Torneo de ajedrez

por
Esther García Giménez
(IES Río Gállego, Zaragoza)

A menudo los profesores de Matemáticas nos centramos en crear aptitudes y actitudes en los alumnos para lograr llegar a la meta que supone la resolución de un problema. El catedrático de matemáticas Miguel de Guzmán, fundador del proyecto ESTALMAT —Estímulo del talento matemático—, basándose en las ideas de Pólya, diferenciaba 5 fases dirigidas a ellos en lenguaje sencillo:

1.ª Trata de comprender el enunciado.
2.ª Intenta comprender el problema.
3.ª Busca unas cuantas estrategias para resolver el problema.
4.ª Selecciona una y trabaja con ella.
5.ª Reflexiona sobre el proceso seguido.

En los últimos años profesores como Antoni Vila y Mari Luz Callejo han analizado las «creencias» que afloran en la resolución de problemas de matemáticas y reivindican su importancia educativa para conseguir el objetivo de «aprender a pensar».

Pero no solo deberíamos centrarnos en el método basado en la resolución de problemas sino, como dice la docente María Antònia Canals, en «qué entendemos nosotros por un problema» y «qué concepto de problema transmitimos y por qué».

Según ella « un problema no es una pura actividad de aplicación, sino que es una situación nueva, si puede ser real, y siempre próxima, para la cual no hemos estado previamente entrenados. Un problema siempre ha de plantearnos un interrogante, que haga imaginar, pensar y encontrar caminos para llegar a una solución posible y no necesariamente única. No se trata de tener el dominio de unos recursos y estrategias, que pueden aplicarse más o menos rutinariamente, sino que habrá que ir buscándolas y descubriendo a medida que se va desarrollando la resolución del problema. Un problema siempre es un reto para la mente. Su objetivo es resolverlo, es decir pensar; es el trabajo de la lógica, la imaginación, el ingenio, haciendo servir los recursos y técnicas que cada vez sean necesarias.»

Y este es el caso que nos ocupa: *El problema del Torneo de Ajedrez* de la XXVII edición de la Olimpiada Matemática Aragonesa para 2.º de ESO.

La primera dificultad con la que se encuentran los alumnos a la hora de afrontar este problema es que no todos conocen el juego del ajedrez y aunque parezca sorprendente algunos no saben o no recuerdan que son dos, los jugadores que se enfrentan en cada una de las partidas del torneo.

XXVII Olimpiada Matemática
2.º de ESO
Fase Semifinal • 24 de marzo de 2018

Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas

Problema 3. *Torneo de ajedrez*

En un torneo de ajedrez hay 6 eliminatorias para llegar a la final. Si en cada una de ellas se eliminan la mitad más 1 de los participantes, ¿cuántos jugadores había inscritos al principio? Razona la respuesta.

A continuación, en el enunciado, se especifica la existencia de 6 eliminatorias para llegar a la final.

Segunda dificultad: no pocos alumnos han llegado a la conclusión de que en la final «solo puede quedar uno» y ese es el ganador, con lo que no se jugarían 7 rondas sino 6, otro error por no comprender bien lo que supone un torneo de ajedrez aunque si hubieran pensado en cualquier otro tipo de torneo deberían haber llegado a la conclusión de que en la final se enfrentan 2 jugadores.

La tercera dificultad sería entender que el número de participantes que pasan a la siguiente ronda se trata de una sucesión cuyo último término será 2, los jugadores de la final.

Esta dificultad no es poca ya que hablamos de alumnos de 2.º de ESO y, aunque desde 1.º ya aparecen contenidos como la planificación del proceso de resolución de problemas junto con las estrategias y procedimientos puestos en práctica y la reflexión sobre los resultados, así como la obtención de fórmulas en lenguaje algebraico y términos generales basadas en la observación de pautas y regularidades; el concepto de sucesión no se introduce hasta el siguiente curso de 3.º y aún así no resulta sencillo de entender en alumnos de esas edades, introduciéndolo de forma muy práctica y sobre todo centrándose en las progresiones aritméticas y geométricas.

