

El problema de los apretones de manos y los Grupos Interactivivos en 1.º de la ESO

por

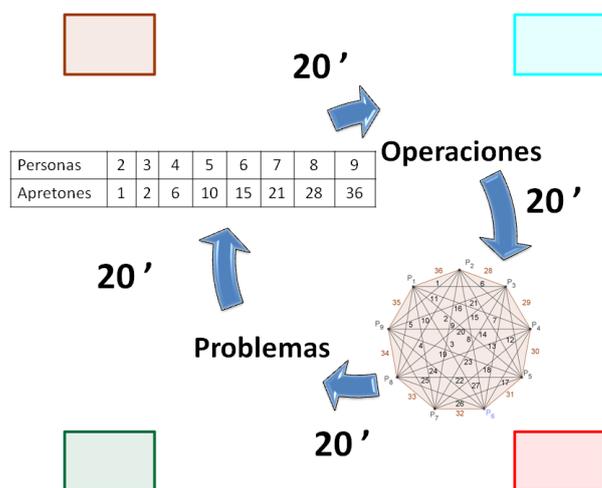
ANDRÉS MARTÍN SÁNCHEZ
(IES Emilio Jimeno, Calatayud)

El problema de los apretones y el contexto de los Grupos

En el número 18 de *Entorno Abierto* se comentaba la experiencia de los Grupos Interactivivos en las clases de matemáticas en el IES Emilio Jimeno de Calatayud. La dinámica de las sesiones (cuatro tareas a realizar en una doble sesión que rotan a realizar por cuatro grupos de alumnos pilotados por voluntarios con una duración de 20 minutos por tarea) se ilustraron a través de una tarea doble relacionada con problemas de puertas.

Allí se propusieron dos problemas en que se usaban las puertas como elemento común, aunque como se explicó, tanto los enunciados como la resolución eran totalmente diferentes.

Aquí, se detalla una doble tarea con un mismo enunciado relativo al clásico problema de los apretones de manos que se propuso en los Grupos Interactivivos con dos resoluciones totalmente diferentes. Una resolución motiva una tarea con un razonamiento recursivo, en otra se modelizan las personas de la reunión a través de los vértices de un polígono y los apretones con las diagonales y los lados, motivando una resolución geométrica. Las otras dos tareas que se propusieron en la doble sesión estaban vinculadas con problemas y ejercicios del libro de texto de refuerzo de lo explicado en clase.



Enunciado

En una reunión se dan 36 apretones de manos. ¿Cuántas personas acuden a la reunión?

Resolución numérica

1. Imagina que hay dos personas en la reunión. ¿Cuántos apretones de manos se dan en la reunión? *Uno.*

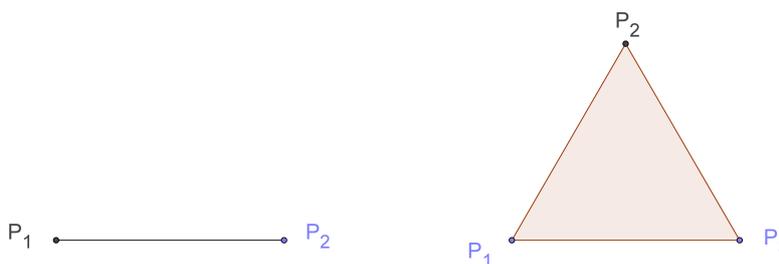
2. Imagina ahora que se incorpora una tercera persona a la reunión. Ahora al número de apretones que se dieron las dos personas que había inicialmente en la reunión se suma los apretones que da la tercera persona a las que había inicialmente. ¿Cuántos apretones hay en la reunión de tres personas? *Tres*.
3. Ahora se incorpora una cuarta persona a la reunión. Para calcular el número de apretones que se dan entre ellos, debes sumar el número de apretones que había en la reunión de tres personas, los apretones que da la cuarta persona a las tres que ya había en la reunión. *Seis*.
4. Razona de la misma manera si se incorpora una quinta persona a la reunión. ¿Cuántos apretones se dan en la reunión? *Diez*.
5. Completa la siguiente tabla con las conclusiones anteriores, y para un número de personas superior

Personas	2	3	4	5	6	7	8	9
Apretones	1	1+2	3+3	6+4	10+5	15+6	21+7	28+8

6. ¿Cuántas personas hay en una reunión de 36 apretones? *Nueve*.

