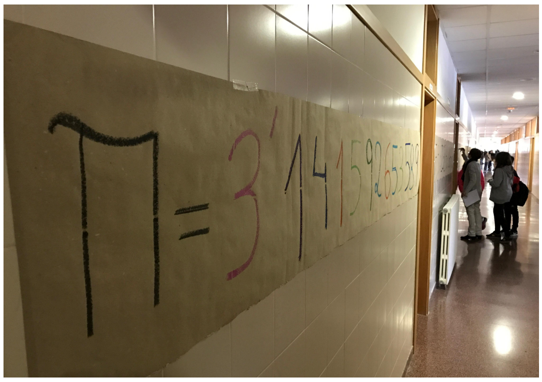
πistorias (y paradigmas)

por

Christian H. Martín Rubio

(IES Parque Goya, Zaragoza)

Creo, o más bien me gustaría creer, que en general las personas no somos muy supersticiosas[1]. Aunque tener dos *martes y trece* seguidos puede parecer demasiada casualidad y hacer temblar al más escéptico. Eso paso este año, y cualquiera que no sea bisiesto y en febrero suceda, siendo el segundo el día anterior a la celebración de nuestro *Día de*. Pese a esos presagios, volvimos a celebrar el 14 de marzo y como quedó reflejado en medios de comunicación y en el mundo virtual, con un gran éxito. Seguro que en muchos de nuestros colegios e institutos realizamos alguna actividad[2] y basta con pasearse por las redes sociales del *Pi Day Spain* «Sin π no soy nada» para comprobar la imaginación e ilusión que esta efeméride nos provoca actualmente.



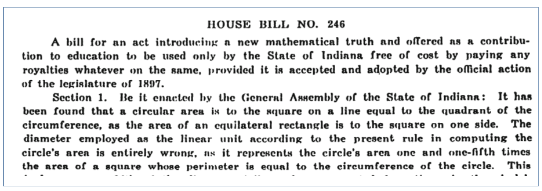
Actividad desarrollada el 14 de marzo de 2017 en el IES Parque Goya (Zaragoza)

Esta, como ya sabemos, surgió en 1988 del físico estadounidense Larry Shaw (1939-2017) en base a la forma usada por el calendario norteamericano para escribir las fechas. En el año 2009 fue el congreso de EE. UU. quien la reconoció oficialmente y haciendo gala de su (pre)potencia, decidió proclamarla como *Día Internacional de* π. El paso del tiempo le ha dado la razón, la efeméride ha ido tomando forma y se ha extendido cada vez más, traspasando las fronteras geográficas, al resto de los países, y las culturales, al resto de la comunidad. Hoy es noticia en los medios de comunicación generales, existe un *merchandising* propio y la actividad que genera es extraordinaria. Todo parece presagiar que se puede convertir en un día para salir al mundo a gritar que las matemáticas están aquí y que explican cosas. Por otro lado, el hecho que ya coincidiera con el nacimiento de Albert Einstein (1879-1955) y a partir de este año con el fallecimiento de Stephen Hawking (1942-2018), puede ayudar a covertirla en algo más, una fecha en torno a la cual se hable de la ciencia en general y su papel para el género humano.

Larry Shaw (1939-2017)

Todo esto me hizo plantearme la posiblilidad de que esta *historieta* girase en torno a π. ¿Pero qué escribir de él? Hay decenas de libros, cientos de páginas web e infinita información, mucha ya conocida en general, como demostraban varias de las actividades que ese día se desarrollaron, un número no despreciabe de ellas con cuestiones históricas de π, sobre todo *recetarios* de expresiones y tablas del cálculo desde el 2000 a.n.e. hasta la actualidad. Seguro que cualquier resumen que se recogiera, sería incompleto y no aportaría nada desconocido a la persona que lo leyera.

