

PALEXCO  
A Coruña

3 a 6 julio 2019

**JAEEM**<sup>19</sup>  
UN ATLÁNTICO QUE SUMA

CONVOCA:



Federación  
Española de  
Sociedades de  
Profesores de  
Matemáticas

ORGANIZA:



COLABORAN:



# Orden y caos

por

PEDRO LATORRE GARCÍA

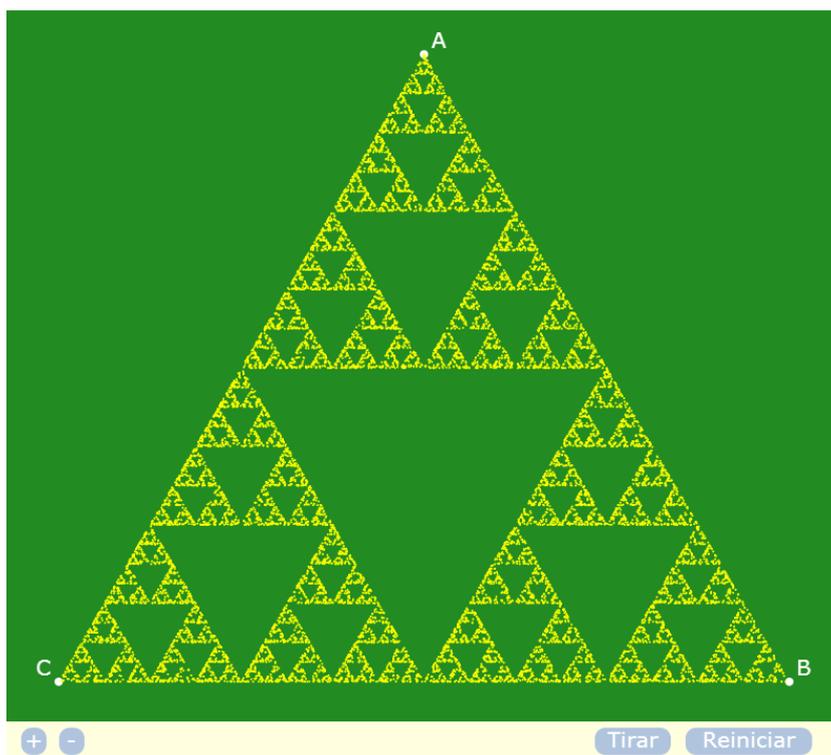
(CPEPA Marco Valerio Marcial, Calatayud)

Leyendo el currículo de ESO he encontrado en el bloque de contenidos *Procesos, métodos y actitudes en matemáticas* de 1.º y 2.º curso el estándar de aprendizaje *Est.MA.1.6.5. Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia*. Ha sido una agradable sorpresa descubrir que la simulación, en mi caso a través de las TIC, está contemplada en la normativa. Por otra parte, me parece un objetivo excesivamente ambicioso, tanto para llevarlo a cabo por el profesor, como para exigirlo a nuestros alumnos. Hasta cierto punto está bien que el currículo sea idealista, pero llega un momento que su cumplimiento mínimo resulta una utopía y nos obliga a realizar una evaluación hipócrita o incluso falsa.

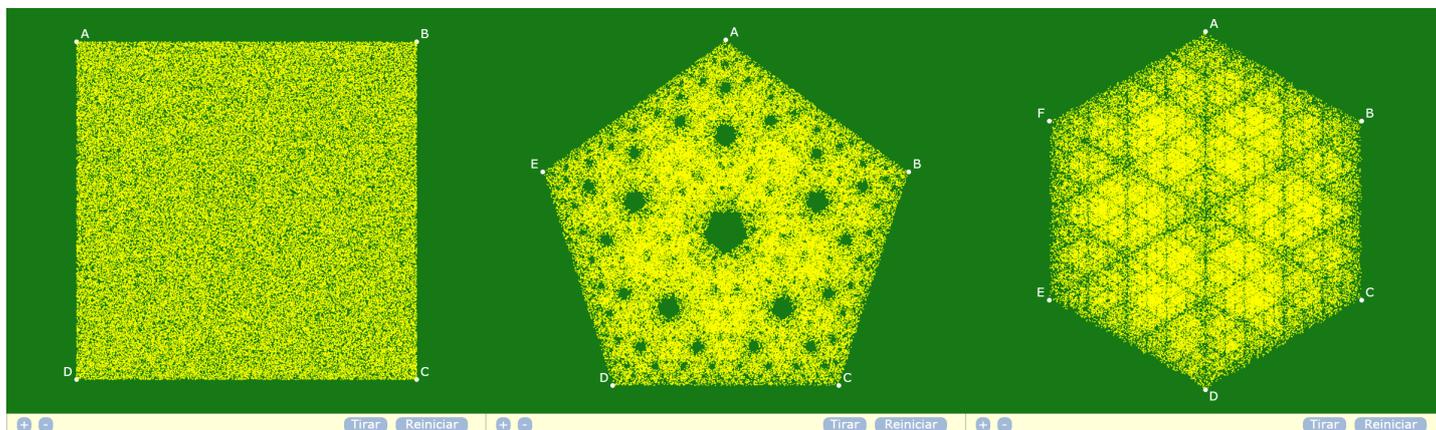
Hoy voy a comentar una pequeña simulación integrada en un taller realizado con un grupo de alumnos de 2.º de ESO dentro de la semana matemática del IES El Picarral de Zaragoza. Es una clásica introducción a los fractales que pone de manifiesto cómo la repetición de un proceso muy sencillo genera resultados sorprendentes. La aplicación se encuentra en <<http://conexionmatematica.catedu.es/fractales>>.

