaboraram situações relativas ao campo conceitual aditivo. Nesta investigação selecionamos as situações envolvendo as três primeiras categorias: Composição, Transformação e Comparação. A análise mostrou que os professores das turmas (A e B) elaboraram aproximadamente 83% das situações (equivalente a 143 de um total de 172) eram prototípicas – Turma A elaborou 74,2% e a Turma B 85,1%.

Dessas situações prototípicas aproximadamente 52,4% delas envolviam a ideia de **composição** (75 situações de composição de um total de 143 situações prototípicas). Na turma A, por exemplo, esse percentual foi de 29%, a situação representada na seguir *exemplifica uma delas: Mário e Koki resolveram bater cards no recreio. Mário levou 9 e Koki 12. Quantos cards os dois levaram?* Nessa situação as partes (quantidade de cards de Mário e Koki) são conhecidas e se questiona o valor do todo (total de cards levados pelas duas crianças). Da mesma forma, na turma B foram elaboradas 66 situações de composição como, por exemplo a situação: *Maria tem 5 bonecas e 8 ursinhos. Quantos brinquedos Maria tem ao todo?* Além disso foram criadas nas duas turmas 68 situações envolvendo a ideia de **transformações** que também são consideradas por Vergnaud (1990,2009) como prototípicas. Na Turma A 14 situações prototípicas eram transformações negativas como esta: *Fui ao supermercado e levei 150 reais para comprar frutas e legumes. Gastei 82 reais. Quanto me sobrou?* e na turma B, das 54 situações que envolviam transformações, 23 eram positivas e 31 negativas.

É preocupante encontrarmos esse índice alto de situações prototípicas, uma vez que Vergnaud (2010) afirma que as crianças resolvem situações desse tipo no dia a dia, mesmo antes de frequentarem a escola e, por isso, muitas vezes eles não precisam se valer de representações simbólicas para resolvê-las. Vergnaud discute a necessidade de o professor apresentar outras categorias aos seus alunos. Dessa forma, consideramos assim como o autor, ser de importante que o professor propicie ao aluno vivências que possibilitem o desenvolvimento de esquemas novos, “que as crianças ainda não viram, não aprenderam” e continua “ (...) como um conceito, o esquema tem um valor universal para todas as situações

que pertençam a essa mesma classe”, daí a importância de apresentar essa variedade de situações. (VERGNAUD, 2010, notas de aula)

Em relação às situações que envolvem a ideia de **comparação** nas duas turmas foram elaboradas somente 21 situações (12,2% do total). Delas 19 buscavam o valor do referido e 1 da relação. A única elaborada pela Turma A na qual se busca o valor do referido temos: *Yuri tem 6 anos, seu irmão é 2 anos mais velho que ele. Quantos anos tem o irmão de Yuri?* Aqui foi dado o referente (idade de Yuri) e a relação entre elas informa o tempo que o irmão é mais velho que Yuri (2 anos); investiga-se o referido (idade do irmão mais velho). Situações bem próxima a essa também estão entre as 18 elaboradas por professores da Turma B, por exemplo: *Renato tem 10 anos, seu irmão tem 5 anos a mais. Quantos anos tem o irmão de Renato?* Reiteramos que na Turma A, 2 das situações elaboradas são classificadas por Vergnaud (1990, 2009) como a que busca a relação, já na turma B tal categoria não apareceu. Nessa categoria de situação o referente e referido são dados no enunciado dos problemas e se quer saber qual é a relação que existe entre eles, um exemplo de situação desse tipo elaborada pela Turma A: *Ellen tem 5 batons de cores diferentes, Milena tem 8. Quantos batons Milena tem a mais que Ellen?* Analisando as situações elaboradas pudemos perceber que os professores deixaram de elaborar situações nas quais se buscava o referente. Esse tipo de situação é considerada por Vergnaud (1990, 2009) mais complexas que as outras situações de comparação, por exemplo que na situação: *Léo tem 9 anos. Ele tem 3 anos a mais do que Bruno. Qual é a idade de Bruno?* o questionamento é acerca do valor do referente Para o autor, ela tem um nível de dificuldade mais alto dentre os três tipos de comparação, posto que informa quantos anos Léo tem a mais do que Bruno, “tem 3 a mais do que Bruno”, então a referência é a idade do Bruno. Por isso a idade de Bruno é tida como referente. A dificuldade deste tipo de situação está no fato de informar um valor, relacioná-lo a uma outra quantidade e querer saber o valor dessa outra. Analisando os dados, observamos que de esse tipo de situação não ter aparecido em nenhuma das 172 situações criadas.

Além dessa falta, não localizamos também duas das três categorias de transformação também consideradas mais complexas: as que apresentavam transformação desconhecida e estado inicial desconhecido. Vergnaud (2009) considera, que a complexidade das situações aumenta no interior de uma mesma classe de problemas, e o ensino exige do professor clareza da existência de diferentes níveis de complexidade presentes nas situações que ele propõe as

crianças, até para não apresentar aos alunos situações que exijam sempre a mesma forma de pensar.

Análise e discussão dos protocolos dos professores: estruturas multiplicativas

A turma C elaborou 43 situações envolvendo as categorias: isomorfismo de medidas, Comparação, Produtos de Medidas. A análise mostrou que esses professores elaboraram aproximadamente 74,5% das situações (32 situações de 43) focando o isomorfismo de medidas, sendo que essas situações se relacionam com as operações – 14 situações envolvendo a multiplicação e 18 envolvendo a divisão como partição – .