Por ejemplo, varias de las curiosidades sobre nuestro número son de sobra conocidas. Una de ellas es que es la única constante científica cuyo valor se ha intentado establecer por ley. Ya en la Francia posrevolucionaria de 1836, el ciudadano-científico LeComm pretendió que su valor fuera 3,25. Aunque la experiencia más divulgada es la que proviene de Indiana, Estados Unidos, en 1897, de la mano del físico Edward J. Goodwin (ca. 1825-1902) que defendía haber logrado cuadrar el círculo y persuadió a los legisladores del estado para que aprobaran una proposición de ley (la *bill* n.º 246) que en definitiva postulaba que $\pi = 16\sqrt{2}/2 \approx 3{,}232$[3]. El proyecto fue aprobado por más de un comité de la Cámara baja (incluso uno de educación al que se le remitió su



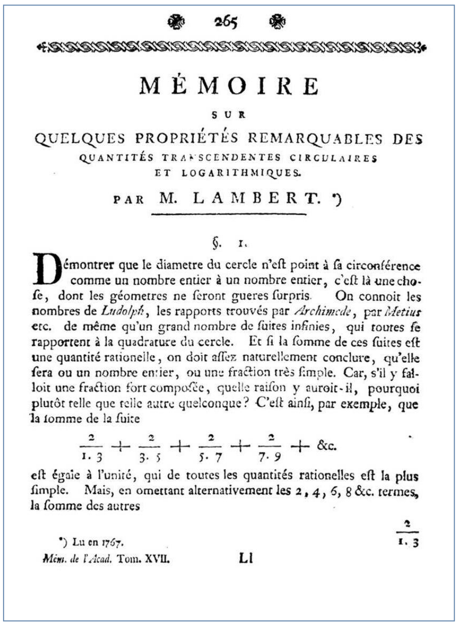
HOUSE BILL NO. 246

A bill for an act introducing a new mathematical truth and offered as a contribution to education to be used only by the State of Indiana free of cost by paying any royalties whatever on the same, provided it is accepted and adopted by the official action of the legislature of 1897.

Section 1. Be it enacted by the General Assembly of the State of Indiana: It has been found that a circular area is to the square on a line equal to the quadrant of the circumference, as the area of an equilateral rectangle is to the square on one side. The diameter employed as the linear unit according to the present rule in computing the circle's area is entirely wrong, as it represents the circle's area one and one-fifth times the area of a square whose perimeter is equal to the circumference of the circle. This estudio) y pasó al Senado con la recomendación de que debía ser votada favorablemente, pero por suerte la presencia casual del profesor Clarence Abiathar Waldo (1852-1926) permitió que no fuese aprobada.

Otra de las anécdotas de nuestro número protagonista es la que se ha creído como su *peor* aproximación, presente en la Biblia. En los pasajes de Reyes 1: 7-23 y Crónicas 2: 4-2 aparece la descripción de un estanque o fuente del templo del Rey Salomón, que dice: «Hizo fundir asimismo un mar de diez codos de un lado al otro, perfectamente redondo; su altura era de cinco codos, y lo ceñía un cordón de treinta codos», es decir toma el perímetro como 30 y el diámetro como 10, por lo tanto nos da una aproximación de π. Esto es una creencia muy divulgada, sin embargo puede haber otra explicación. Era característico de los antiguos judíos la llamada gematria, asignarle a las letras del alfabeto determinados valores numéricos. Realizando los cálculos para la palabra *cordón*, escrita de dos formas diferentes en cada uno de los pasajes y a partir de ahí obteniendo un «factor de corrección», nos da finalmente que el valor tomado es $\pi = 3{,}14150994\ldots$, una excelente aproximación para los siglos X-V a.n.e.[4]

Parémonos brevemente en una tercera, y última, curiosidad. La referente a las coincidencias inesperadas. Es conocida la presencia en los decimales de π de cualquier secuencia de números tecleados al azar o significativos para una persona, como su número de teléfono, documento de identidad o fecha de nacimiento. Pero también podemos encontrarnos con su contrario: la presencia de π en lugares insospechados, como en la construcción de la *pirámide de Kheops*: si dividimos el perímetro de su base por el doble de su altura obtenemos nuestro número con un error de 7 diezmilésimas[5]. O la que parece la forma más ingeniosa de determinar el valor de π: las agujas de Buffon. George Louis Leclerc, Conde de Buffon (1707-1788) demostró en 1777[6] que si lanzamos sobre un papel donde hay una serie de paralelas dibujadas, una aguja de longitud menor que la distancia entre esas paralelas, la probabilidad de que aquella corte a alguna de las líneas, depende de π , obteniéndose una aproximación mejor cuantas más veces se repita el experimento —con aproximadamente 3 800 lanzamientos, obtendremos las seis primeras cifras decimales—.


