

Programación lineal dentro del proyecto de innovación

por

ÓSCAR CARRIÓN LOSTAL
(IES Valdespartera, Zaragoza)

Ya desde hace unos cursos el Departamento de Matemáticas ha participado en el Proyecto de Innovación del centro, de forma que nos permitía tanto a los profesores como a los alumnos trabajar de una forma distinta algunos aspectos de las matemáticas, tal como quedó reflejado en algunos artículos publicados en la revista *Entorno Abierto*:

- «Semana Matemática» (número 12): <<http://www.sapm.es/EntornoAbierto/EntornoAbierto-num12.pdf>>.
- «Una ruta y un proyecto» (número 17): <<http://www.sapm.es/EntornoAbierto/EntornoAbierto-num17.pdf>>.

Las líneas de trabajo ahí expuestas estaban enfocadas sobre todo a la etapa de ESO, de ahí que el curso pasado también me planteara como objetivo trasladar dicha metodología a la etapa de Bachillerato, y más concretamente a segundo curso de la rama de Ciencias Sociales, todo un reto, ya que como bien sabemos, estamos sujetos a un currículo y a un tiempo muy definido, y además con el hándicap, de prepararlos lo mejor posible para que obtengan la máxima nota en las pruebas de acceso a la Universidad.

Dado que durante estos dos últimos cursos el proyecto de innovación implantado en el centro tenía como títulos *Línea 54 y Línea 54 (I+C)* y como objetivo acercar el centro a toda la comunidad educativa y a su entorno de los barrios de Valdespartera, Montecanal, Arcosur y Rosales del Canal, hicimos en clase una lluvia de ideas para aplicar el tema que estábamos viendo en teoría, «Programación Lineal», a dicho proyecto. De ahí surgió el siguiente ejercicio:

Haz una foto aérea de la zona donde se ubica tu casa y el instituto a través de Google Maps, pon unos ejes de coordenadas cartesianas, utiliza una escala adecuada y pon las restricciones correspondientes para obtener una solución acotada (polígono cerrado) en los supuestos siguientes: esté tan solo el instituto, esté tan solo tu casa y estén ambos, tu casa y el instituto.

Una vez encontrada la solución al ejercicio, inventa un enunciado de ejercicio donde la solución sea la misma que la anterior, y que tenga que ver con algún aspecto (comercio, industria...) de la zona.

El desarrollo de la actividad fue:

- Realización de los grupos de trabajo.
- Distribución de roles y del trabajo a realizar dentro del grupo.
- Buscar información en diferentes medios informáticos para obtener el plano y la escala utilizada donde se ubica el centro y las viviendas de los alumnos, a través de *Google Maps*.
- Encontrar una serie de restricciones (programación lineal) en las cuales quedara englobado el centro, las viviendas de los alumnos, y el centro y viviendas de los alumnos, de forma que el área que englobaba el centro y las viviendas de los alumnos fuera la mínima posible.
- Realizar una exposición de los resultados obtenidos por grupo en su aula de referencia y sacar las conclusiones correspondientes.

Nota: Para solucionar el ejercicio, los alumnos debían usar el programa *GeoGebra*: <<https://www.geogebra.org/>>.

Conclusiones de la puesta en común por grupos

- Se debe usar siempre el mismo sistema de referencia para realizar los diferentes ejercicios con la misma fotografía o imagen de Google Maps.



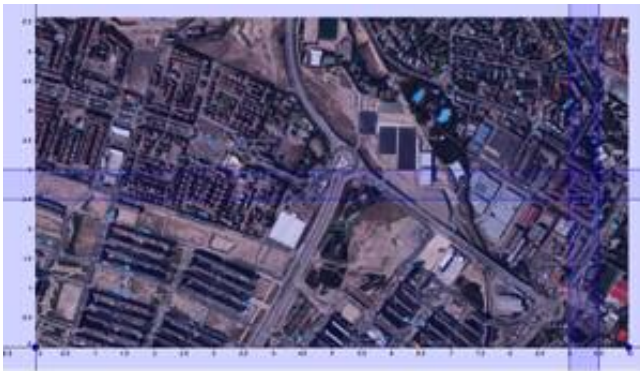
- Delimitar las zonas con figuras geométricas fáciles: triángulos, cuadrados, rectángulos o similares.
- Calcular con Google Maps una referencia de distancia entre dos puntos del plano, para obtener la escala.
- Según cómo se haya delimitado la zona u obtenido el polígono, depende el cálculo del área del mismo. Si sale una figura complicada, se debería haber troceado en triángulos y calculado sus áreas, y así sumando se hallaría el área total.
- Si se usa un sistema de referencia adecuado y se ponen restricciones, cuyos coeficientes de las rectas correspondientes sean números *manejables*, es más fácil, luego con la solución encontrada, inventar un problema con aplicación a la vida real, que tenga como solución la misma.