Na categoria isomorfismo de medidas, as situações que envolvem multiplicação, possuem um grau de dificuldade menor que as demais categorias. Muitas vezes, elas não são resolvidas pelos professores como relação quaternária, por exemplo: *Ganhei 5 pacotes de figurinhas sendo que cada um contém 24 figurinhas. Qual o total de figurinhas?* o esquema proposto por Vergnaud (2009) que propõe a análise de grandezas pacotes e figurinhas está no quadro a seguir indicado por I, já o esquema utilizado comumente nas escolas como II:

Esquema I	Esquema II						
<table border="0"> <tr> <td>Pacotes</td> <td>figurinhas</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>?</td> </tr> </table>	Pacotes	figurinhas	2	24	5	?	$5 \times 24 = 120$
Pacotes	figurinhas						
2	24						
5	?						

Para o autor resolução mais comum encontrada nas salas de aulas são as apoiadas na relação ternária – esquema II – $a \times b = c$ ($5 \times 24 = 120$). Sobre isso, Vergnaud (2009) nos orienta que seria interessante que se professor discutisse tal situação utilizando-se das relações quaternárias – esquema I –. Nesse caso o professor estaria possibilitando aos seus alunos a compreensão do porquê de se multiplicar quantidades de grandezas diferentes [pacotes e figurinhas] se tenha como resultado uma das grandezas, no nosso caso (figurinhas). Esse esquema que envolve a representação das grandezas duas a duas, pode ampliar a visualização do estudante e facilitar a análise da situação já que ele pode utilizar-se do fator escalar ou fator funcional.

Já dentre as situações elaboradas que focavam divisão não houve a presença de situações envolvendo a ideia de quota. Este estudo apresenta resultados muito próximos aos encontrados por Merline, Magina e Santos (2015). Os autores ao comparar a concepção de 14 professoras e o desempenho de seus alunos mostraram resultados muito parecidos quanto a elaboração de situações-problema, naquele estudo 25% das situações envolviam a ideia de

divisão partitiva e nenhum envolvia divisão quociente. Os autores conjecturaram que a comparação da elaboração e o desempenho das crianças que “problemas de divisão quociente são menos trabalhados em sala de aula, uma vez que eles não aparecem na elaboração e o sucesso dos estudantes é menor”, isso nos alerta para a necessidade conforme salienta Vergnaud (2009) para a necessidade de diversificar o tipo de situação oferecido na sala. A situação da categoria produto de medidas envolvendo a ideia de área também foi contemplada, 7 situações (13% do total). Dentre as categorias que foram pouco elaboradas, destacamos a de composição. Somente duas situações desta categoria foram elaboradas e dessas nenhuma envolvia a busca do referente. Segundo Vergnaud (2009) estas situações de comparação como, por exemplo, *Eu tenho uma coleção de figurinhas com 100 cards, meu amigo tem quatro vezes mais que eu. Quantos cards ele tem?* O grau de dificuldade é pequeno. As situações de combinação e quarta proporcional apareceram só uma vez.

Considerações finais

Consideramos, assim como Llinares (2011), que o “olhar profissional” é uma competência importante do professor uma vez que ela permite que o docente enxergue as o ensino e a aprendizagem de maneira particular. Nesse sentido, acreditamos que a capacidade de selecionar situações exige de o professor dominar as diferentes categorias tanto das estruturas aditivas como multiplicativas. Todavia nas situações elaboradas por essas 3 turmas de professores tivemos indícios que aspectos relevantes relativos ao ensino dessas duas estruturas como, por exemplo, a necessidade de trabalhar diferentes situações, observar o grau de complexidade das situações, não faziam parte do repertório dos participantes. Analisando esse resultado sob o ponto de vista de Llinares (2011), observamos que as limitações dos professores investigados em relação a seleção de situação de algumas das categorias tanto de estruturas aditivas e multiplicativas, possivelmente, comprometerá seu olhar profissional. Por esta razão, salientamos a necessidade de repensar o processo de formação do professor tanto a inicial como a continuada no sentido de desenvolver competências que articulem os processos de ensino e de aprendizagem de matemática.

Referências bibliográficas

- Gitirana, V., Campos, T. M., Spinillo, A., E Magina, S. (2014). *Repensando Multiplicação e Divisão: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais*. São Paulo, SP, Brasil: PROEM.
- Llinares, S. (2008). *Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación*. Santa Fe de Bogotá: [s.n.].
- Llinares, S. (2011). Formación de Profesores de Matemáticas. Caracterización y desarrollo de competencias docentes. *XII Conferência Internacional de Educação Matemática: CIAEM*. 16-30 de junho, Recife, Brasil.
- Merlini, V. L; Magina, S; Santos, A. (2013). Estrutura Multiplicativa: Um Estudo Comparativo entre o que a professora elabora e o desempenho dos estudantes. *Ata do VII Congresso Ibero-americano de Educação Matemática – CIBEM*. Montevideo, Uruguai.
- Vergnaud, G. (1982). A Classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In: Carpenter, T., Moser, J. Romberg, T. *Addition and subtraction. A cognitive perspective*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.
- Vergnaud, G. (1990). Théorie des Champs Conceptuels. *Recherches em Didactique das Mathématiques*, Grenoble.
- Vergnaud G. (2009). *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*. Curitiba: Ed. da UFPR.
- Vergnaud, G. (2010). Teoria dos Campos Conceituais: o estudo das estruturas multiplicativas. *Escola de altos estudos*. São Paulo: UNIBAN (DVD).