265

MÉMOIRE

SUR

QUELQUES PROPRIÉTÉS REMARQUABLES DES QUANTITÉS TRANSCENDENTES CIRCULAIRES ET LOGARITHMIQUES.

PAR M. LAMBERT. *)

§. 1.

Démontrer que le diametre du cercle n'eſt point à ſa circonférence comme un nombre entier à un nombre entier, c'eſt là une choſe, dont les géometres ne ſeront gueres ſurpris. On connoit les nombres de *Ludolph*, les rapports trouvés par *Archimede*, par *Metius* etc. de même qu'un grand nombre de ſuites infinies, qui toutes ſe rapportent à la quadrature du cercle. Et ſi la ſomme de ces ſuites eſt une quantité rationelle, on doit aſſez naturellement conclure, qu'elle ſera ou un nombre entier, ou une fraction très ſimple. Car, s'il y falloit une fraction fort composée, quelle raiſon y auroit-il, pourquoi plutôt telle que telle autre quelconque? C'eſt ainſi, par exemple, que la ſomme de la ſuite

$$\frac{2}{1\cdot 3} + \frac{2}{3\cdot 5} + \frac{2}{5\cdot 7} + \frac{2}{7\cdot 9} + \&c.$$

eſt égale à l'unité, qui de toutes les quantités rationelles eſt la plus ſimple. Mais, en omettant alternativement les 2, 4, 6, 8 &c. termes, la ſomme des autres

$\frac{2}{1\cdot 3}$

*) Lu en 1767.

Mém. de l'Acad. Tom. XVII. Ll

Dejemos las curiosidades por ahora y pasemos a su historia[7]. Si pensamos en ella hay varias ideas que inmeditamente nos emergen: búsqueda de sus decimales, método de exhaución, irracional, trascendente, cuadratura del círculo …, fácilmente podríamos establecer una estructura básica de ella. Empecemos por recordar dos de los momentos más importantes: la demostración de la irracionalidad y de la trascendencia de π. La primera fue demostrada por Jean-Henri Lambert (1728-1777)[8] en su *Mémoire sur quelques propiétés remarquables des quantités trascendentes circulaires et logarithmiques* publicado en *Histoire de L'Acaďemie Royale* de Berlín, correspondiente al año 1761, pero editado en 1768[9]. Básicamente probó, apoyándose en los trabajos sobre fracciones continuas anteriores, que si x es un racional no nulo, entonces su tangente es irracional. Como $\operatorname{tg} \pi/4 = 1$, entonces $\pi/4$ y por tanto π, deben ser irracionales.

El otro momento al que hacíamos referencia es la demostración por Ferdinand Lindemann (1852-1939) en 1882 que π es un número trascendente, con lo cuál quedo completamente resuelto, de forma negativa, la posibilidad de la cuadratura del círculo con regla y compás[10]. Lindemann publicó su demostracion en su artículo *Über die Zahl* π, en *Mathematische Annalen, 20*, publicada el 15 de abril. Como dato curioso, falleció un 6 de marzo, fecha que no se va mucho de nuestro *Pi Day* y que tal vez, si se hubiera atendido a la historia de las matemáticas en lugar de al calendario americano, podría haber sustituido a nuestra actual efeméride, creo que dándole un mayor contenido.


Ueber die Zahl π.*)

Von

F. LINDEMANN in Freiburg i. Br.

Bei der Vergeblichkeit der so ausserordentlich zahlreichen Versuche**), die Quadratur des Kreises mit Cirkel und Lineal auszuführen, hält man allgemein die Lösung der bezeichneten Aufgabe für unmöglich; es fehlte aber bisher ein Beweis dieser Unmöglichkeit; nur die Irrationalität von π und von π^2 ist festgestellt. Jede mit Cirkel und Lineal ausführbare Construction lässt sich mittelst algebraischer Einkleidung zurückführen auf die Lösung von linearen und quadratischen Gleichungen, also auch auf die Lösung einer Reihe von quadratischen Gleichungen, deren erste rationale Zahlen zu Coefficienten hat, während die Coefficienten jeder folgenden nur solche irrationale Zahlen enthalten, die durch Auflösung der vorhergehenden Gleichungen eingeführt sind. Die Schlussgleichung wird also durch wiederholtes Quadriren übergeführt werden können in eine Gleichung geraden Grades, deren Coefficienten rationale Zahlen sind. Man wird sonach die Unmöglichkeit der Quadratur des Kreises darthun, wenn man nachweist, dass *die Zahl π überhaupt nicht Wurzel einer algebraischen Gleichung irgend welchen Grades mit rationalen Coefficienten sein kann.* Den dafür nöthigen Beweis zu erbringen, ist im Folgenden versucht worden.