Algunos resultados

De los seis grupos, cuatro de ellos utilizaron las mismas fotos y ejes para realizar los tres apartados del ejercicio. Dos de ellos usaron escalas, pero tan solo un grupo calculó el área pedida, usando el factor de escala y realizando los cálculos precisos, pero equivocándose en el paso de pasar de cm^2 a m^2 . Respecto a las restricciones, algún grupo utilizaba alguna restricción redundante y se dejaban las del primer cuadrante: $x \geq 0, y \geq 0$.

Todos los grupos supieron inventar un enunciado de programación lineal que tuviera como solución la encontrada en el ejercicio.

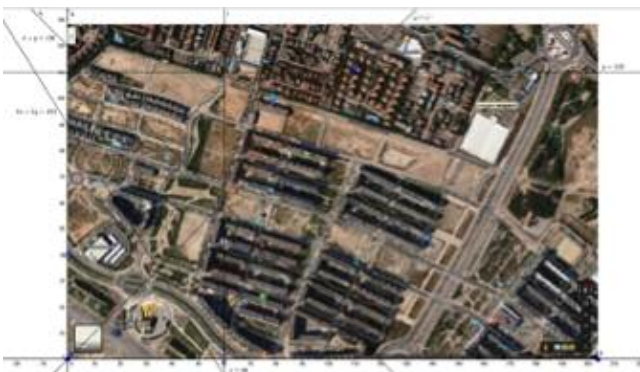
Veamos algunos resultados obtenidos por los distintos grupos:



$$\begin{aligned} \text{Restricciones: } & 3 \geq y \geq 2,5 \\ & 9 \leq x \leq 9,5 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{Restricciones: } & -4,33x + 1,29y \leq -6,67 \\ & 0,89x + 2,94y \leq 17,85 \\ & 1,01x - 0,28y \leq 7,53 \\ & -0,4x - 1,34y \leq -4,2 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{Restricciones: } & x \geq 0 \\ & y \geq 0 \\ & x \leq y \\ & y \leq 110 \\ & x \geq 60 \\ & x + y \geq 120 \\ & 8x + 5y \geq 450 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{Restricciones: } & 9,1x + 34,5y \leq 913,3 \\ & 2,6 \leq x \leq 37 \\ & y \geq 3,5 \\ & x + y \geq 120 \end{aligned}$$

Para saber la escala, el único grupo que lo hizo, procede de la siguiente manera:



Por tanto la escala: $6/54200$, es decir, $1/9033$. Esto quiere decir, que un 1 cm en el plano o imagen equivalen a 9033 cm o 90,33 metros en la realidad.

Cálculo del área del recinto:



Lado A: 4 cm; lado B: 4 cm; lado C: 6 cm.

Triángulo rectángulo: 8cm^2 sobre el plano, que equivalen a $65\,276,07\text{ m}^2$ en la realidad.

Ejemplos de enunciado de problemas

Nos vamos a centrar en un grupo que realizó un enunciado general para las tres situaciones, cambiando alguna condición: (notar que tenían alguna restricción redundante)

$x \geq 0$	$x \geq 0$	$x \geq 0$
$y \geq 0$	$y \geq 0$	$y \geq 0$
$x \leq y$	$y \leq 110$	$y \leq 110$
$y \leq 110$	$x \geq 60$	$x \geq 60$
$x \geq 60$	$x + y \leq 120$	$x \leq 90$
$x + y \geq 120$	$8x + 5y \geq 450$	$x + y \leq 120$
$8x + 5y \geq 450$		$8x + 5y \geq 450$

Una empresa fabricante de camisetas posee dos modelos: el modelo A y el modelo B. Por cada camiseta del Modelo A que pasa por la sección de confección, se requieren 8 botones y 5 para el otro modelo, y debido a una compra en exceso, la empresa debe gastar un mínimo de 450 botones. Además a la empresa se le ha impuesto un mínimo de 60 camisetas del modelo A y del otro modelo B, no debe superar las 110 camisetas.

El beneficio por la venta de camisetas del modelo A es de 15 euros, y 10 euros el otro modelo.

Plantea y resuelve en cada situación de tal manera que halles el número de camisetas de cada modelo que se han de vender para maximizar el beneficio.

- Teniendo en cuenta que entre ambos modelos deben producir un mínimo de 120 unidades, y que el número de camisetas del modelo B deben ser mayores que las del modelo A.
- Si ahora en ningún caso deben superar las 120 unidades entre los dos modelos.
- La misma condición del apartado anterior y el máximo número de camisetas del modelo A es de 90 unidades.

Conclusión final

Es una lástima que no se pueda trabajar de esta manera y de forma continua en segundo de Bachillerato, debido al currículo que hay que dar y al tiempo del que disponemos. Los alumnos tienen mayor predisposición para este tipo de actividades, y aprenden mucho más de la materia, ya que tienen que relacionar más aspectos de la misma, que haciendo ejercicios repetitivos *tipo* para prepararlos para la prueba de acceso a la Universidad. Muchos de ellos pierden el interés por la asignatura y no nos engañemos, así no aprenden la materia. A mi juicio, se debería cambiar el tipo de prueba de acceso a la Universidad ya que no beneficia en nada el proceso de enseñanza-aprendizaje de nuestros alumnos, ni valora la capacidad del alumno ante la materia en general.