Habitualmente cuando pensamos en una cadena ordenada de números contamos desde un primer elemento obteniendo los siguientes de la sucesión, en este caso la cuarta dificultad consiste en que hay que pensar en el último elemento y retroceder en la cadena hasta el primero, por eso es más interesante invertir el orden de la sucesión, considerando como primer elemento los 2 jugadores de la final y tomando como término general $a_n = 2a_{n-1} + 2$ para llegar al término a_1 que serán los jugadores inscritos en el torneo.

La última dificultad consiste en llegar a la fórmula de ese término general ya que la información que nos proporciona el enunciado es que en cada ronda se eliminan a la mitad más uno de los participantes, lo que conlleva reflexionar cuántos son entonces los que pasan a la siguiente eliminatoria.

Diferentes estrategias son las que han utilizado los alumnos que han superado las dificultades anteriores y han comprendido el planteamiento del problema y cuál es la posible solución.

Estos son algunos ejemplos de diferentes formas de resolver el problema propuesto, haciendo uso de ecuaciones, tablas, flechas, operaciones combinadas…, pero lo importante es que todos han debido reflexionar y pensar de forma lógico-deductiva que es la pretensión de todos los profesores que participamos en la Olimpiada Matemática.

Respuesta razonada

Hay que buscar un número al que restándole su mitad más 1 de 2. Este número es el doble del que partíamos más 2. Entonces el procedimiento que hay que seguir es 2x + 2 siendo x el número del que partimos. Hay que repetir este procedimiento 6 veces ya que hay 6 eliminatorias y llegaríamos al número de participantes iniciales que en este caso es 254.

$$2 \underbrace{\text{——}}_{2\cdot 2+2} 6 \underbrace{\text{——}}_{2\cdot 6+2} 14 \underbrace{\text{——}}_{2\cdot 14+2} 30 \underbrace{\text{——}}_{2\cdot 30+2} 62 \underbrace{\text{——}}_{2\cdot 62+2} 126 \underbrace{\text{——}}_{2\cdot 126+2} 254$$

Respuesta razonada

A la final llegan 2.

(6ª) Semifinal	$(2+1)\times 2 = 6$	+4
(5ª)	- $(6+1)\times 2 = 14$	+8
(4ª)	- $(14+1)\times 2 = 30$	+16
(3ª)	- $(30+1)\times 2 = 62$	+32
(2ª)	- $(62+1)\times 2 = 126$	+64
(1ª eliminatoria)	- $(126+1)\times 2 = 254$	+128

Había 254 inscritos al principio

Respuesta razonada

Eliminatoria Nº	1	2	3	4	5	6	FINAL
Nº personas al inicio de eliminatoria	254 personas	126 personas	62 personas	30 personas	14 personas	6 personas	2 personas
Nº personas que se eliminan en cada eliminatoria	$254:2+1 = 127+1 = \boxed{128}$	$126:2+1 = 63+1 = \boxed{64}$	$62:2+1 = 31+1 = \boxed{32}$	$30:2+1 = 15+1 = \boxed{16}$	$14:2+1 = 7+1 = \boxed{8}$	$6:2+1 = 3+1 = \boxed{4}$	
Nº pers que pasan a la siguiente eliminatoria	$254-128=\boxed{126}$	$126-64=\boxed{62}$	$62-32=\boxed{30}$	$30-16=\boxed{14}$	$14-8=\boxed{6}$	$6-4=\boxed{2}$	

Solución: Al principio había 254 jugadores inscritos

Respuesta razonada

$$=((((6+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2 =$$
$$=((((14+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2 =$$
$$=(((30+1)\cdot 2+1)\cdot 2+1)\cdot 2 =$$
$$=((62+1)\cdot 2+1)\cdot 2 =$$
$$=(126+1)\cdot 2 = \boxed{254}$$

En el torneo habrá 254 personas al principio

Razonamiento → en cada eliminatoria del torneo, primero, se eliminaba a la mitad de los participantes para luego restarle 1. Por lo que a la hora de montar la ecuación, hay que hacerlo a la inversa, primero sumando 1 al número inicial y después multiplicándolo por dos.