Die wesentliche Grundlage der Untersuchung bilden die Relationen zwischen gewissen bestimmten Integralen, welche Herr Hermite angewandt hat***), um den transcendenten Charakter der Zahl e festzustellen. In § 1 sind deshalb die betreffenden Formeln zusammengestellt; § 2 und § 3 geben die Anwendung dieser Formeln zum Beweise des erwähnten Satzes; § 4 enthält weitere Verallgemeinerungen.

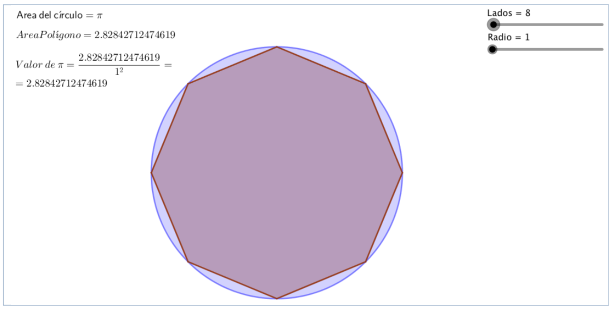
*) Vergl. eine Mittheilung des Hrn. Weierstrass an die Berliner Akademie, vom 22. Juni 1882.

**) Man sehe die Artikel *Cyclometrie, Quadratur* und *Rectification* in Klügel's mathematischen Wörterbuche.

***) Sur la fonction exponentielle, Paris 1874 (auch Comptes rendus, t. LXXVII, 1873).

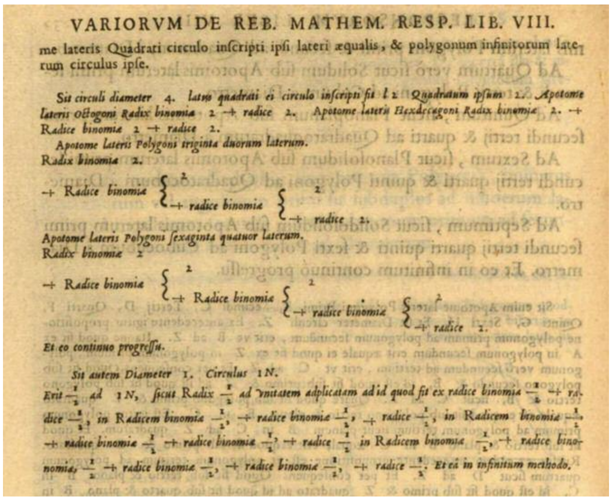
15*

Pero vayamos al otro aspecto más conocido: la *caza* de los decimales, poder conocer cada vez más y más decimales de este número, cosa que no ocurre con otros números irracionales. En casi todos los escritos mínimamente extensos sobre π, podremos encontrar varios cuadros, uno haciendo referencia al método geométrico utilizado por Arquímedes (287 a.n.e-212 a.n.e), inscribiendo y circunscribiendo polígonos y relacionando el número de lados con la aproximación de π obtenida[11]. En ellos podremos comprobar cómo hasta que no tenemos 14 lados, no obtenemos la primera cifra decimal y hasta los 36 lados, no se obtiene la segunda. De esa forma se lograron hasta 35 cifras decimales exactas, en 1615[12] por el aleman Ludolph Van Ceulen (1540-1610), mediante polígonos de 2^{62} lados, lo que hizo que durante varios años en nuestro continente y aún hoy en algunos lugares de Alemania, el número sea conocido como el *número ludolphino*.