Resolución geométrica

1. Considera ahora que las personas de la reunión se representan por los vértices de un polígono de varios lados y los apretones como segmentos entre vértices. La situación se ha representado abajo para una reunión de dos y tres personas.



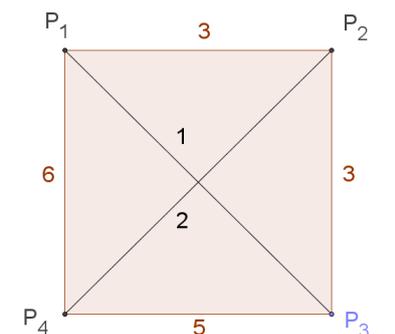
¿Cuántos apretones hay en una reunión de dos personas? *Uno*.

¿Y en una de tres? *Tres*.

2. Abajo se representa una reunión de cuatro personas, como vértices de un polígono de cuatro vértices, siendo las diagonales y lados del polígono los apretones de manos. ¿Cuál es el nombre del polígono formado? *Cuadrilátero*.

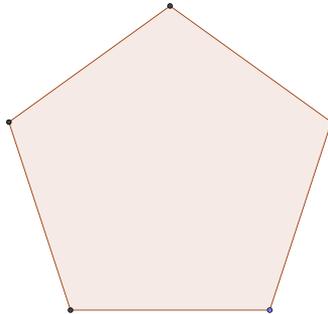
Dibuja las diagonales del polígono y numera dichas diagonales y los lados.

(En la figura se han trazado las diagonales y se han numerado junto con los lados como muestra de la solución a la que debe llegar el alumno. El alumno dispone de una plantilla vacía con el dibujo del cuadrilátero)

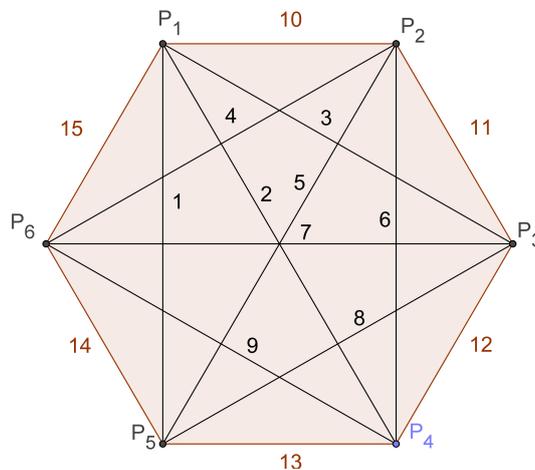


¿Cuántos apretones —lados y diagonales— hay en esa reunión? *Seis*

3. En la figura está dibujada la situación para una reunión de cinco personas, en las que los vértices del polígono son las personas.
 - a. ¿Cómo se llama el polígono? (*Pentágono*)