Partimos de un triángulo y un punto interior cualquiera del mismo  $P_0$ . Se elige al azar uno de los tres vértices del triángulo  $V$ . El punto medio del segmento cuyos extremos son  $V$  y  $P_0$  será el siguiente punto de la sucesión ( $P_1$ ). De nuevo se escoge un vértice  $W$ , y el punto medio del segmento formado por  $W$  y  $P_1$  será ( $P_2$ ). Así se genera una sucesión de puntos aleatoria y en principio carente de patrones. Sin embargo, la estructura obtenida es el fractal denominado triángulo de Sierpinski. En este maravilloso video <<https://youtu.be/eJAs9Qr359o4>> de los años ochenta comentan que siguiendo este procedimiento con lápiz, papel y regla durante un día, un poco menos si lo haces muy rápido, se apreciaría el fractal. Aunque tengo grandes dudas sobre esa afirmación, no la he comprobado.

Si en lugar de un triángulo, el polígono de partida es un cuadrado o un pentágono los resultados son radicalmente distintos. Estamos trabajando con un sencillo sistema iterativo de funciones IFS estocástico y bidimensional. Mi objetivo es que los alumnos observen que si reiteramos muchas veces un proceso con una regla muy simple, como el cálculo del punto medio de un segmento, el resultado final puede ser intrincado y bello. Pueden extraerse diversos ejemplos del video que he recomendado. Aunque me gustaría explicar el porqué en unas ocasiones aparecen atractivos atractores y en la mayoría de las veces únicamente desorden, reconozco que esta opción escapa a mis capacidades. Me recuerda con melancolía el libro de Félix Klein *Matemática elemental desde un punto de vista superior* por la pérdida de



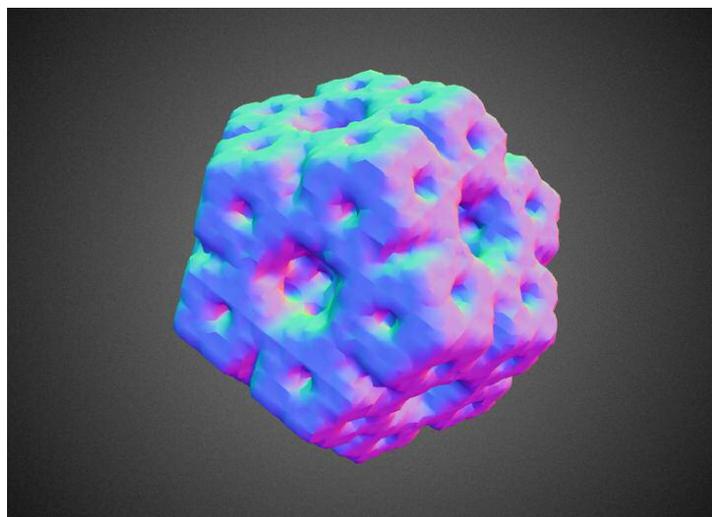
esta última facultad. Una introducción visual de la teoría del caos para casi todos los públicos se encuentra en la siguiente página <<http://www.chaos-math.org/es>>.



Los IFS tridimensionales dan lugar a bonitos fractales. Uno de los que más me gustan es el dodecaedro que aparece en la figura. Para realizarlo he utilizado el estupendo programa *Mandelbulber 2* <<https://github.com/buddhi1980/mandelbulber2>> con licencia GNU GPL v3 para obtener la malla y mi querido *Three.js* para representarla.

### Reto binario del verano

Planteo a mis fieles lectores el siguiente pasatiempo. El alumno piensa una consonante (no se aceptan los dígrafos ch y ll). Hay que preguntarle si aparece o no en alguna palabra de cada fila de la siguiente tabla:



¿En qué filas está tu letra?

Tórax, apoyo, waterpolo, trizas, vaquero
Máximo, yema, kiwi, hazaña, juliano
Sentimiento, efigie, dueño, valiente
Yunque, cizaña, fervor, bagaje, rock
Extraño, epigrama, cazo, vega, karaoke

¿En qué letra ha pensado? Por ejemplo, si la consonante está en las filas 2<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> y 5<sup>a</sup>, hay que sumar  $8 + 2 + 1 = 11$  y llegar hasta la letra que ocupa la undécima posición en el alfabeto español. Otro caso: si está en la 1<sup>a</sup> y la 3<sup>a</sup> fila, se suma  $16 + 4 = 20$  y buscar la vigésima letra.

Aunque creo que no es difícil averiguar el método empleado, la solución detallada aparecerá en el próximo número, seguramente. Os recuerdo nuestra página de contacto <<http://conexionmatematica.catedu.es/contacto/>>.

Este es el último artículo que escribo como miembro del claustro del CPEPA Marco Valerio Marcial de la ciudad de Calatayud. Si no me equivoco, este centro tiene el gran honor de ocupar el puesto número uno en aportaciones a esta publicación (en un 59% de sus números). Quiero agradecer la paciencia de todos mis compañeros que han tenido que soportarme durante estos últimos cursos, en especial a mis siempre fieles Lucía Gil y María Diz por toda su amabilidad.