Método de exhaución con Geogebra. Solo con el polígono inscrito

Esta carrera por los decimales fue continuada por los calculistas analíticos, quienes por medio de series geométricas de funciones trigonométricas consiguieron reducir la laboriosidad y a la vez aumentar la producción. De esta forma Abraham Sharp (1653-1742) obtiene 71 cifras decimales y haciéndose mayor la notabilidad de los trabajos, William Rutherford (1798-1871) en 1853, obtiene 440 cifras exactas[13].



VARIORVM DE REB. MATHEM. RESP. LIB. VIII.

me lateris Quadrati circulo inscripti ipsi lateri æqualis, & polygonum infinitorum laterum circulus ipse.

Sit circuli diameter 4. latus quadrati ei circulo inscripti fit l 2. Quadratum ipsum 2. Apotome lateris Octogoni Radix binomia 2 + radice 2. Apotome lateris Hexdecagoni Radix binomia 2. + Radice binomia 2 + radice 2.

Apotome lateris Polygoni triginta duorum laterum.

Radix binomia 2. + Radice binomia { 2 + radice binomia { 2 + radice 2.

Apotome lateris Polygoni sexaginta quatuor laterum.

Radix binomia 2 + Radice binomia { 2 + Radice binomia { 2 + radice binomia { 2 + radice 2.

Et eo continuo progressu.

Sit autem Diameter 1. Circulus 1N.

Erit $\frac{1}{2}$ ad 1N, sicut Radix $\frac{1}{2}$ ad vnitatem adplicatam ad id quod fit ex radice binomia $\frac{1}{2}$ + radice $\frac{1}{2}$, in Radicem binomia $\frac{1}{2}$, + radice binomia $\frac{1}{2}$, + radice $\frac{1}{2}$, in Radicem binomia $\frac{1}{2}$ + radice binomia $\frac{1}{2}$ + radice binomia $\frac{1}{2}$, + radice $\frac{1}{2}$ in Radicem binomia $\frac{1}{2}$, + radice binomia, $\frac{1}{2}$ + radice binomia $\frac{1}{2}$, + radice binomia $\frac{1}{2}$, + radice $\frac{1}{2}$. Et eâ in infinitum methodo.

François Viète (1540-1603) publicó en 1593 su obra *Variorum de Rebus Mathematicis* en la cual representa π como un producto infinito. Esta identidad se considera la primera representación analítica.

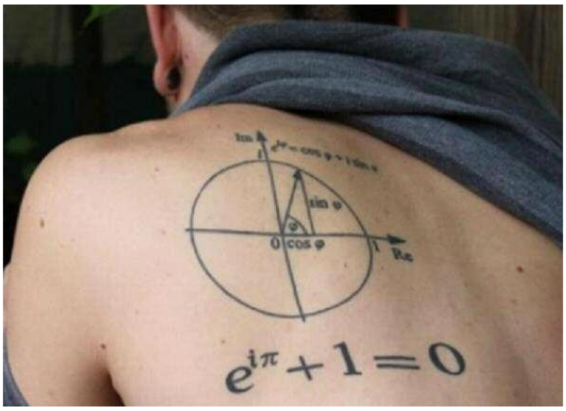
La explosión en este camino llega definitivamente con el uso de diferentes artefactos de cálculo, sobre todo con los ordenadores. George W. Reitwiesner y sus colaboradores utilizaron el ENIAC (construido entre 1942 y 1945) para evaluar 2 037 cifras decimales, en un trabajo que duró alrededor de 70 horas. A partir de entonces asistimos a un crecimiento exponencial, rompiéndose barreras en tiempo y en cifras: en 1959 se superaron las 15 000, en 1961 las 100 000 y en 1973, 1 000 000 de cifras. Sin embargo apareció un problema, los métodos utilizados para realizar operaciones aritméticas tenían sus limitaciones que no podían solventarse ni aumentando la velocidad de cálculo. La solución a este contratiempo vino de la mano de los algoritmos ideados por Srinivasa Ramanujan (1887-1920) que tras medio siglo después de su formulación permitó sobrepasar esas barreras. En 1981 se sobrepasan los 2 000 000 y cinco años más tarde se llegan a las 29 360 111 cifras. El último récord que aparece en la bibliografía consultada[14] es del 11 de noviembre de 2016, por Peter Trueb con 22 459 157 718 361 cifras decimales exactas.