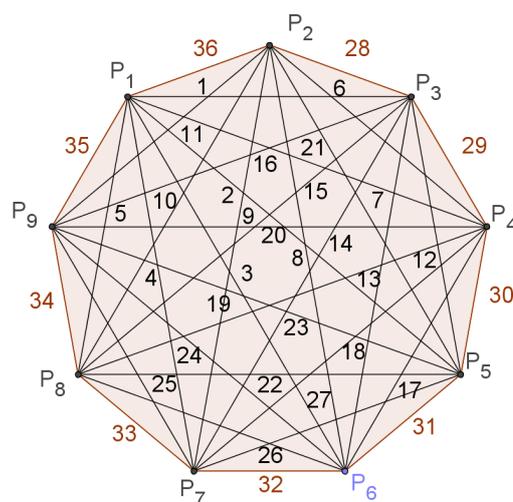


- b. Dibuja las diagonales y cuenta las diagonales y los lados del polígono. Ten cuidado de no contar las diagonales dos veces (señala con números las diagonales y los lados).
 - c. ¿Cuántos apretones (diagonales +lados) se dan las personas (vértices) de la reunión (pentágono)? *Diez*.
4. Realiza lo mismo para el polígono siguiente (reunión de seis personas).
 - a. ¿Cómo se llama el polígono? (*Hexágono*)
 - b. Dibuja las diagonales y cuenta las diagonales y los lados del pentágono. Ten cuidado de no contar las diagonales dos veces (puedes señalar con números las diagonales y los lados). (*En la figura se han trazado las diagonales y se han numerado junto con los lados como muestra de la solución a la que debe llegar el alumno. El alumno dispone de una plantilla vacía con el dibujo del hexágono*)



- c. ¿Cuántos apretones (diagonales +lados) se dan las personas (vértices) de la reunión (hexágono)? *Diez*.
5. Ahora recrea la situación para una reunión de siete personas.
 - a. ¿Cómo se llama el polígono? (*Heptágono*)
 - b. Dibuja las diagonales y cuenta las diagonales y los lados del polígono (*En este caso no se ha ilustrado la solución, solo la plantilla del heptágono que debe completar el alumno.*)
 - c. ¿Cuántos apretones (diagonales +lados) se dan las personas (vértices) de la reunión (polígono de 7 lados-heptágono)? *21*
6. Ídem para una reunión de ocho personas.
 - a. ¿Cómo se llama el polígono? (*Octógono*)

- b. Dibuja las diagonales y cuenta las diagonales y los lados del polígono (*En este caso no se ha ilustrado la solución*).
- c. ¿Cuántos apretones (diagonales + lados) se dan las personas (vértices) de la reunión (polígono de 8 lados-octógono)? 28
7. Ahora consideramos una reunión de nueve personas que se representa con un polígono en que cada vértice es una persona de la reunión (hay por tanto nueve vértices en el polígono).
- a. ¿Cómo se llama el polígono? (*Eneágono*)
- b. A continuación se muestran las diagonales del polígono y se han numerado dichas diagonales y los lados. ¿Cuántos apretones (diagonales + lados) se dan las personas (vértices) de la reunión? 36
8. Finalmente ¿Cuántas personas hay en una reunión de 36 apretones? *Nueve*



Valoración

La doble tarea propuesta dentro del contexto de los Grupos Interactivos supone dos enfoques diferentes para la resolución de un mismo problema:

- En el enfoque recursivo, el tiempo de veinte minutos asignado a la resolución del problema se ha dedicado fundamentalmente a la reflexión del grupo junto con el adulto de lo que significaba dicho razonamiento. Una vez los alumnos habían entendido dicho enfoque, las respuestas a los apartados eran inmediatas.
- En la resolución geométrica, mucho más intuitiva, el tiempo se ha dedicado inicialmente a la identificación de los vértices de cada polígono con las personas y las diagonales y los lados con los apretones. Una vez entendida esta identificación, la tarea se ha repartido entre los distintos componentes del grupo, para poder realizar la tarea en el tiempo asignado. Para ello, se proporcionaron numerosas plantillas en las que estaban dibujados distintos polígonos. Cada alumno completa las diagonales de los distintos polígonos, contrastando al final los resultados, resultando una tarea muy motivadora y enriquecedora. En la mayoría de los casos, esta última tarea no se puede completar para todos los polígonos incluso repartiendo la tarea, completando las diagonales e identificación de los apretones (diagonales y lados) para los casos de polígonos de menor número de lados (4, 5 y 6). Por ello, se ha dibujado para los alumnos la situación del polígono de nueve lados, para que puedan verificar que la solución geométrica coincide con la recursiva sin necesidad de dibujar la solución. En algunos casos, incluso algunos llegan a intuir el resultado de que el número de diagonales y lados coincide con $n \cdot (n-1)/2$ con n el número de vértices.

En cualquier caso, se logró el objetivo de que los alumnos comprendieran y se familiarizaran con el problema desde varios puntos de vista (geométrico y recursivo) gracias a la ayuda de los voluntarios.