Pero hay algo que se hecha de menos en esta presentación tan conocida de la historia de π y que permite sobrepasar la exposición, a veces con la impresión de ser interminable, de expresiones de este número[15]. El breve relato que hemos presentado en los párrafos anteriores, vemos que queda dividido en tres grandes periodos, caracterizados por metodologías distintas que, rascando un poco, nos llevan a concepciones distintas de las matemáticas, lo que conocemos como paradigmas. Estos, los paradigmas matemáticos, fueron enunciados por Mariano Hormigón (1946-2004) en su tesis y son un instrumento básico a la hora de acercarnos al estudio de la historia de las matemáticas. Pues bien, la historia que estamos tratando es más fácilmente comprensible desde el marco conceptual que nos proporcionan estos paradigmas. Un primer periodo donde el estudio se efectua a partir de métodos esencialmente

Paradigma Griego

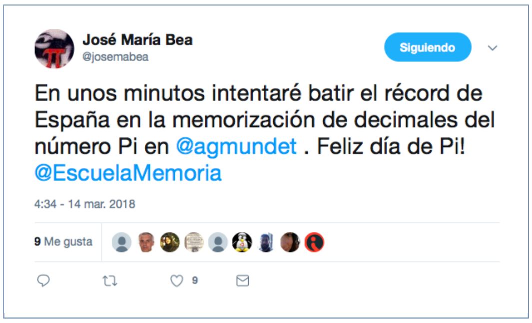
CARACTERES INTERNOS	Conceptuales	a) Los objetos deben estar bien definidos. b) Hay proposiciones bastante evidentes que no necesitan demostración.
	Instrumentales	a) Preferencia por los objetos suministrados por la geometría (ciencia príncipe) incluso en aritmética. b) Magnitudes discretas.
	Metodológicos	a) Para admitir una proposición, que no sea axioma o postulado, hay que demostrarla. b) Se establecen los métodos de demostración y se discurre sobre ellos.
CARACTERES EXTERNOS	Visualización:	Las verdades matemáticas se pueden ver o se puede imaginar razonablemente su representación. Esto conduce a otro hecho trascendental: las verdades matemáticas se establecen en el espacio físico.
	Adscripción social:	Las matemáticas (ciencia de las relaciones estables) establecen una línea de demarcación social. De entre los hombres libres, los más valiosos son los geómetras.
CARACTERES TELEOLOGICOS	El objetivo de la matemática griega es la búsqueda desinteresada de la Verdad y el cultivo de la Belleza, entendidas ambas como categorías universales.	

geométricos, correspondiente al *Paradigma Griego*, seguido de un segundo periodo que se inicia con el descubrimiento del cálculo infinitesimal y caracterizado por la aplicación de métodos analíticos, correspondiente al *Paradigma Lagrangiano* y finalizado por el tercer periodo, donde la atención está dirigida a las investigaciones sobre la verdadera naturaleza de π, que preludio del *Paradigma Hilbertiano*, comparte con él sus características. Sería interesante, en un espacio más amplio y por una persona más sabia, ver que expresión tienen los caracteres internos, externos y teleológicos en esta historia en particular.

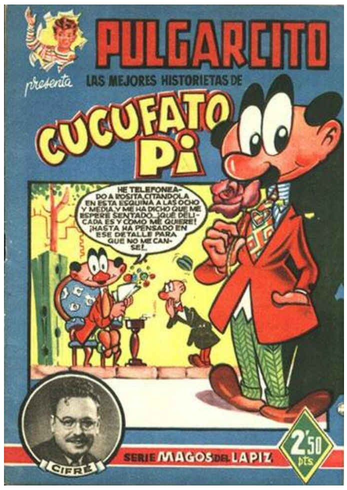


Tatuaje de la fórmula de Euler (1707-1783)

¿Y para qué tantos decimales? Si bastan cuatro para un cálculo más o menos aceptable y treinta y nueve serían suficientes para estimar el perímetro de una circunferencia capaz de abarcar el universo conocido, cometiendo un error menor a la longitud del radio de un átomo de hidrógeno, ¿qué es lo que nos lleva a seguir trabajando sobre ellos? Evidentemente, varias pueden ser las respuestas. Para las personas con una concepción internalista de nuestra ciencia, bastará con la explicación del placer de saber, de desenmascarar y solucionar, añadida al propio desarrollo de las matemáticas: la investigación sobre el número π, como otras, abre nuevas vías de investigación, que es lo que nos hace avanzar. Otras, más externalistas, somos conscientes que también avanzamos por otros procesos ajenos y entre ellos cabe destacar que cuando interesa saber algo, hay inversión y eso es una gran ayuda para que se desarrolle su estudio. En este caso, se ha convertido en un párametro que permite evaluar el funcionamiento correcto y la rápidez de numerosos elementos nuevos, desde máquinas a algoritmos, lo que hace necesario conocer más y más cosas de él.



Una evaluación *gratuita* del óptimo funcionamiento de algo en base a π, es la comprobación de nuestra memoria. En un contexto muy dado a la competición, a la superación —propia y ajena— y a la comprobación de los límites —también propios y ajenos—, además de un ejercico fácil y sano, hecho con precaución, la memorización de cifras decimales de nuestro número aparece regularmente. Hay personas que memorizan cifras de π. Y aunque no son muchas personas, sí que memorizan muchas cifras. La última que está recogida en la *Pi World Ranking List*, una lista que reconoce a estos y estas memoristas que en su prueba han superado los controles necesarios, es el indio Suresh Kumar Sharma, que el 21 de octubre de 2015, demostró saberse 70 030 decimales! En esta lista podemos encontrarnos a seis personas provenientes de España: Victoria Cortés, que en el 2013 recitó 100 decimales; Patricia Redondo, el 2014, con 102; Mónica Redondo, el mismo año, con 104; Francisco Carlos Páez, en el 2017, con 310; Javier Moreno, el mismo año con 1 002 decimales y José María Bea González, que el *Día de π* de este año, durante veintiún minutos y cincuenta y cuatro segundos, recitó 1 010 decimales.



Quien tiene el record europeo es Daniel Tammet (1979-)[16] sinestésico que en su libro *La poesía de los números. Cómo las matemáticas iluminan mi vida*, a lo largo de diez páginas, recoge los 22 514 primeros dígitos del número pi que memorizó a lo largo de tres meses y recitó sin error durante cinco horas, nueve minutos y veinticuatro segundos en el *Día de π* de 2004, en el Museo de la Historia de la Ciencia de la Universidad de Oxford[17].

Acabamos. Pero una *historieta* hablando de π no puede finalizar sin referirnos al que creo que es el primer *Pi* que conocimos muchas: Filemón Pi. Filemón Pi Piripí, creado por Francisco Ibáñez en 1958 junto a su compañero, que en alguna ocasión también se llamó Mortadelo Pi. Y buscando información para este artículo descubrí al solterón a la fuerza Cucufato Pi, creado por Guillermo Cifré unos años antes, en 1949. Estos π tampoco son nada desdeñables.

Bibliografía

BENTLEY. P. (2008), *El libro de las cifras. El secreto de los números*, Ediciones Paidós Ibérica.

GARCÍA, S. (2017), *Un número perfecto. 28 ideas asombrosas de la historia de las matemáticas*, Ediciones Anaya Mutimedia.

GONZÁLEZ, M. y J. L. LUPIÁÑEZ (2004), «Actividades sobre el número pi con calculadora gráfica», *Suma,* n.º 46, 51-57.

GRIMA, P. (2012), «¿Es Pi un impostor?», *Suma,* n.º 70, 35-42.

HARO, M. J. y A. REDONDO,A. (2002), «Experiencias sobre la aproximación intuitiva en Geometría. Una aproximación al número pi en la ESO», *Suma,* n.º 41, 69-75.

HORMIGÓN, M. (1995), *Paradigmas y matemáticas: Un modelo teórico para la investigación en historia de las matemáticas*, Cuadernos de historia de la ciencia, 8. Universidad de Zaragoza.

NAVARRO, J. (2010), *Los secretos del número π. ¿Por qué es imposible la cuadratura del círculo?,* colección «El mundo es matemático», RBA Coleccionables.

PERALTA, J. (2004), «Una caracterización de pi obtenida al resolver un problema en clase», *Suma,* n.º 45, 59-67.

PÉREZ, A. (2008), «Ramanujan y el número pi», *Suma,* n.º 57, 105-109.

POSAMENTIEN, A., e I. LEHMANN (2006), *La proporción transcendental. La historia de π, el número más misterioso del mundo*, Ed. Ariel.

REIF, S. (1990), «El número π y su historia», *Revista de la Universidad del Valle*, vol. 1, n.º 1.

RODRÍGUEZ, M.(2000), «Las cifras de pi y el diálogo en el aula», *Suma,* n.º 33, 99-102.

STEWART, I. (2016), *Números increíbles*, Crítica, Editorial Planeta.

SORANDO, J. M. (2014), «A vueltas con Pi», *Suma,* n.º 75, 85-92.

TEMPRANO, J. (1993), «Euler y el número pi», *Suma,* n.º 13, 30-32.

TAMMET, D. (2015), *La poesía de los números. Cómo las matemáticas iluminan mi vida*, Blackie Books.

ZHÚKOV, A. V. (2005), *El omnipresente número π*, E. URSS.

1 Según la RAE: «Creencia extraña a la fe religiosa y contraria a la razón». Y no, no me voy a meter en si la definición es redundante, ya que la segunda condición engloba a la primera, o no lo es.

2 Podemos encontrar algunas de ellas reseñadas en el número 20 de *Entorno Abierto*.

3 Ofrecía su contribución como un obsequio gratuito para el uso solamente en el Estado de Indiana. Cualquier otro lugar que quisiera hacer uso de ese valor debería pagar el royalty correspondiente.

4 El proceso está explicado en [2] y [4].

5 Esto ocurre en otras pirámides. Y en algún texto se toma el lado como 232,805 m, en lugar de 230,3475 m de media, y la altura como 148,208 m, en lugar de 146,61 m. Al hacer el doble del lado dividido por la altura, obtenemos $\pi = 3{,}141598294\ldots$

6 También conocido por las agujas de Buffon-Laplace, ya que la demostración de Buffon en 1777 contenía un error corregido por Pierre-Simon Laplace (1749-1827) en 1812.

7 Se nos queda fuera la relación de pi con la poesía —y su utilización como reglas mnemotécnicas—, con la música, el cine, la literatura y el arte en general, con los deportes, su presencia en las ciencias, etc. Sin ir más lejos, en la bibliografía se puede encontrar bastante información sobre ello, pero el espacio-tiempo es finito y debemos seguir.

8 Para que la demostración fuera rigurosa faltaba un lema, el cual sería demostrado más tarde por Adrien-Marie Legendre (1752-1833).

9 Esta puede ser la razón por la que sobre esta fecha hay disparidad en diferentes textos. En algunos aparece 1761, en otros, 1768, en otros 1766 —fecha de la publicación de sus investigaciones en su tratado *Vorlaüfige Kenntnisse für die, so die Quadratur und Rektification des Zirkels suchen*— e incluso en otros lugares nos encontraremos con 1767.

10 Un número constructible, es decir los que corresponden a segmentos que se pueden construir con regla y compás en un número finito de pasos, es forzosamente un número algebraico, o lo que es lo mismo, solución de una ecuación polinómica con coeficientes racionales. Un número trascendente es precisamente aquel que no es algebraico.

11 Este método con Geogebra es muy fácil construirlo y muy didáctico en el aula.

12 En 1596 expuso sus cálculos en *Del Círculo,* donde se recogían 20 cifras decimales correctas. Siguió trabajando en ello hasta su fallecimiento en 1610 y en la segunda edición, en 1615 ya se recogían las 35 citadas.

13 En 1873 William Shanks (1818-1882) obtuvo con la utilización de este tipo de series, 707 cifras, de las cuales *solo* 527 son correctas.

14 En [3]. Santiago García Cremades tiene un programa en radio 5: *Raíz de 5* y un canal en YouTube: *Raíz de pi.* También se le puede seguir en @SantiGarciaCC

15 Aunque muy común, no es muy difícil ver otras exposiciones como la de [5], de dónde se han sacado varias de las ideas de este artículo.

16 Sorprendentemente este récord europeo no aparece en la *Pi World Ranking List.*

17 En el capítulo «El admirable número pi» de su libro, cuenta este hecho y su relación con el número pi.